河南省鹤壁市高中2023-2024学年高一下学期7月期末考试数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知$m>n>0$，下列不等式一定成立的是（　　）

A．$\frac{m}{n}<\frac{m+2}{n+2}$　　B．$m+\frac{1}{n}>\frac{1}{m}+n$

C．$m-\frac{1}{n}>n-\frac{1}{m}$　　D．$\frac{2m+n}{m+2n}>\frac{m}{n}$

2．设$a=\log_3 10$，$b=2^{0.3}$，$c=0.8^3$，则（　　）

A．$b<a<c$　　B．$c<a<b$　　C．$c<b<a$　　D．$a<c<b$

3．已知x_0是函数$f\left(x\right)=\mathrm{e}^x+x-2$的零点，则（　　）

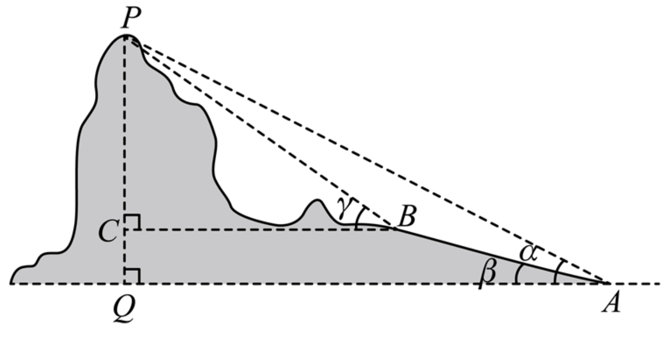
A．$x_0>1$　　B．$\ln\left(2-x_0\right)=x_0$

C．$x_0-\mathrm{e}^{-x_0}>0$　　D．$\mathrm{e}^{2-x_0}-\mathrm{e}<0$

4．有甲、乙两个袋子，甲袋子中有3个白球，2个黑球；乙袋子中有4个白球，4个黑球．现从甲袋子中任取2个球放入乙袋子，然后再从乙袋子中任取一个球，则此球为白球的概率为（　　）

A．$\frac{2}{5}$　　B．$\frac{13}{25}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{3}{5}$

5．如图所示，测量队员在山脚A测得山顶P的仰角为α，沿着倾斜角为β的斜坡向上走200m到达B处，在B处测得山顶P的仰角为γ．若$\alpha=45°$，$\beta=34°$，$\gamma=75°$，（参考数据：$\sin34°\approx0.56$，$\sin41°\approx0.66$，$\cos34°\approx0.83$，$\cos41°\approx0.75$，$\sqrt{2}\approx1.41$，$\sqrt{3}\approx1.73$），则山的高度约为（　　）

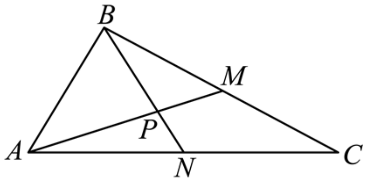


A．181.13　　B．179.88　　C．186.12　　D．190.21

6．在锐角$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c,$\triangle ABC$的面积为S，若$\sin\left(A+C\right)=\dfrac{2S}{b^2-a^2}$，则$\tan A+\dfrac{1}{3\tan\left(B-A\right)}$的取值范围为（　）

A．$\left[\dfrac{2\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$　　B．$\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$　　C．$\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3},\dfrac{4}{3}\right)$　　D．$\left[\dfrac{2\sqrt{3}}{3},\dfrac{10\sqrt{3}}{9}\right)$

7．如图，在$\triangle ABC$中，已知$AB=2$，$AC=5$，$\angle BAC=60°$，BC、AC边上的两条中线AM，BN相交于点P，则$\angle MPN$的余弦值为（　）



A．$\dfrac{4\sqrt{91}}{91}$　　B．$\dfrac{2\sqrt{91}}{91}$　　C．$\dfrac{\sqrt{91}}{91}$　　D．$-\dfrac{4\sqrt{91}}{91}$

8．已知复数z满足$|z-1|+|z+1|=4$，则$|z|$的取值范围为（　）

A．$[0,1]$　　B．$[2,3]$　　C．$[1,\sqrt{3}]$　　D．$[\sqrt{3},2]$

9．已知$f\left(x\right)=\log_a x(a>0$，且$a\neq1)$，则下列结论正确的是（　）

A．当$a>1$时，$f\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上是增函数

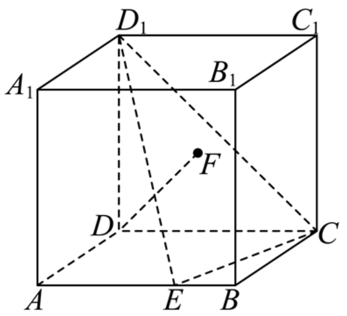
B．不等式$f\left(x\right)<0$的解集是$\left(0,1\right)$

C．$f\left(x\right)$的图象过定点$\left(1,0\right)$

D．当$a=2$时，$f\left(x\right)$的图象与$g\left(x\right)=0.01x$的图象有且只有一个公共点

二、多选题

10．如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E为棱AB上的动点，$DF\perp$平面D_1EC,F为垂足，下列结论正确的是（　）



A．$FD_1 = FC$

B．三棱锥$C-DED_1$的体积为定值

C．$ED_1 \perp A_1D$

D．BC_1与AC所成的角为$45°$

11．已知函数$f(x)=\sin x-\sqrt{3}\cos x$，则（　　）

A．$f(x)$的最大值为2

B．函数$y=f(x)$的图象关于点$\left(\dfrac{\pi}{3},0\right)$对称

C．直线$x=\dfrac{\pi}{3}$是函数$y=f(x)$图象的一条对称轴

D．函数$y=f(x)$在区间$\left(-\dfrac{\pi}{2},0\right)$上单调递增

三、填空题

12．函数$f(x)=4\sin x(\sin x-\sqrt{3}\cos x)+1$相邻的两个零点分别为$x_1,x_2\ (x_1<x_2)$，则$\cos(x_1-x_2)=$_____.

13．在$\triangle ABC$中，内角A,B,C的对边分别为a,b,c,A为锐角，$\tan B\cos C=1-\sin C,\triangle ABC$的面积为2，则$\triangle ABC$的周长的最小值为_________.

14．已知四棱锥$P-ABCD$的侧棱长都相等，且底面是边长为$3\sqrt{2}$的正方形，它的五个顶点都在直径为10的球面上，则四棱锥$P-ABCD$的体积为________.

四、解答题

15．对于函数$y=mx^3+ax^2+(b-1)x+(b-1)(a\neq 0)$，若存在$x_0\in\mathbf{R}$，使得

$mx_0^3+ax_0^2+(b-1)x_0+(b-1)=x_0$成立，则称$x_0$为函数$y=mx^3+ax^2+(b-1)x+(b-1)(a\neq 0)$的囧点”.

(1)当m＝2，a＝－3，b＝2时，求函数$y=mx^3+ax^2+(b-1)x+(b-1)(a\neq 0)$的“囧点”；

(2)当m＝0时，对任意实数b，函数$y=mx^3+ax^2+(b-1)x+(b-1)(a\neq 0)$恒有“囧点”，求$a$的取值范围.

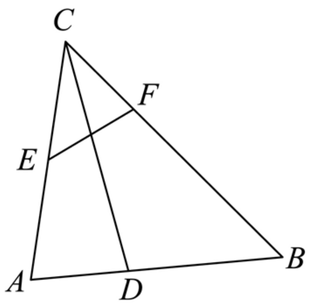
16．某电子产品制造企业为了提升生产质量，对现有的一条电子产品生产线进行技术升级改造，为了分析改造的效果，该企业质检人员从该条生产线所生产的电子产品中随机抽取了1000件，检测产品的某项质量指标值，根据检测数据得到下表（单位：件）.

质是指标值	$[25,$	$[35,4$	$[45,5$	$[55,6$	$[65,7$	$[75,8$	$[85,$
产品	60	100	160	300	200	100	80

(1)估计这组样本的质量指标值的平均数$\overline{x}$和方差s^2（同一组中的数据用该组区间中点值作代表）；

(2)设$[x]$表示不大于x的最大整数，$\{x\}$表示不小于x的最小整数，s精确到个位，$a_1=5\left\{\dfrac{\overline{x}-s}{5}\right\},b_1=5\cdot\left[\dfrac{\overline{x}+s}{5}\right],a_2=5\cdot\left\{\dfrac{\overline{x}-2s}{5}\right\},b_2=5\cdot\left[\dfrac{\overline{x}+2s}{5}\right]$.根据检验标准，技术升级改造后，若质量指标值有65%落在$[a_1,b_1]$内，则可以判断技术改造后的产品质量初步稳定; 若有95%落在$[a_2,b_2]$内，则可以判断技术改造后的产品质量稳定，可认为生产线技术改造成功.请问：根据样本数据估计，是否可以判定生产线的技术改造是成功的？

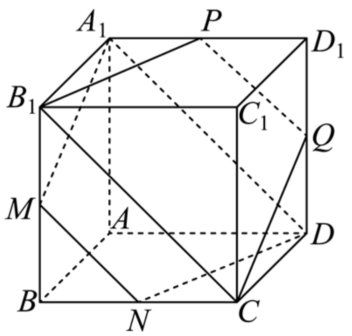
17．如图所示，$\triangle ABC$的顶点是我国在南海的三个战略岛屿，各岛屿之间建有资源补给站，在图中的D、E、F点上．岛屿A到补给站D的距离为岛屿A到B的$\dfrac{2}{5}$，岛屿A和岛屿C到补给站E的距离相等，补给站F在靠近岛屿C的BC的三等分点上．设$\overrightarrow{CB}=\vec{a},\overrightarrow{CA}=\vec{b}$.



(1)用$\vec{a},\vec{b}$表示$\overrightarrow{EF},\overrightarrow{CD}$；

(2)若三个岛屿围成的$\triangle ABC$的面积为$10(\sqrt{2}+1)$平方公里，且满足$\dfrac{4\cos A}{\sin A}+\dfrac{3\cos B}{\sin B}=1$，求岛屿A和岛屿$C$之间距离的最小值.

18．如图，在棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M为棱BB_1的中点，P为棱A_1D_1的中点，平面DA_1MN与平面CB_1PQ将该正方体截成三个多面体，其中N,Q分别在棱BC,DD_1上.



(1)求证：平面$MNDA_1$//平面CB_1PQ；

(2)求异面直线CQ与MN所成角的余弦值.

19．已知函数$f\left(x\right)=2\sqrt{3}\sin\dfrac{\omega x}{2}\cos\dfrac{\omega x}{2}-2\cos^2\dfrac{\omega x}{2}+1,\omega>0,x\in\mathbf{R}$，在曲线$y=f\left(x\right)$与直线$y=2$的交点中，若相邻交点的距离为$\pi$.

(1)求函数$f\left(x\right)$的解析式；

(2)若$x\in\left[\dfrac{\pi}{3},\pi\right]$，解不等式$f\left(x\right)\geq-\sqrt{3}$；

(3)若$x\in\left[\dfrac{\pi}{3},\pi\right]$，且关于$x$的方程$f^2\left(x\right)-\left(a+1\right)f\left(x\right)+a=0$有三个不等的实根，求实数$a$的取值范围.

参考答案：

1．B

【分析】利用作差法即可判断A，利用不等式的性质即可判断B，举出反例即可判断CD.

【详解】对于A，$\frac{m}{n}-\frac{m+2}{n+2}=\frac{m\left(n+2\right)-n\left(m+2\right)}{n\left(n+2\right)}=\frac{2\left(m-n\right)}{n\left(n+2\right)}$，

因为$m>n>0$，所以$m-n>0,n\left(n+2\right)>0$，

所以$\frac{m}{n}-\frac{m+2}{n+2}=\frac{2\left(m-n\right)}{n\left(n+2\right)}>0$，

所以$\frac{m}{n}>\frac{m+2}{n+2}$，故A错误；

对于B，因为$m>n>0$，所以$\frac{1}{n}>\frac{1}{m}>0$，

所以$m+\frac{1}{n}>\frac{1}{m}+n$，故B正确；

对于C，当$m=0.2,n=0.1$时，$m-\frac{1}{n}=-9.8<-4.9=n-\frac{1}{m}$，故C错误；

对于D，当$m=2,n=1$时，$\frac{2m+n}{m+2n}=\frac{5}{4}<2=\frac{m}{n}$，故D错误.

故选：B.

2．C

【分析】利用指数函数、对数函数的单调性即可判断

【详解】$c=0.8^{3}<0.8^{0}=1$，

$2^{0}<2^{0.3}<2^{1}$，即$1<b<2$

$a=\log_{3}10>\log_{3}9=2$

所以$a>b>c$

故选：C

3．B

【分析】对A：根据零点存在定理，即可判断零点范围；对B：$e^{x_0}=2-x_0$，两边取对数，即可判断；对C：$x_0e^{x_0}=x_0\left(2-x_0\right)$，结合$x_0$的范围，即可得到$x_0e^{x_0}<1$，从而进行判断；对D：根据$x_0$的范围，再结合指数函数单调性，即可判断.

【详解】$y=e^{x},y=x-2$均为单调增函数，故$f\left(x\right)$为单调增函数；

对 A：因为$f\left(0\right)=-1,f\left(1\right)=\mathrm{e}-1>0$，故$x_0\in\left(0,1\right)$，故 A 错误；

对 B：因为$\mathrm{e}^{x_0}+x_0-2=0$，故$\mathrm{e}^{x_0}=2-x_0>0$，两边取对数可得$x_0=\ln\left(2-x_0\right)$，故 B 正确；

对 C：$\mathrm{e}^{x_0}=2-x_0$，故$x_0\mathrm{e}^{x_0}=x_0\left(2-x_0\right)=-\left(x_0-1\right)^2+1<1$，则$x_0<\mathrm{e}^{-x_0}$，则$x_0-\mathrm{e}^{-x_0}<0$，故 C 错误；

对 D：因为$x_0\in\left(0,1\right)$，$2-x_0\in\left(1,2\right)$，故$\mathrm{e}^{2-x_0}\in\left(\mathrm{e},\mathrm{e}^2\right)$，则$\mathrm{e}^{2-x_0}>\mathrm{e}$，$\mathrm{e}^{2-x_0}-\mathrm{e}>0$，故 D 错误.

故选：B.

【点睛】关键点点睛：本题 A 选项是所有选项中最重要的一个，需要根据零点存在定理，取求解x_0的范围；对其它选项的处理关键是要灵活应用所学知识.

4．B

【分析】根据独立事件与古典概型计算分从甲袋子取出 2 个白球放入乙袋子、从甲袋子取出 2 个黑球放入乙袋子和从甲袋子取出 1 个白球和 1 个黑球放入乙袋子三种情况讨论，从而可得出答案.

【详解】解: 若从甲袋子取出 2 个白球放入乙袋子，然后再从乙袋子中任取一个球，则此球为白球的概率为$\frac{C_3^2}{C_5^2}\cdot\frac{C_6^1}{C_{10}^1}=\frac{9}{50}$；

若从甲袋子取出 2 个黑球放入乙袋子，然后再从乙袋子中任取一个球，则此球为白球的概率为$\frac{C_2^2}{C_5^2}\cdot\frac{C_4^1}{C_{10}^1}=\frac{1}{25}$；

若从甲袋子取出 1 个白球和 1 个黑球放入乙袋子，然后再从乙袋子中任取一个球，则此球为白球的概率为$\frac{C_3^1\cdot C_2^1}{C_5^2}\cdot\frac{C_5^1}{C_{10}^1}=\frac{3}{10}$.

$\therefore$从甲袋子中任取 2 个球放入乙袋子，然后再从乙袋子中任取一个球，则此球为白球的概率为$\frac{9}{50}+\frac{1}{25}+\frac{3}{10}=\frac{13}{25}$.

故选：B.

5．C

【分析】在$\vee ABP$中，利用正弦定理求AP，进而在$\mathrm{Rt}\triangle PAQ$中求山的高度.

【详解】在$\vee ABP$中，则

$\angle ABP=180°-\gamma+\beta,\angle BPA=180°-\left(\alpha-\beta\right)-\angle ABP=180°-\left(\alpha-\beta\right)-\left(180°-\gamma+\beta\right)=\gamma-\alpha$，

因为$\dfrac{AP}{\sin\angle ABP}=\dfrac{AB}{\sin\angle APB}$，则$AP=\dfrac{AB\sin\angle ABP}{\sin\angle APB}=\dfrac{AB\sin\left(\gamma-\beta\right)}{\sin\left(\gamma-\alpha\right)}$，

在 Rt$\triangle PAQ$中，则

$$PQ=AP\sin\alpha=\frac{AB\sin\left(\gamma-\beta\right)\sin\alpha}{\sin\left(\gamma-\alpha\right)}=\frac{200\times\sin 41°\times\sin 45°}{\sin 30°}\approx\frac{200\times 0.66\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}\approx 186.12.$$

故选：C.

6．C

【分析】由面积公式与正余弦定理化简后得出A,B关系后求解

【详解】由题意$\sin\left(A+C\right)=\sin B=\dfrac{2S}{b^2-a^2}=\dfrac{2\cdot\frac{1}{2}ac\sin B}{b^2-a^2}$，而$\sin B>0$，

所以$b^2-a^2=ac$，由余弦定理得$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，

故$c=2a\cos B+a$，

又由正弦定理得$\sin C=2\sin A\cos B+\sin A=\sin A\cos B+\cos A\sin B$，

整理得$\sin(B-A)=\sin A$，

故$B-A=A$或$B-A=\pi-A$（舍去），得$B=2A$，

因为$\triangle ABC$是锐角三角形，

故$\begin{cases}0<A<\dfrac{\pi}{2}\\0<2A<\dfrac{\pi}{2}\\0<\pi-3A<\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$，

解得$\dfrac{\pi}{6}<A<\dfrac{\pi}{4}$，故$\dfrac{\sqrt{3}}{3}<\tan A<1$，

$$\tan A+\frac{1}{3\tan\left(B-A\right)}=\tan A+\frac{1}{3\tan A}\in\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{4}{3}\right).$$

故选：C.

【点睛】关键点点睛: 关键是适当结合正弦定理、余弦定理进行边角转换由此即可顺利得解.

7．A

【分析】根据给定条件，取$\{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\}$为基底，利用向量数量积求出$|\overrightarrow{AM}|,|\overrightarrow{AN}|,\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}$，

再利用向量夹角公式求解作答.

【详解】在$\triangle ABC$中，令$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，则$\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=60^\circ$，

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=2\times5\times\frac{1}{2}=5$，

因为BC、AC边上的两条中线AM，BN相交于点P，则$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$，$\overrightarrow{BN}=\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{a}$，

于是$|\overrightarrow{AM}|=\frac{1}{2}\sqrt{\vec{a}^2+\vec{b}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}}=\frac{1}{2}\sqrt{2^2+5^2+2\times5}=\frac{\sqrt{39}}{2}$，

$|\overrightarrow{BN}|=\frac{1}{2}\sqrt{\vec{b}^2+4\vec{a}^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}}=\frac{1}{2}\sqrt{5^2+4\times2^2-4\times5}=\frac{\sqrt{21}}{2}$，

$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BN}=\frac{1}{4}(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{b}-2\vec{a})=\frac{1}{4}(-\vec{a}\cdot\vec{b}-2\vec{a}^2+\vec{b}^2)=\frac{1}{4}(-5-2\times2^2+5^2)=3$，

所以$\cos\angle MPN=\cos\langle\overrightarrow{AM},\overrightarrow{BN}\rangle=\frac{\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BN}}{|\overrightarrow{AM}||\overrightarrow{BN}|}=\frac{3}{\frac{\sqrt{39}}{2}\times\frac{\sqrt{21}}{2}}=\frac{4\sqrt{91}}{91}$.

故选：A

8．D

【分析】由题意确定复数z对应的点的轨迹，再结合椭圆的性质以及$|z|$的几何意义，即可求得答案.

【详解】复数z满足$|z-1|+|z+1|=4$，

则复数z对应的点的轨迹为以$(-1,0),(1,0)$为焦点，长轴长$2a=4$的椭圆，

则椭圆短半轴长为$b=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，椭圆方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，

$|z|$表示椭圆上的点到原点的距离，

当点位于椭圆长轴上的顶点时，$|z|$取值大值 2；

当点位于椭圆短轴上的顶点时，$|z|$取值小值$\sqrt{3}$；

故$|z|$的取值范围为$[\sqrt{3},2]$，

故选：D

9．AC

【分析】对 A、B、C，结合对数函数性质逐项判断即可得，对 D，将函数图象交点个数转化为研究函数的零点个数，借助零点的存在性定理即可判断.

【详解】对 A：当$a>1$时，$f\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上是增函数，故 A 正确；

对 B：当$a>1$时，$\log_a x<0$，则$x\in\left(0,1\right)$，当$0<a<1$时，$x\in\left(1,+\infty\right)$，故 B 错误；

对 C：$f\left(1\right)=\log_a 1=0$，故 C 正确；