

专题 38 重要的几何模型之中点模型（一）

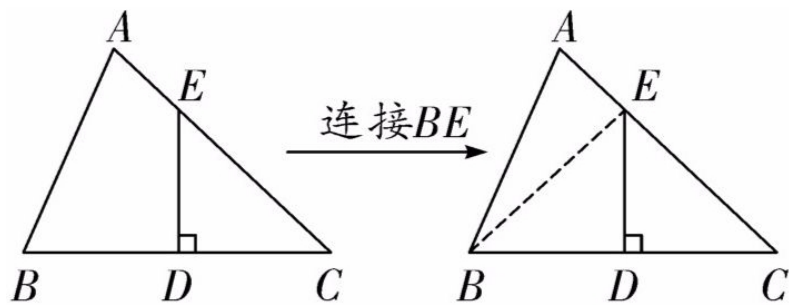
中点模型是初中数学中一类重要模型，它在不同的环境中起到的作用也不同，主要是结合三角形、四边形、圆的运用，在各类考试中都会出现中点问题，有时甚至会出现压轴题当中，我们不妨称之为“中点模型”，它往往涉及到平分、平行、垂直等问题，因此探寻这类问题的解题规律对初中几何的学习有着十分重要的意义。

常见的中点模型：①垂直平分线模型；②等腰三角形“三线合一”模型；③“平行线+中点”构造全等或相似模型（与倍长中线法类似）；④直角三角形斜边中点模型；⑤中位线模型；⑥中点四边形模型。本专题就中点模型的后三类模型进行梳理及对应试题分析，方便掌握。

模型 1：垂直平分线

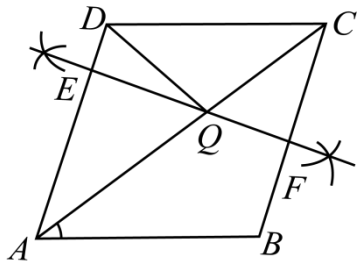
定理：线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等。

如图，在三角形 ABC 中， $DE \perp BC$ ，且 D 为 BC 中点，则 $BE = EC$ 。



模型运用条件：当遇到三角形一边垂线过这边中点时，可以考虑用垂直平分线的性质。

例 1.（2024·河北廊坊·校考三模）如图，已知在菱形 $ABCD$ 中，连接对角线 AC ，作 BC 边的垂直平分线 EF ，分别交 BC 、 AC 、 AD 于点 F 、 Q 、 E ，若 $\angle EQD = 21^\circ$ ，则 $\angle CAB$ 的度数是（ ）



A. 21°

B. 37°

C. 42°

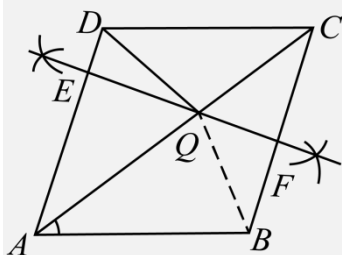
D. 69°

【答案】B

【分析】如图，连接 QB ，证明 $QD = QB = QC$ ， $\angle ADQ = 90^\circ - 21^\circ = 69^\circ$ ，设 $\angle QDC = \angle QCD = x$ ，证明

$DA = DC$ ， $AB \parallel CD$ ， $\angle BAC = \angle DAC = \angle ACD = x$ ，可得 $\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$ ，再建立方程求解即可。

【详解】解：如图，连接 QB ，由菱形的对称性可得： $DQ = BQ$ ，



由作图可得： EF 是 BC 的垂直平分线， $\therefore QB = QC$ ， $\angle QED = 90^\circ$ ，而 $\angle EQD = 21^\circ$ ，

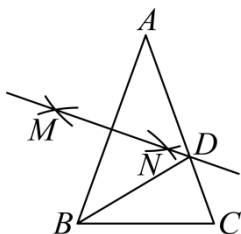
$\therefore QD = QB = QC$ ， $\angle ADQ = 90^\circ - 21^\circ = 69^\circ$ ， $\therefore$ 设 $\angle QDC = \angle QCD = x$ ，

$\because$ 菱形 $ABCD$ ， $\therefore DA = DC$ ， $AB \parallel CD$ ， $\angle BAC = \angle DAC = \angle ACD = x$ ，

$\therefore \angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$ ， $\therefore 2x + 69 + x = 180$ ，解得： $x = 37$ ， $\therefore \angle CAB = 37^\circ$ ；故选 B

【点睛】本题考查的是菱形的性质，线段的垂直平分线的性质，等腰三角形的判定与性质，熟练的利用方程思想解题是关键。

例 2. (2024 上·江西南昌·八年级校考阶段练习) 如图，已知 $AB = AC$ ， $AB = 5$ ， $BC = 3$ ，以 A ， B 两点为圆心 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画圆弧，两弧相交于点 M ， N ，则 $\triangle BDC$ 的周长为 ()



A. 8

B. 10

C. 11

D. 13

【答案】A

【分析】本题考查了作垂线，垂直平分线的性质。熟练掌握作垂线，垂直平分线的性质是解题的关键。

由作图可知， MN 垂直平分 AB ，则 $DA = DB$ ，根据 $\triangle BDC$ 的周长为 $DB + DC + BC = AC + BC$ ，计算求解即可。

【详解】解：由作图可知， MN 垂直平分 AB ， $\therefore DA = DB$ ，

$\therefore \triangle BDC$ 的周长为 $DB + DC + BC = DA + DC + BC = AC + BC = 5 + 3 = 8$ 。故选：A。

例 3. (2024·山东济南·统考二模) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle BAC = 15^\circ$ ，分别以 A 、 B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧，两弧交于 M 、 N 两点，作直线 MN 交 AC 于 D 点，若 $AD = 2$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/288020033132006066>