

高三年级阶段性检测 数学学科试卷

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。

第 I 卷（共 45 分）

一、选择题（每题只有一个选项符合题意，每题 5 分共 45 分）

1. 设全集 $U = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < 4\}$ ，集合 $A = \{-2, 0, 1, 2\}$ ， $B = \{-1, 0, 1\}$ ，则 $A \cap (\complement_U B) =$ ()

- A. $\{-2, 2\}$ B. $\{-1, 3\}$ C. $\{-2, 2, 3\}$ D. $\{-1\}$

2. “ $0 < x < 1$ ”是“ $\log_2(x+1) < 1$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

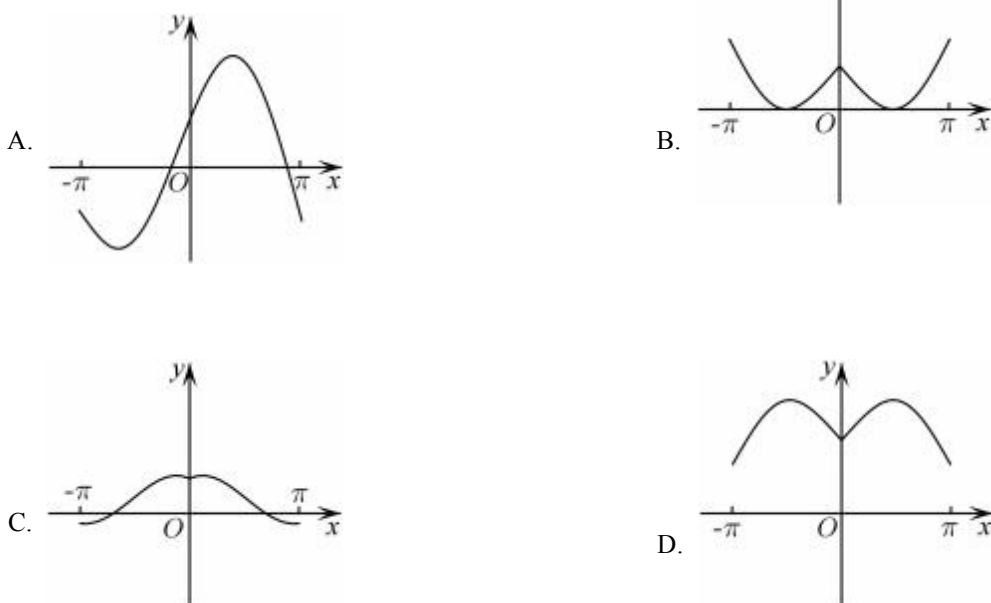
3. 命题 $p: \forall x > 0, \frac{x}{x^2+1} > 0$ 的否定是()

- A. $\forall x > 0, \frac{x}{x^2+1} \leq 0$ B. $\forall x > 0, \frac{x}{x^2+1} < 0$
C. $\exists x > 0, \frac{x}{x^2+1} < 0$ D. $\exists x > 0, \frac{x}{x^2+1} \leq 0$

4. 设 $a = 3^{\frac{1}{5}}$ ， $b = \left(\frac{1}{5}\right)^3$ ， $c = \log_3 \frac{1}{5}$ ，则 a ， b ， c 的大小关系为()。

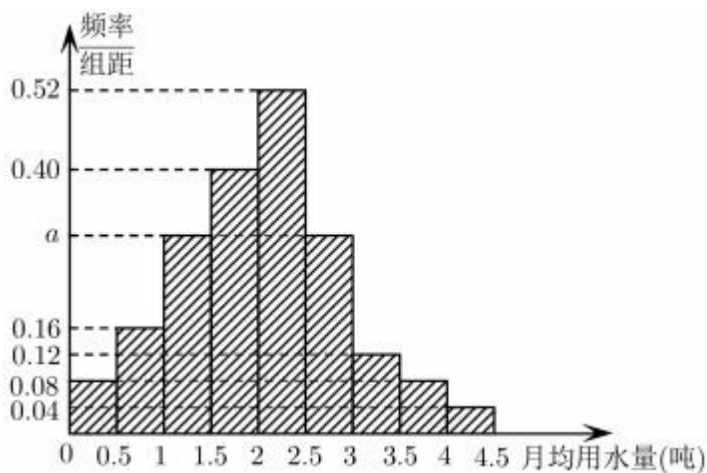
- A. $b < a < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

5. 函数 $f(x) = \ln \sqrt{|x|+1} + \cos x$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上的大致图象为()



6. 某区为了了解居民用水情况，通过抽样，获得了某年 100 位居民每人的月均用水量（单位：吨），将数据按照 $[0, 0.5)$ ， $[0.5, 1)$ ， $\dots$ ， $[4, 4.5]$ 分成 9 组，制成了如图所示的频率分布直方图。若该区有 40 万居民，估

计居民中月均用水量在 $[2.5, 3)$ 的人数为 ()



- A. 4.8 万 B. 6 万 C. 6.8 万 D. 12 万

7. 已知双曲线 $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线过点 $(\sqrt{3}, 2)$ ，且双曲线的一个焦点在抛物线

$x^2 = 4\sqrt{7}y$ 的准线上，则双曲线的方程为 ()

- A. $\frac{y^2}{21} - \frac{x^2}{28} = 1$ B. $\frac{x^2}{28} - \frac{y^2}{21} = 1$
- C. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ D. $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{3} = 1$

8. 已知矩形 $ABCD$ 的顶点都在球心为 O 的球面上， $AB = 6$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ ，且四棱锥 $O - ABCD$ 的体积为

$8\sqrt{3}$ ，则球 O 的表面积为 ()

- A. 64π B. 52π C. 48π D. $\frac{448}{81}\pi$

9. 已知函数 $f(x) = 2\sin x \cos x - \sqrt{3}(\sin^2 x - \cos^2 x)$ ，判断下列给出的四个命题，其中正确的命题有 () 个.

- ① $f(x)$ 的最小正周期为 2π ；
- ② 将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位，将得到一个偶函数；
- ③ 函数 $y = f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right)$ 上是减函数；
- ④ “函数 $y = f(x)$ 取得最大值”的一个充分条件是“ $x = \frac{\pi}{12}$ ”

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

第II卷（共 105 分）

二、填空题

10. i 是虚数单位，则复数

$$\frac{3-i}{1+2i} = \underline{\hspace{2cm}}$$

11. 若 $(2x - \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 展开式的二项式系数之和为 64，则展开式中的常数项是_____.

12. 一袋中有大小相同的 4 个红球和 2 个白球若从中任取 3 球，则恰有一个白球的概率是_____，若从中不放回的取球 2 次，每次任取 1 球，记“第一次取到红球”为事件 A，“第二次取到红球”为事件 B，则 $P(B|A) = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知正数 a, b 满足 $a + b = 1$ ，则 $\frac{1}{a} + \frac{a}{b}$ 的最小值是_____.

14. 已知圆 C 的圆心坐标是 $(0, m)$ ，若直线 $2x - y + 3 = 0$ 与圆 C 相切于点 $A(-2, -1)$ ，则圆 C 的标准方程为_____.

15. 已知平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $AD = 2$ ， $\vec{AC} \cdot \vec{AD} = 8$ ，则 $|\vec{AC}| = \underline{\hspace{2cm}}$ ；若 $\vec{CE} = \vec{E} - \vec{D}$ ，

$\vec{DF} = \lambda \vec{D} - \vec{B}$ ，则 $\vec{AF} \cdot \vec{FE}$ 的最大值为_____.

三、解答题

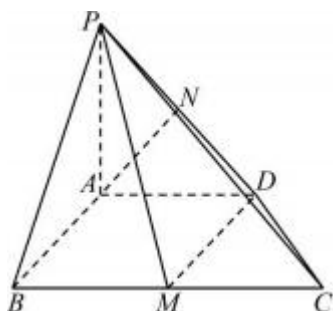
16. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ， $B = \frac{\pi}{4}$ ， $c = 3\sqrt{2}$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 6.

(1) 求 a 及 $\sin A$ 的值；

(2) 求 $\sin|\frac{2A - \pi}{6}|$ 的值.

17. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是直角梯形， $\angle ABC = \angle BAD = 90^\circ$ ， $AP \perp$ 平面 $ABCD$ ，

$AB = BC = 2AP = 2AD = 2$ ，点 M, N 分别为线段 BC 和 PD 的中点.



(1) 求证: $AN \perp$ 平面 PDM ;

(2) 求平面 PDM 与平面 PDC 夹角的正弦值;

(3) 在线段 PC (不包括端点) 上是否存在一点 E , 使得直线 BE 与平面 PDC 所成角的正弦值为 $\frac{2}{3}$, 若存在,

求出线身 PE 的长：若不存在，请说明理由.

18. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 点 $A(a, 0)$ 、 $B(0, b)$ 之间的距离为 $\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若经过点 $(0, \sqrt{2})$ 且斜率为 k 的直线 l 与椭圆 C 有两个不同的交点 P 和 Q , 则是否存在常数 k , 使得 $\vec{OP} + \vec{OQ}$ 与 $\vec{AB}$ 共线? 如果存在, 求 k 的值; 如果不存在, 请说明理由.

19. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_n > 0$ 且 $a_1 a_3 = 36$, $a_3 + a_4 = 9(a_1 + a_2)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $S_n + 1 = 3^{b_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 及数列 $\{a_n b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

(3) 设 $c_n = \frac{a_n}{(a_n + 1)(a_{n+1} + 1)}$, 求 $\{c_n\}$ 的前 $2n$ 项和 P_{2n} .

20. 已知函数 $f(x) = -2a^2 \ln x + \frac{1}{2}x^2 + ax$ ($a \in \mathbb{R}$).

(1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(3) 当 $a < 0$ 时, 求函数 $f(x)$ 在区间 $[1, e]$ 的最小值.

以上内容仅为本文档的试下载部分, 为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文, 请访问: <https://d.book118.com/296025205100010111>