

# 2010-2023 历年四川省成都市高新区高三月 考文科数学试卷（带解析）

## 第 1 卷

### 一. 参考题库(共 25 题)

1. 点  $P(2, -1)$  为圆  $(x-3)^2 + y^2 = 25$  的弦的中点, 则该弦所在直线的方程是\_\_\_\_\_;

2. 在  $\triangle ABC$  中,  $A = 60^\circ, b = 4, a = 2\sqrt{3}$ , 则  $\triangle ABC$  的面积等于\_\_\_\_\_.

3. 设  $b, c$  表示两条直线,  $\alpha, \beta$  表示两个平面, 则下列命题是真命题的是 ( )

A. 若   $c \parallel \alpha$ , 则  $c \parallel b$

B. 若  $b \subset \alpha, b \parallel c$ , 则  $c \parallel \alpha$

C. 若  $c \parallel \alpha, \alpha \perp \beta$ , 则

D. 若  $c \parallel \alpha, c \perp \beta$ , 则  $\alpha \perp \beta$

4. 对  $\forall a, b \in \mathbf{R}$ , 定义运算“ $\otimes$ ”、“ $\oplus$ ”为:  $a \otimes b = \begin{cases} a (a \geq b) \\ b (a < b) \end{cases}, a \oplus b = \begin{cases} a (a < b) \\ b (a \geq b) \end{cases}$ .

给出下列各式

①  $(\sin x \otimes \cos x) + (\sin x \oplus \cos x) = \sin x + \cos x$ , ②  $(2^x \otimes x^2) - (2^x \oplus x^2) = 2^x - x^2$ ,

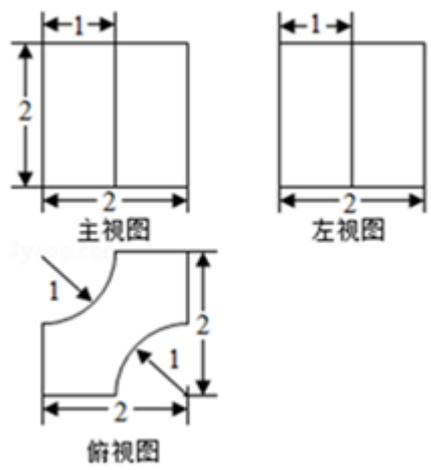
③  $(\sin x \otimes \cos x) \cdot (\sin x \oplus \cos x) = \sin x \cdot \cos x$ , ④  $(2^x \otimes x^2) \div (2^x \oplus x^2) = 2^x \div x^2$ .

其中等式恒成立的是\_\_\_\_\_. (将所有恒成立的等式的序号都填上)

5. 对于函数  $f(x)$ , 若存在  $x_0 \in R$ , 使  $f(x_0) = x_0$  成立, 则称  $x_0$  为  $f(x)$  的不动点. 已知函数  $f(x) = ax^2 + (b+1)x + b - 1 (a \neq 0)$ , 若对任意实数  $b$ , 函数  $f(x)$  恒有两个相异的不动点, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A. (0,1)
- B. (1, +∞)
- C. [0, 1)
- D. 以上都不对

6. 某几何体三视图如图所示, 则该几何体的体积为 ( )



- A.  $8 - 2\pi$
- B.  $8 - \pi$
- C.  $8 - \frac{\pi}{2}$
- D.  $8 - \frac{\pi}{4}$

7. 已知函数  $f(x) = \cos x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} \cos^2 x + \frac{\sqrt{3}}{4}, x \in R$ .

(I) 求  $f(x)$  的最小正周期; (II) 求  $f(x)$  在闭区间  $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$  上的最大值和最小值.

8. 将函数  $y = 3 \sin 2x$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位长度, 所得图象对应的函数 ( )

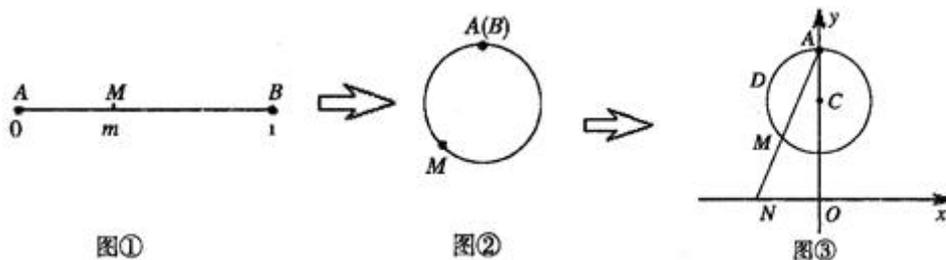
A. 在区间  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$  上单调递减

B. 在区间  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$  上单调递增

C. 在区间  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  上单调递减

D. 在区间  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  上单调递增

9. 下图展示了一个由区间  $(0,1)$  到实数集  $R$  的映射过程: 区间  $(0,1)$  中的实数  $m$  对应数轴上的点  $M$ , 如图 1; 将线段  $AB$  围成一个圆, 使两端点  $A, B$  恰好重合, 如图 2; 再将这个圆放在平面直角坐标系中, 使其圆心在  $y$  轴上, 点  $A$  的坐标为  $(0,1)$ , 如图 3. 图 3 中直线  $AM$  与  $x$  轴交于点  $N(n, 0)$ , 则  $m$  的象就是  $n$ , 记作  $f(m) = n$ .



下列说法中正确命题的序号是\_\_\_\_\_. (填出所有正确命题的序号)

① 方程  $f(x) = 0$  的解是  $x = \frac{1}{2}$ ;

②  $f\left(\frac{1}{4}\right) = 1$ ;

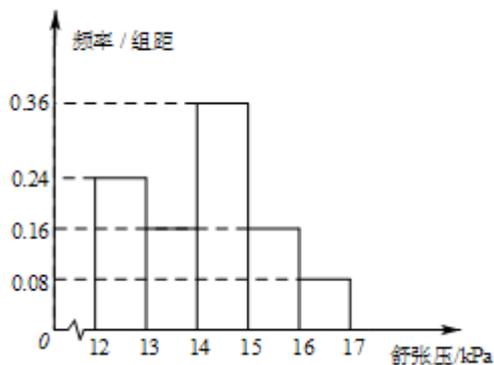
③  $f(x)$  是奇函数;

④  $f(x)$  在定义域上单调递增;

⑤  $f(x)$  的图象关于点  $(\frac{1}{2}, 0)$  对称.

10. 为了研究某药物的疗效, 选取若干名志愿者进行临床试验, 所有志愿者的舒张压数据 (单位:  $kPa$ ) 的分组区间为  $[12,13)$ ,  $[13,14)$ ,  $[14,15)$ ,  $[15,16)$ ,  $[16,17]$ , 将其按从左到右的顺序分别编号为第一组, 第二组, ……., 第五组, 右图是根据试验数据制成的频率分布直方图, 已知第一组与第二组共有 20 人, 第三组中没有疗效的有 6 人, 则第三组中有疗效的人数为 ( )

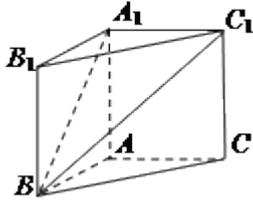
- A. 6
- B. 8
- C. 12
- D. 18



11. 下列有关命题的说法正确的是

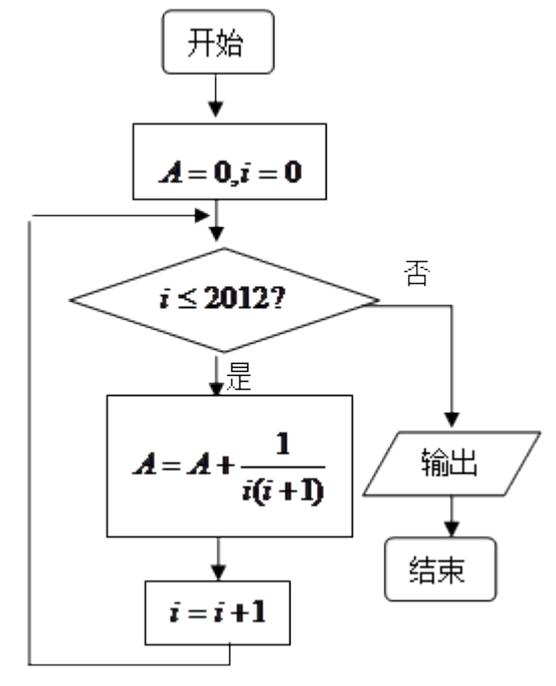
- A. 命题“若  $xy = 0$ , 则  $x = 0$ ”的否命题为: “若  $xy = 0$ , 则  $x \neq 0$ ”
- B. “若  $\frac{x}{y} < 0$ , 则  $\frac{y}{x} < 0$ ,  $x, y$  互为相反数”的逆命题为真命题
- C. 命题“ $\exists x \in \mathbb{R}$ , 使得  $2x^2 - 1 < 0$ ”的否定是: “ $\forall x \in \mathbb{R}$ , 均有  $2x^2 - 1 < 0$ ”
- D. 命题“若  $\cos x = \cos y$ , 则  $x = y$ ”的逆否命题为真命题

12. (本小题满分 12 分) 在直三棱柱(侧棱垂直底面)  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $AB = AC = 1$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$ , 且异面直线  $A_1B$  与  $B_1C_1$  所成的角等于  $60^\circ$ .



- (I) 求棱柱的高;  
 (II) 求  $B_1C_1$  与平面  $A_1BC_1$  所成的角的大小.

13. 如图所示的程序框图运行的结果是\_\_\_\_\_



14. (本小题满分 12 分) 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$  满足  $\frac{a_n - 1}{S_n} = \frac{a - 1}{a}$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ). 数列  $\{b_n\}$  满足  $b_n = a_n \cdot \lg a_n$

- (I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项.  
 (II) 若对一切  $n \in \mathbb{N}_+$  都有  $b_n < b_{n+1}$ , 求  $a$  的取值范围.

15. 已知函数  $f(x) = e^x - kx$  ( $k$  为常数) 的图象与  $y$  轴交于点  $A$ , 曲线  $y = f(x)$  在点  $A$  处的切线斜率为  $-1$ .

(I) 求  $k$  的值及函数  $f(x)$  的极值；

(II) 证明：当  $x > 0$  时， $x^2 < e^x$ ；

(III) 证明：对任意给定的正数  $c$ ，总存在  $x_0$ ，使得当  $x \in (x_0, +\infty)$ ，恒有  $x^2 < ce^x$ 。

16. 某手机厂生产  $A, B, C$  三类手机，每类手机均有黑色和白色两种型号，某月的产量如下表（单位：部）：

手机  $A$

手机  $B$

手机  $C$

黑色

100

150

400

白色

300

450

600

(I) 用分层抽样的方法在  $C$  类手机中抽取一个容量为 5 的样本，将该样本看成一个总体，从中任取 2 部，求至少有 1 部黑色手机的概率；

(II) 用随机抽样的方法从  $B$  类白色手机中抽取 8 部，经检测它们的得分如下：9.4, 8.6, 9.2, 9.6, 8.7, 9.3, 9.0, 8.2。把这 8 部手机的得分看成一个总体，从中任取一个数，求该数与样本平均数之差的绝对值不超过 0.5 的概率。

17. (本小题 13 分) 已知  $f(x) = e^x - ax - 1$ 。

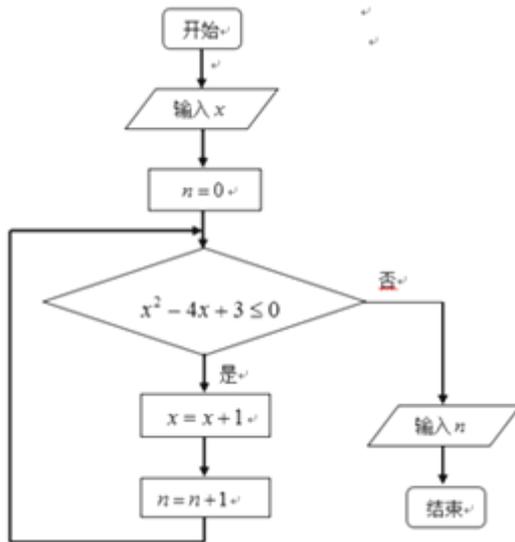
(I) 求  $f(x)$  的单调增区间；

(II) 若  $f(x)$  在定义域  $\mathbb{R}$  内单调递增，求  $a$  的取值范围；

(III) 是否存在  $a$ , 使  $f(x)$  在  $(-\infty, 0]$  上单调递减, 在  $[0, +\infty)$  上单调递增?  
若存在, 求出  $a$  的值; 若不存在, 说明理由.

18. 函数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$  的定义域是\_\_\_\_\_ (用区间表示)

19. 执行如图所示的程序框图, 若输入的  $x$  的值为 1, 则输出的  $n$  的值为 ( )



- A. 5
- B. 3
- C. 2
- D. 1

20. 已知  $f(x)$  为定义在  $[-1, 1]$  上的奇函数, 当  $x \in [-1, 0]$  时, 函数解析式为

$$f(x) = \frac{1}{4^x} - \frac{1}{2^x}$$

- (I) 求  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上的解析式;
- (II) 求  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上的最值.

21. (本小题 12 分) 已知  $f(x) = \cos(x - \theta)$

- (I) 若  $f(x)$  为偶函数, 求  $\theta$  使函数  $f(x)$  为偶函数.
- (II) 在 (I) 成立的条件下, 求满足  $f(\theta) = 1$ ,  $\theta \in [-\pi, \pi]$  的  $\theta$  的集合.

22. 为调查某校学生喜欢数学课的人数比例, 采用如下调查方法:

- (1) 在该校中随机抽取  $\frac{x}{100}$  名学生，并编号  $1, 2, 3, \dots, 100$  ；
- (2) 在箱内放置两个白球和三个红球，让抽取的  $\frac{x}{100}$  名学生分别从箱中随机摸出一球，记住其颜色并放回；
- (3) 请下列两类学生举手：（i）摸到白球且号数为偶数的学生；（ii）摸到红球且不喜欢数学课的学生.

如果总共有 26 名学生举手，那么用概率与统计的知识估计，该校学生中喜欢数学课的人数比例大约是

- A. 88%
- B. 90%
- C. 92%
- D. 94%

23. (本小题满分 14 分) 已知中心在坐标原点  $O$ ，焦点在  $x$  轴上，长轴长是短轴长的 2 倍的椭圆经过点  $M(2,1)$

(I) 求椭圆的方程；

(II) 直线  $\frac{x}{100}$  平行于  $OM$ ，且与椭圆交于  $A, B$  两个不同点.

(i) 若  $\angle AOB$  为钝角，求直线  $\frac{x}{100}$  在  $y$  轴上的截距  $m$  的取值范围；

(ii) 求证直线  $MA, MB$  与  $x$  轴围成的三角形总是等腰三角形.

24. 在等差数列  $\{a_n\}$  中， $a_2 = 1, a_4 = 5$ ，则  $\{a_n\}$  的前 5 项和  $S_5 =$  \_\_\_\_\_.

25. 在  $(1+x)^8$  的展开式中，含  $x^2$  项的系数为 ( )

- A. 28
- B. 56
- C. 70
- D. 8

## 第 1 卷参考答案

### 一. 参考题库

1. 参考答案： $x+y-1=0$  试题分析：根据直线与圆的位置关系可知，对于圆心与弦中点的连线必定会垂直与弦所在的直线，而圆心  $(3, 0)$ ，因此可知其斜率为

$k = \frac{0 - (-1)}{3 - 2} = -1$ ，且过点  $P(2, -1)$ ，则由点斜式方程可知，其解析式为

$y - (-1) = -(x - 2)$ ，变形为  $x + y - 1 = 0$ ，故答案为  $x + y - 1 = 0$ 。

考点：本试题考查了直线与圆的位置关系。

点评：对于圆心与弦中点的连线必定会垂直与弦所在的直线，而圆心  $(3, 0)$ ，

因此可知其斜率为  $k = \frac{0 - (-1)}{3 - 2} = -1$ ，且过点  $P(2, -1)$ ，则由点斜式方程可知，其解析式为

$y - (-1) = -(x - 2)$ ，变形为  $x + y - 1 = 0$ ，故答案为  $x + y - 1 = 0$ 。

2. 参考答案： $2\sqrt{3}$  试题分析：由余弦定理得： $12 = 16 + c^2 - 4c \Rightarrow c = 2$ 。所以

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = 2\sqrt{3}$$

考点：解三角形。

3. 参考答案：D 试题分析：对于选项 A，如果一条直线平行与这个平面，那么它和平面内的任何一条直线可能平行，也可能异面，故错误。

对于 B，直线 C 有可能就在平面  $\alpha$  内，故错误。

对于 C，由于两个平面垂直，一条直线平行与其中的一个平面，则这条直线与另一个平面可能平行，或者垂直，因此错误。

对于 D，根据面面平行的判定定理可知， $\alpha$  经过了  $\beta$  的一条垂线，因此面面垂直， 故选 D.

考点：本试题考查了空间中点线面的位置关系知识点。

点评：解决该试题的关键是能够熟练的运用线面的，平行和垂直，和面面垂直的判定定理和性质定理来证明线面平行和面面垂直问题。也可以借助于生活中的实物图来分析得到，常用的为正方体或者长方体，属于基础题。

4. 参考答案：①③ 试题分析：因为在三角函数中，

$$\sin x \geq \cos x \therefore \sin x \otimes \cos x = \sin x, \sin x \oplus \cos x = \cos x \\ \therefore (\sin x \otimes \cos x) + (\sin x \oplus \cos x) = \sin x + \cos x$$

成立，当

$$\sin x < \cos x \therefore \sin x \otimes \cos x = \cos x, \sin x \oplus \cos x = \sin x \\ \therefore (\sin x \otimes \cos x) + (\sin x \oplus \cos x) = \sin x + \cos x \quad \text{也成立，因此满足题意。}$$

命题 2 中，当

$$2^x < x^2 \therefore 2^x \otimes x^2 = x^2, 2^x \oplus x^2 = 2^x, (2^x \otimes x^2) - (2^x \oplus x^2) = x^2 - 2^x \\ \therefore (\sin x \otimes \cos x) + (\sin x \oplus \cos x) = \sin x + \cos x \quad \text{因此}$$

$$(2^x \otimes x^2) - (2^x \oplus x^2) = 2^x - x^2 \text{ 不成立。}$$

命题 4 中， $(2^x \otimes x^2) \div (2^x \oplus x^2) = 2^x \div x^2$  也不成立。

命题 3 中，成立。

$$(\sin x \otimes \cos x) + (\sin x \oplus \cos x) = \sin x + \cos x$$

考点：本试题考查了新定义运算。

点评：结合三角函数中正弦与余弦的大小关系，以及指数函数与二次函数的大小关系来判定得到运算结果，进而确定是否成立，属于创新试题，中档题。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/288061053024007004>