2022-2023 学年高三上数学期末模拟试卷

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知O为坐标原点，角α的终边经过点$P(3,m)(m<0)$且$\sin\alpha=\frac{\sqrt{10}}{10}m$，则$\sin 2\alpha=$(　　)

A．$\frac{4}{5}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$-\frac{3}{5}$　　D．$-\frac{4}{5}$

2．设全集$U=R$,集合$M=\{x\,|\,x<1\},N=\{x\,|\,x>2\}$，则$(\complement_U M)\cap N=$（　　）

A．$\{x\,|\,x>2\}$　　B．$\{x\,|\,x\geq1\}$　　C．$\{x\,|\,1<x<2\}$　　D．$\{x\,|\,x\geq2\}$

3．已知$x>0$，$y>0$，$x+2y=3$，则$\frac{x^2+3y}{xy}$的最小值为（　　）

A．$3-2\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{2}+1$　　C．$\sqrt{2}-1$　　D．$\sqrt{2}+1$

4．已知定义在R上的函数$f(x)$在区间$[0,+\infty)$上单调递增，且$y=f(x-1)$的图象关于$x=1$对称，若实数a满足$f\left(\log_{\frac{1}{2}}a\right)<f(-2)$，则$a$的取值范围是（　　）

A．$\left(0,\frac{1}{4}\right)$　　B．$\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$　　C．$\left(\frac{1}{4},4\right)$　　D．$(4,+\infty)$

5．已知函数$f(x)=\cos(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$的最小正周期为$\pi$，且满足$f(x+\varphi)=f(\varphi-x)$，则要得到函数$f(x)$的图像，可将函数$g(x)=\sin\omega x$的图像（　　）

A．向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度　　B．向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度

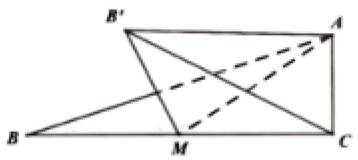
C．向左平移$\frac{5\pi}{12}$个单位长度　　D．向右平移$\frac{5\pi}{12}$个单位长度

6．公元前5世纪，古希腊哲学家芝诺发表了著名的阿基里斯悖论：他提出让乌龟在跑步英雄阿基里斯前面1000米处开始与阿基里斯赛跑，并且假定阿基里斯的速度是乌龟的10倍.当比赛开始后，若阿基里斯跑了1000米，此时乌龟便领先他100米，当阿基里斯跑完下一个100米时，乌龟先他10米，当阿基里斯跑完下-个10米时，乌龟先他1米....所以，阿基里斯永远追不上乌龟.按照这样的规律，若阿基里斯和乌龟的距离恰好为0.1米时，乌龟爬行的总距离为（　　）

A．$\dfrac{10^5-1}{900}$米　　B．$\dfrac{10^5-9}{90}$米

C．$\dfrac{10^4-9}{900}$米　　D．$\dfrac{10^4-1}{90}$米

7．如图，在△□□□中，点 M 是边□□的中点，将△□□□沿着 AM 翻折成△□□′□，且点□′不在平面□□□内，点□是线段□′□上一点.若二面角□－□□－□′与二面角□－□□－□的平面角相等，则直线□□经过△□□′□的（　　）



A．重心　　B．垂心　　C．内心　　D．外心

8．2021年某省将实行“$3+1+2$”的新高考模式，即语文、数学、英语三科必选，物理、历史二选一，化学、生物、政治、地理四选二，若甲同学选科没有偏好，且不受其他因素影响，则甲同学同时选择历史和化学的概率为

A．$\dfrac{1}{8}$　　B．$\dfrac{1}{4}$　　C．$\dfrac{1}{6}$　　D．$\dfrac{1}{2}$

9．定义域为 R 的偶函数 $f(x)$ 满足任意 $x\in\mathbf{R}$，有 $f(x+2)=f(x)-f(1)$，且当 $x\in[2,3]$ 时，$f(x)=-2x^2+12x-18$.若函数 $y=f(x)-\log_a(x+1)$ 至少有三个零点，则 a 的取值范围是（　　）

A．$\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　B．$\left(0,\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$　　C．$\left(0,\dfrac{\sqrt{5}}{5}\right)$　　D．$\left(0,\dfrac{\sqrt{6}}{6}\right)$

10．已知函数 $f(x)=\cos(2x+\dfrac{\pi}{3})$，则下列结论错误的是(　　)

A．函数 $f\left(x\right)$ 的最小正周期为 π

B．函数 $f\left(x\right)$ 的图象关于点 $\left(\dfrac{\pi}{12},0\right)$ 对称

C．函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right)$ 上单调递增

D．函数 $f\left(x\right)$ 的图象可由 $y=\sin 2x$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度得到

11．在三棱锥 $P-ABC$ 中，$AB=BC=5$，$AC=6$，P 在底面 ABC 内的射影 D 位于直线 AC 上，且 $AD=2CD$，$PD=4$.设三棱锥 $P-ABC$ 的每个顶点都在球 Q 的球面上，则球 Q 的半径为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{689}}{8}$　　B．$\dfrac{\sqrt{689}}{6}$　　C．$\dfrac{5\sqrt{26}}{8}$　　D．$\dfrac{5\sqrt{26}}{6}$

12．设双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（**a>0,b>0**）的右焦点为 **F**，右顶点为 **A,**过 **F** 作 **AF** 的垂线与双曲线交于 **B,C** 两点，过 **B,C** 分别作 **AC**，**AB** 的垂线交于点 **D**．若 **D** 到直线 **BC** 的距离小于$a+\sqrt{a^2+b^2}$，则该双曲线的渐近线斜率的取值范围是（ ）

A. $(-1,0)\cup(0,1)$

B. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

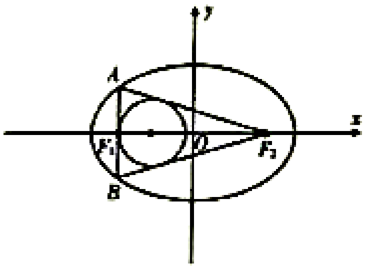
C. $(-\sqrt{2},0)\cup(0,\sqrt{2})$

D. $(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知$a>b>0$，椭圆C_1的方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，双曲线$C_2$方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，$C_1$与$C_2$的离心率之积为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，则$C_2$的渐近线方程为________.

14．已知椭圆C：$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，如图$AB$是过$F_1$且垂直于长轴的弦，则$\Delta ABF_2$的内切圆方程是________.



15．已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$，曲线$y=f(x)$与直线$y=1$相交，若存在相邻两个交点间的距离为$\frac{\pi}{3}$，则$\omega$可取到的最大值为__________.

16．在直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=-8+\frac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=\frac{t}{2}\end{cases}$（$t$为参数），曲线$C$的参数方程为$\begin{cases}x=3s^2\\ y=2\sqrt{3}s\end{cases}$（$s$为参数）.

（1）求直线l和曲线C的普通方程；

（2）设P为曲线C上的动点，求点P到直线l距离的最小值及此时P点的坐标.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=-1+2\cos\varphi \\ y=2\sin\varphi \end{cases}$ （φ 为参数）.以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系.已知点 P 的直角坐标为 $\left(-2,0\right)$，过 P 的直线 l 与曲线 C 相交于 M，N 两点.

（1）若 l 的斜率为 2，求 l 的极坐标方程和曲线 C 的普通方程；

（2）求 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$ 的值.

18.（12 分）第 7 届世界军人运动会于 2019 年 10 月 18 日至 27 日在湖北武汉举行，赛期 10 天，共设置射击、游泳、田径、篮球等 27 个大项，329 个小项.共有来自 100 多个国家的近万名现役军人同台竞技.前期为迎接军运会顺利召开，武汉市很多单位和部门都开展了丰富多彩的宣传和教育活动，努力让大家更多的了解军运会的相关知识，并倡议大家做文明公民.武汉市体育局为了解广大民众对军运会知识的知晓情况，在全市开展了网上问卷调查，民众参与度极高，现从大批参与者中随机抽取 200 名幸运参与者，他们得分（满分 100 分）数据，统计结果如下：

组别	$[30,40)$	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100)$
频数	5	30	40	50	45	20	10

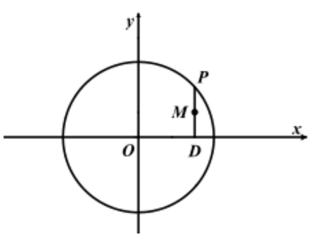
（1）若此次问卷调查得分整体服从正态分布，用样本来估计总体，设 μ，σ 分别为这 200 人得分的平均值和标准差（同一组数据用该区间中点值作为代表），求 μ，σ 的值（μ，σ 的值四舍五入取整数），并计算 $P(51<X<93)$；

（2）在（1）的条件下，为感谢大家参与这次活动，市体育局还对参加问卷调查的幸运市民制定如下奖励方案：得分低于 μ 的可以获得 1 次抽奖机会，得分不低于 μ 的可获得 2 次抽奖机会，在一次抽奖中，抽中价值为 15 元的纪念品 *A* 的概率为 $\frac{2}{3}$，抽中价值为 30 元的纪念品 *B* 的概率为 $\frac{1}{3}$.现有市民张先生参加了此次问卷调查并成为幸运参与者，记 *Y* 为他参加活动获得纪念品的总价值，求 *Y* 的分布列和数学期望，并估算此次纪念品所需要的总金额.

（参考数据：$P(\mu-\delta<X\le\mu+\delta)\approx0.6827$；$P(\mu-2\delta<X\le\mu+2\delta)\approx0.9545$；

$P(\mu-3\delta<X\le\mu+3\delta)\approx0.9973$.）

19.（12 分）*P* 是圆 $x^2+y^2=4$ 上的动点，*P* 点在 *x* 轴上的射影是 *D*，点 *M* 满足 $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DP}$.

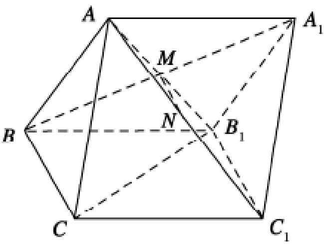


（1）求动点 *M* 的轨迹 *C* 的方程，并说明轨迹是什么图形；

（2）过点 $N(3,0)$ 的直线 *l* 与动点 *M* 的轨迹 *C* 交于不同的两点 *A*，*B*，求以 *OA*，*OB* 为邻边的平行四边形 *OAEB*

的顶点 E 的轨迹方程.

20.（12 分）在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，四边形 A_1B_1BA 是菱形，$AB=4$，$\angle ABB_1=60^\circ$，$B_1C_1=3$，$BC\perp AB$，点 M、N 分别是 A_1B、AC_1 的中点，且 $MN\perp AB_1$.



（1）求证：平面 $BCC_1B_1\perp$ 平面 A_1B_1BA；

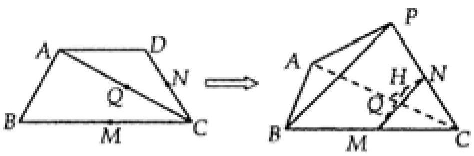
（2）求四棱锥 $A-BCC_1B_1$ 的体积.

21.（12 分）已知定点 $A(-3,0)$，$B(3,0)$，直线 AM、BM 相交于点 M，且它们的斜率之积为 $-\frac{1}{9}$，记动点 M 的轨迹为曲线 C。

（1）求曲线 C 的方程；

（2）过点 $T(1,0)$ 的直线与曲线 C 交于 P、Q 两点，是否存在定点 $S(x_0,0)$，使得直线 SP 与 SQ 斜率之积为定值，若存在，求出 S 坐标；若不存在，请说明理由。

22.（10 分）如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AD /\!/ BC$，$AD=AB=CD=2$，$BC=4$，M，N，Q 分别为 BC，CD，AC 的中点，以 AC 为折痕将 $\triangle ACD$ 折起，使点 D 到达点 P 位置（$P\notin$ 平面 ABC）.



（1）若 H 为直线 QN 上任意一点，证明：$MH /\!/$ 平面 ABP；

（2）若直线 AB 与直线 MN 所成角为 $\frac{\pi}{4}$，求二面角 $A-PC-B$ 的余弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**C**

【解析】

根据三角函数的定义，即可求出 $m=-1$，得出 $P(3,-1)$，得出 $\sin\alpha$ 和 $\cos\alpha$，再利用二倍角的正弦公式，即可求出结果.

【详解】

根据题意，$\sin\alpha=\dfrac{m}{\sqrt{m^2+9}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}m$，解得 $m=-1$，

所以 $\overrightarrow{OP}=(3,-1)$，

所以 $\sin\alpha=-\dfrac{\sqrt{10}}{10},\cos\alpha=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，

所以 $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=-\dfrac{3}{5}$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查三角函数定义的应用和二倍角的正弦公式，考查计算能力.

2、**A**

【解析】

先求出 $\complement_U M$，再与集合 ***N*** 求交集.

【详解】

由已知，$\complement_U M=\{x\mid x\geq 1\}$，又 $N=\left\{x\mid x>2\right\}$，所以 $\complement_U M\cap N=\{x\mid x>2\}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查集合的基本运算，涉及到补集、交集运算，是一道容易题.

3、**B**

【解析】

$$\frac{x^2+3y}{xy}=\frac{x^2+(x+2y)y}{xy}=\frac{x}{y}+1+\frac{2y}{x}\geq 1+2\sqrt{\frac{x}{y}\cdot\frac{2y}{x}}=1+2\sqrt{2}$$,选 **B**

4、**C**

【解析】

根据题意，由函数的图象变换分析可得函数 $y=f\left(x\right)$ 为偶函数，又由函数 $y=f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,+\infty\right)$ 上单调递增，分析可得 $f\left(\log_{\frac{1}{2}}a\right)<f\left(-2\right)\Rightarrow f\left(\left|\log_2 a\right|\right)<f\left(2\right)\Rightarrow\left|\log_2 a\right|<2$，解可得 a 的取值范围，即可得答案.

【详解】

将函数 $y=f\left(x-1\right)$ 的图象向左平移 1 个单位长度可得函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象，

由于函数 $y=f\left(x-1\right)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，则函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象关于 y 轴对称，

即函数 $y=f\left(x\right)$ 为偶函数，由 $f\left(\log_{\frac{1}{2}}a\right)<f\left(-2\right)$，得 $f\left(\left|\log_2 a\right|\right)<f\left(2\right)$，

Q 函数 $y=f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,+\infty\right)$ 上单调递增，则 $\left|\log_2 a\right|<2$，得 $-2<\log_2 a<2$，解得 $\frac{1}{4}<a<4$.

因此，实数 a 的取值范围是 $\left(\frac{1}{4},4\right)$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查利用函数的单调性与奇偶性解不等式，注意分析函数 $y=f\left(x\right)$ 的奇偶性，属于中等题.

5、**C**

【解析】

依题意可得 $\omega=2$，且 $x=\varphi$ 是 $f(x)$ 的一条对称轴，即可求出 φ 的值，再根据三角函数的平移规则计算可得；

【详解】

解：由已知得 $\omega=2$，$x=\varphi$ 是 $f(x)$ 的一条对称轴，且使 $f(x)$ 取得最值，则 $3\varphi=k\pi$，$\varphi=\frac{\pi}{3}$，

$f(x)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left[2\left(x+\frac{5\pi}{12}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$，$g(x)=\sin 2x=\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)$，

故选：**C.**

【点睛】

本题考查三角函数的性质以及三角函数的变换规则，属于基础题.

6、**D**

【解析】

根据题意，是一个等比数列模型，设 $a_1=100, q=\frac{1}{10}, a_n=0.1$，由 $a_n=0.1=100\times\left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$，解得 $n=4$，

再求和.

【详解】

根据题意，这是一个等比数列模型，设 $a_1=100, q=\frac{1}{10}, a_n=0.1$，

所以 $a_n=0.1=100\times\left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$，

解得 $n=4$，

所以 $S_4=\frac{a_1\left(1-q^4\right)}{1-q}=\frac{100\left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^4\right)}{1-\frac{1}{10}}=\frac{10^4-1}{90}$.

故选：**D**

【点睛】

本题主要考查等比数列的实际应用，还考查了建模解模的能力，属于中档题.

7、**A**

【解析】

根据题意□到两个平面的距离相等，根据等体积法得到$□_{□□□'□}=□_{□□□□}$，得到答案.

【详解】

二面角$□-□□-□'$与二面角$□-□□-□$的平面角相等，故□到两个平面的距离相等.

故$□_{□-□□'□}=□_{□-□□□}$，即$□_{□-□□'□}=□_{□-□□□}$，两三棱锥高相等，故$□_{□□□'□}=□_{□□□□}$，

故$□'□=□□$，故□为$□□'$中点.

故选：□.

【点睛】

本题考查了二面角，等体积法，意在考查学生的计算能力和空间想象能力.

8、**B**

【解析】

甲同学所有的选择方案共有 $C_2^1C_4^2=12$ 种，甲同学同时选择历史和化学后，只需在生物、政治、地理三科中再选择一科即可，共有 $C_3^1=3$ 种选择方案，根据古典概型的概率计算公式，可得甲同学同时选择历史和化学的概率 $P=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$，故选 **B**.

9、**B**

【解析】

由题意可得 $f(x)$ 的周期为 2，当 $x\in[2,3]$ 时，$f(x)=-2x^2+12x-18$，令 $g(x)=\log_a(x+1)$，则 $f(x)$ 的图像和 $g(x)$ 的图像至少有 3 个交点，画出图像，数形结合，根据 $g(2)>f(2)$，求得 a 的取值范围.

【详解】

$f(x)$ 是定义域为 $\boldsymbol{R}$ 的偶函数，满足任意 $x\in\mathbf{R}$，

$f(x+2)=f(x)-f(1)$，令 $x=-1, f(1)=f(-1)-f(1)$，

又 $f(-1)=f(1),\therefore f(1)=0, f(x+2)=f(x)$，

$\therefore f(x)$ 为周期为 2 的偶函数，

当 $x\in[2,3]$ 时，$f(x)=-2x^2+12x-18=-2(x-3)^2$，

当 $x\in[0,1], x+2\in[2,3], f(x)=f(x+2)=-2(x-1)^2$，

当 $x\in[-1,0], -x\in[0,1], f(x)=f(-x)=-2(x+1)^2$，

作出 $f(x), g(x)$ 图像，如下图所示：

函数 $y=f(x)-\log_a(x+1)$ 至少有三个零点，

则 $f(x)$ 的图像和 $g(x)$ 的图像至少有 3 个交点，

Q $f(x)\le 0$，若 $a>1$，

$f(x)$ 的图像和 $g(x)$ 的图像只有 **1** 个交点，不合题意，

所以 $0<a<1$，$f(x)$ 的图像和 $g(x)$ 的图像至少有 3 个交点，

则有 $g(2)>f(2)$，即 $\log_a(2+1)>f(2)=-2,\therefore \log_a 3>-2$，

$\therefore \dfrac{1}{a^2}>3, a^2<\dfrac{1}{3}$,Q $0<a<1,\therefore 0<a<\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

故选:**B.**