人教版 数学 九年级 上册

实际问题与二次函数

课件

回顾旧知

几何面积最值问题

一个关键

依　据

常见几何图形的面积公式

建立函数关系式，求出自变量取值范围

一个注意

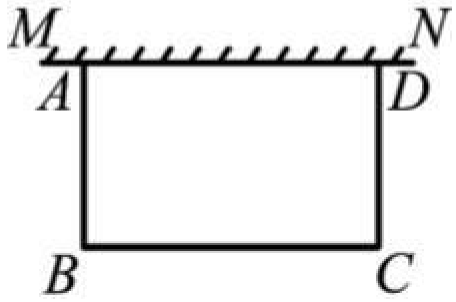
最值有时不在顶点处，则要利用函数的增减性来确定

1. 如图，在足够大的空地上有一段长为a米的旧墙MN，某人利用旧墙和木栏围成一个矩形菜园$ABCD$，其中$AD\leqslant MN$，已知矩形菜园的一边靠墙，另三边一共用了100米木栏.

（1）若a=60，求矩形菜园$ABCD$面积的最大值；

（2）若a=20，求矩形菜园$ABCD$面积的最大值；

（3）求矩形菜园$ABCD$面积的最大值.

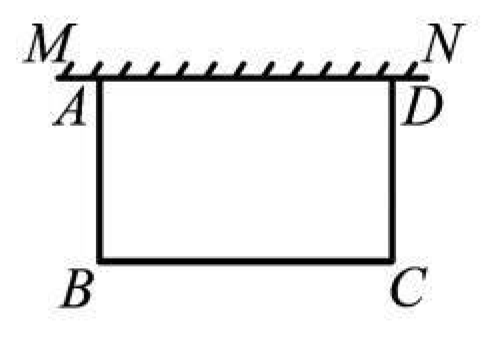


解： 设$BC=x$m，

$\therefore S=\frac{1}{2}x(100-x)=-\frac{1}{2}(x-50)^2+1250$，

巩固练习

（3）求矩形菜园$ABCD$面积的最大值.



解： 设$AD=x$m，

$\therefore S=\frac{1}{2}x(100-x)=-\frac{1}{2}(x-50)^2+1250$，

当$a\geq 50$时，则$x=50$时，S的最大值为1250；

当$0<a<50$时，则当$0<x\leq a$时，S随x的增大而增大；

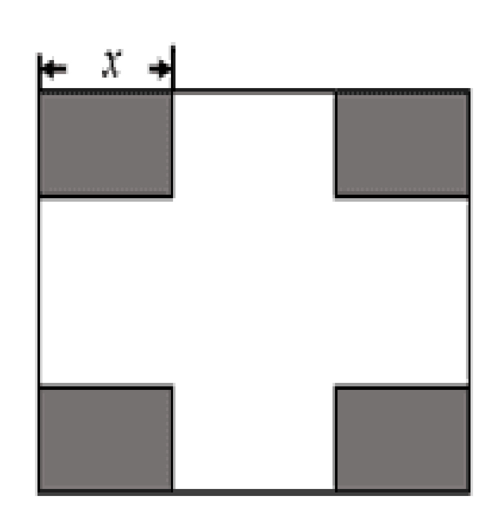
当$x=a$时，S的最大值为$50a-\frac{1}{2}a^2$，

综上所述，当$a\geq 50$时，S的最大值为1250；

当$0<a<50$时，S的最大值为$50a-\frac{1}{2}a^2$.

巩固练习

2.某社区委员会决定把一块长40m，宽30m的矩形空地改建成健身广场；设计图如图所示，矩形四周修建4个全等的长方形花坛，花坛的长比宽多5米，其余部分修建健身活动区，设花坛的长为xm(6≤x≤10)，健身活动区域的面积为Sm²．



(1)求出S与x之间的函数关系式；

(2)求健身活动区域的面积S的最大值．

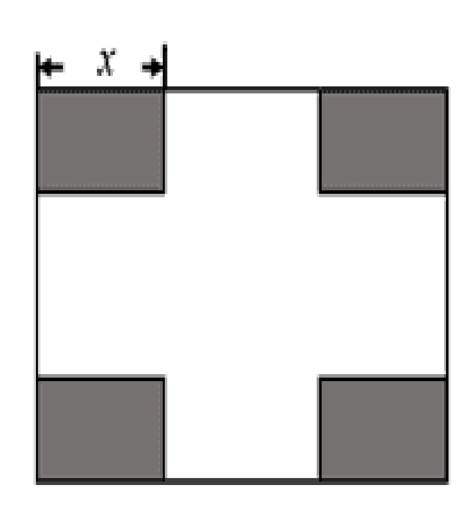
解：(1)由题意解得：

$S=40\times30-4x(x-5)=-4x^2+20x+1200$；

$(6\leq x\leq10)$

巩固练习

(2)求健身活动区域的面积S的最大值.



解：(2)$S=-4x^2+20x+1200$

$=-4\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+1225$，

$\because a=-4<0$，抛物线开口向下，对称轴为$x=\frac{5}{2}$，

$\therefore$当$6\le x\le 10$时，S随x的增大而减小，

$\therefore$当$x=6$时，S有最大值，最大值为1176，

答：活动区域面积S的最大值为$1176m^2$.

巩固练习

3.某建筑物的窗户如图所示，它的上半部是半圆，下半部是矩形，制造窗框的材料总长(图中所有的黑线的长度和)为16m.

(1)求出y与x的关系式;

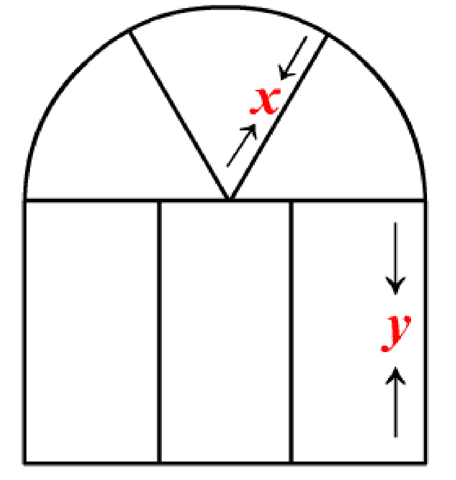
(2)当x等于多少时窗户通过的光线最多?此时窗户的面积S是多少?

解:∵$4y+6x+\pi x=16$ ∴$y=\frac{16-6x-\pi x}{4}$

∴$S=2xy+\frac{1}{2}\pi x^2=2x(\frac{16-6x-\pi x}{4})+\frac{1}{2}\pi x^2=-3x^2+8x$

∵$a=-3<0$

∴当$x=-\frac{b}{2a}=\frac{4}{3}$ m时，$S_{光线最多}=\frac{-64}{4\times(-3)}=\frac{16}{3}$ m^2



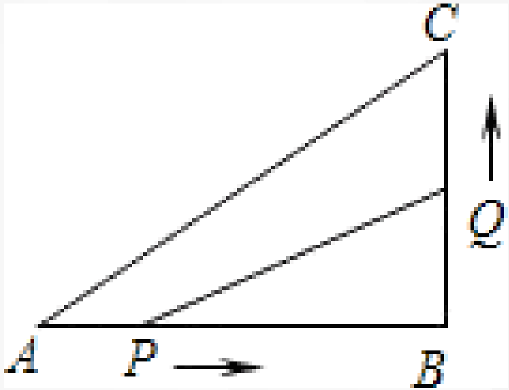
巩固练习

1.如图，在△ABC中，∠ABC＝90°，AB＝8cm，BC＝6cm，动点P，Q分别从点A，B同时开始移动（移动方向如图所示），点P的速度为2cm/s，点Q的速度为1cm/s，点P移动到B点后停止，点Q也随之停止运动，设P、Q从点A、B同时出发，运动时间为t s，四边形APQC的面积是S

(1)试写出S与t之间的函数关系式，并确定自变量的取值范围；

(2)若S是21cm²时，确定t值；

(3)t为何值时，S有最大（或最小）值，求出这个最值.



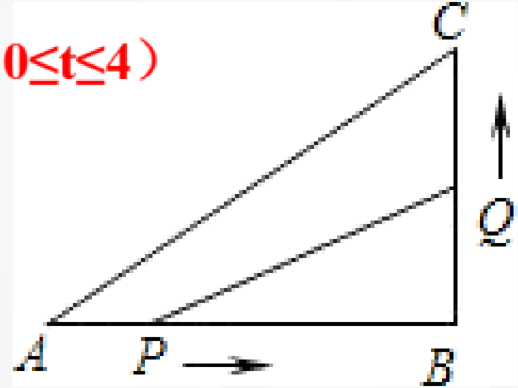
巩固练习

解：（1）∵在△ABC中，$\angle ABC=90°$，$AB=8cm$，$BC=6cm$

∴运动ts时，$AP=2t$，$BP=8-2t$，$BQ=t$

∴$S=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle PBQ}=\frac{1}{2}\times AB\times CB-\frac{1}{2}\times PB\times QB$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 6-\frac{1}{2}\times(8-2t)\times t=t^2-4t+24$（$0\le t\le 4$）



（2）当$S=21$时，则$t^2-4t+24=21$，解得$t=1$或$t=3$

（3）∵$S=t^2-4t+24=(t-2)^2+20$，

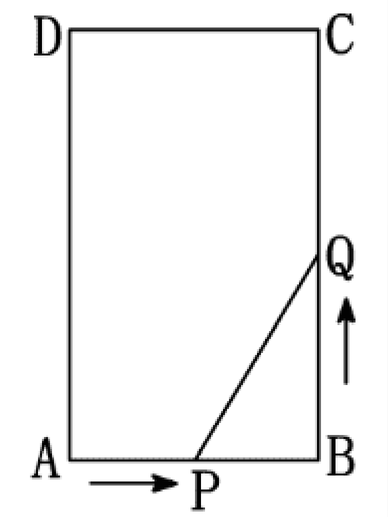
∴当$t=2$时，S有最小值20

巩固练习

2.在矩形ABCD中，AB=6cm,BC=12cm,点P从点A出发，沿AB向点B以1cm/s的速度移动，同时点Q从点B出发沿BC边向C以2cm/s的速度移动，如果PQ两点分别到达B、C两点停止移动.

(1)设运动开始后第ts时，五边形APQCD的面积为Scm²，写.出S与t的函数关系式，并指出自变量t的取值范围;

(2)t为何值时，S最小，求出S最小值.



解:(1)∵ts后，PB=6-t，BQ=2t

$\therefore S=S_{矩形ABCD}-S_{\triangle PBQ}=6\times 12-\frac{1}{2}\times(6-t)\times 2t$

即$S=t^2-6t+72=(t-3)^2+63(0<t<6)$

(2)∵$a=1>0$　∴当$t=3$时，S最小=63cm².

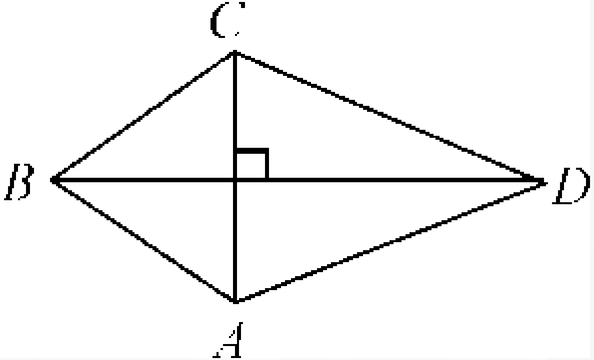
巩固练习

1.若一个直角三角形两直角边之和为20 cm,这个直角三角形的最大面积_____，两条直角边分别为_____.

2.用长40 m的篱笆围成一个矩形菜园,则围成的菜园的最大面积为_________.

巩固练习

3.如图，四边形的两条对角线AC、BD互相垂直，$AC+BD=10$，当AC、BD的长是多少时，四边形$ABCD$的面积最大？



解：设$AC=x$,四边形$ABCD$面积为y,
则$BD=(10-x)$.

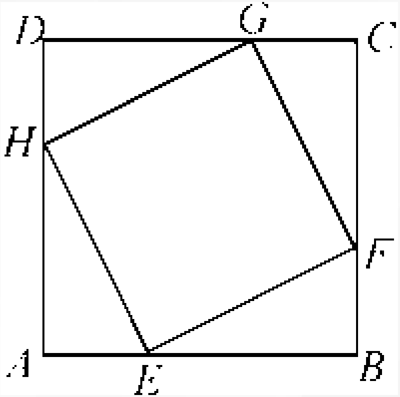
$$\therefore y=\frac{1}{2}x(10-x)=-\frac{1}{2}(x-5)^2+\frac{25}{2}.$$

$\therefore$当$x=5$时, y有最大值$\frac{25}{2}$.

即当AC、BD的长均为5时，四边形$ABCD$的面积最大.

巩固练习

4.如图，点E、F、G、H分别位于正方形$ABCD$的四条边上，四边形$EFGH$也是正方形，当点E位于何处时，正方形$EFGH$的面积最小？



解：令AB长为1，设$DH=x$，正方形$EFGH$的面积为y，则$DG=1-x$.

$$\therefore y=1^2-4\times\frac{1}{2}x(1-x)=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\ (0<x<1)$$

当$x=\frac{1}{2}$时，y有最小值$\frac{1}{2}$.

即当E位于AB中点时，正方形$EFGH$面积最小.

对接中考　1

如图，正方形ABCD的边长为1，E、F、G、H盼别为各边上的点，且AE=BF=CG=DH,设小正方形EFGH的面积为S,AE为x，则S关于x的函数图象大致是(　　)B