2025年福建省南安第一中学高三下质量检查（2月）数学试题试卷

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

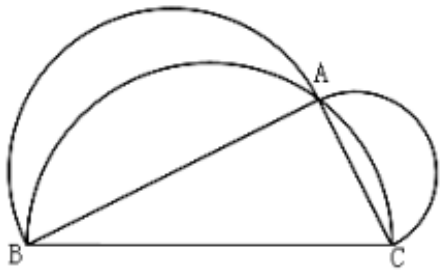
2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．下图是来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形，此图由三个半圆构成，三个半圆的直径分别为直角三角形 ABC 的斜边 BC、直角边 AB、AC，已知以直角边 AC、AB 为直径的半圆的面积之比为 $\frac{1}{4}$，记 $\angle ABC=\alpha$，则 $\cos^2\alpha+\sin 2\alpha=$（　　）



A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{4}{5}$　　C．1　　D．$\frac{8}{5}$

2．已知 $f(x)$ 为定义在 R 上的奇函数，且满足 $f(x+4)=f(x)$，当 $x\in(0,2)$ 时，$f(x)=2x^2$，则 $f(3)=$（　　）

A．-18　　B．18　　C．-2　　D．2

3．胡夫金字塔是底面为正方形的锥体，四个侧面都是相同的等腰三角形．研究发现，该金字塔底面周长除以2倍的塔高，恰好为祖冲之发现的密率 $\frac{355}{113}\approx\pi$．设胡夫金字塔的高为 h，假如对胡夫金字塔进行亮化，沿其侧棱和底边布设单条灯带，则需要灯带的总长度约为

A．$(4\pi+\frac{\sqrt{2\pi^2+4}}{2})h$　　B．$(2\pi+\frac{\sqrt{\pi^2+16}}{4})h$

C．$(8\pi+4\sqrt{2\pi^2+1})h$　　D．$(2\pi+\sqrt{2\pi^2+16})h$

4．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的一条渐近线与直线 $3x-y+5=0$ 垂直，则双曲线 C 的离心率等于(　　)

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{\sqrt{10}}{3}$　　C．$\sqrt{10}$　　D．$2\sqrt{2}$

5．若实数 x 、 y 满足 $\begin{cases} y \le 2 \\ x+y \ge 1 \\ y \ge x \end{cases}$，则 $z=x+2y$ 的最小值是（　　）

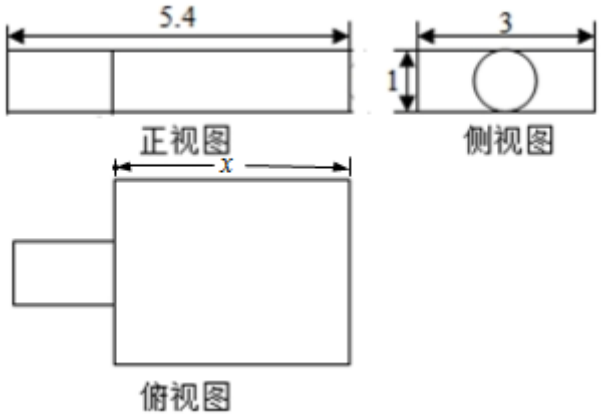
A． 6　　**B．** 5　　**C．** 2　　**D．** $\frac{3}{2}$

6．若集合 $A=\left\{x\middle|y=\sqrt{2-x}\right\}, B=\left\{x\middle|-3\le x\le 3\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A． $[-3,2]$　　**B．** $\left\{x\middle|2\le x\le 3\right\}$

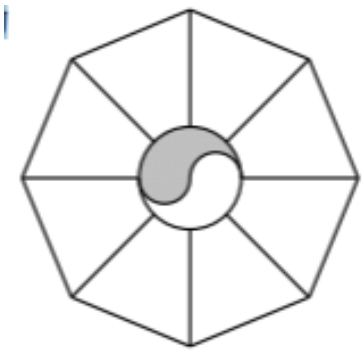
C． $(2,3)$　　**D．** $\left\{x\middle|-3\le x<2\right\}$

7．中国古代数学名著《九章算术》中记载了公元前 344 年商鞅督造的一种标准量器——商鞅铜方升，其三视图如图所示（单位：寸），若 π 取 3，当该量器口密闭时其表面积为 42.2（平方寸），则图中 x 的值为(　　)



A．3　　**B．3.4**　　**C．3.8**　　**D．4**

8．《易经》包含着很多哲理，在信息学、天文学中都有广泛的应用，《易经》的博大精深，对今天 的几何学和其它学科仍有深刻的影响．下图就是易经中记载的几何图形——八卦田，图中正八 边形代表八卦，中间的圆代表阴阳太极图，八块面积相等的曲边梯形代表八卦田．已知正八边 形的边长为 $10m$，阴阳太极图的半径为 $4m$，则每块八卦田的面积约为（　　）



A． $47.79m^2$　　**B．** $54.07m^2$

C． $57.21m^2$　　**D．** $114.43m^2$

9．甲乙丙丁四人中，甲说：我年纪最大，乙说：我年纪最大，丙说：乙年纪最大，丁说：我不是年纪最大的，若这四人中只有一个人说的是真话，则年纪最大的是（　　）

A．甲　　**B．乙**　　**C．丙**　　**D．丁**

10．某人造地球卫星的运行轨道是以地心为一个焦点的椭圆，其轨道的离心率为e，设地球半径为R，该卫星近地点离地面的距离为r，则该卫星远地点离地面的距离为（　　）

A． $\frac{1+e}{1-e}r+\frac{2e}{1-e}R$　　**B．** $\frac{1+e}{1-e}r+\frac{e}{1-e}R$

C． $\frac{1-e}{1+e}r+\frac{2e}{1+e}R$　　**D．** $\frac{1-e}{1+e}r+\frac{e}{1+e}R$

11．已知i是虚数单位，若$\frac{z}{1-i}=2i+1$，则$|z|=$（　　）

A． $\sqrt{2}$　　**B．2**　　**C．** $\sqrt{10}$　　**D．10**

12．将函数$f(x)=\sin(3x+\frac{\pi}{6})$的图像向右平移$m(m>0)$个单位长度，再将图像上各点的横坐标伸长到原来的6倍（纵坐标不变），得到函数$g(x)$的图像，若$g(x)$为奇函数，则m的最小值为（　　）

A． $\frac{\pi}{9}$　　**B．** $\frac{2\pi}{9}$　　**C．** $\frac{\pi}{18}$　　**D．** $\frac{\pi}{24}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中，S_n为其前n项和，若$a_3=1$，且$S_5=S_2+2$，则公比q的值为_____.

14．设$P(x,y)$为椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$在第一象限上的点，则$\frac{x}{4-x}+\frac{3y}{6-y}$的最小值为_____.

15．若实数□,□满足不等式组$\begin{cases}□+□-4\le 0,\\2□-3□-8\le 0,\\□\ge 1,\end{cases}$则目标函数$□=3□-□$的最大值为_____.

16．根据记载，最早发现勾股定理的人应是我国西周时期的数学家商高，商高曾经和周公讨论过“勾3股4弦5”的问题.现有ΔABC满足“勾3股4弦5”，其中“股”$AB=4$，D为“弦”BC上一点（不含端点），且ΔABD满足勾股定理，则$\left(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}\right)\cdot\overrightarrow{AD}=$_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$a_3+a_6=20$，$S_5=35$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

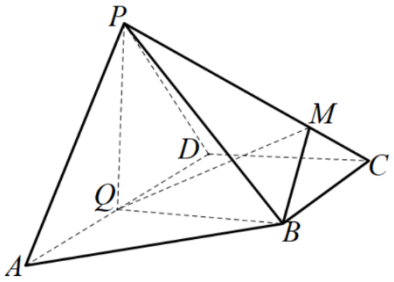
（2）设数列$\{\frac{1}{S_n+n+2}\}$的前n项和为T_n，求使$T_n>\frac{9}{20}$成立的n的最小值.

18.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\sin x}{x}$，$g\left(x\right)=m\left(x-1\right)-2\ln x$.

（1）求证：当 $x\in\left(0,\pi\right]$ 时，$f\left(x\right)<1$；

（2）若对任意 $x_0\in\left(0,\pi\right]$ 存在 $x_1\in\left(0,\pi\right]$ 和 $x_2\in\left(0,\pi\right]\left(x_1\neq x_2\right)$ 使 $g\left(x_1\right)=g\left(x_2\right)=f\left(x_0\right)$ 成立，求实数 m 的最小值.

19.（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形，$AD//BC$，$\angle ADC=90°$，平面 $PAD\perp$ 底面 $ABCD$，Q 为 AD 的中点，M 是棱 PC 上的点且 $PM=3MC$，$PA=PD=2$，$BC=\dfrac{1}{2}AD=1$，$CD=2$.



$\left(1\right)$ 求证：平面 $PQB\perp$ 平面以 PAD；

$\left(2\right)$ 求二面角 $M-BQ-C$ 的大小.

20.（12 分）已知函数 $f(x)=a^x-\log_a x-\mathrm{e}$，其中 $a>1$，e 为自然对数的底数.

（1）当 $a=e$ 时，求函数 $f(x)$ 的极值；

（2）设函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，求证：函数 $f'(x)$ 有且仅有一个零点.

21.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=xe^x-2x$

（1）求函数 $f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线方程

（2）设函数 $g(x)=f(x)-2\ln x$，对于任意 $x\in\left(0,+\infty\right)$，$g(x)>a$ 恒成立，求 a 的取值范围.

22.（10 分）在 $\triangle ABC$ 中，角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c，且 $\cos 2C+3\cos C-1=0$.

（1）求角 C 的大小；

（2）若 $b=3a$，$\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}\sin A\sin B$，求 $\sin A$ 及 c 的值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．D

【解析】

根据以直角边 AC、AB 为直径的半圆的面积之比求得 $\frac{AC}{AB}=\frac{1}{2}$，即 $\tan\alpha$ 的值，由此求得 $\sin\alpha$ 和 $\cos\alpha$ 的值，进而求得所求表达式的值.

【详解】

由于直角边 AC、AB 为直径的半圆的面积之比为 $\frac{1}{4}$，所以 $\frac{AC}{AB}=\frac{1}{2}$，即 $\tan\alpha=\frac{1}{2}$，所以 $\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{5}},\cos\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}$，

所以 $\cos^2\alpha+\sin 2\alpha=\frac{4}{5}+2\times\frac{1}{\sqrt{5}}\times\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{8}{5}$.

故选：D

本小题主要考查同角三角函数的基本关系式，考查二倍角公式，属于基础题.

2．C

【解析】

由题设条件 $f\left(x+4\right)=f\left(x\right)$，可得函数的周期是 4，再结合函数是奇函数的性质将 $f\left(3\right)$ 转化为 $f\left(1\right)$ 函数值，即可得到结论.

【详解】

由题意，$f\left(x+4\right)=f\left(x\right)$，则函数 $f\left(x\right)$ 的周期是 4，

所以，$f\left(3\right)=f\left(3-4\right)=f\left(-1\right)$，

又函数 $f\left(x\right)$ 为 R 上的奇函数，且当 $x\in\left(0,2\right)$ 时，$f\left(x\right)=2x^2$，

所以，$f\left(3\right)=f\left(-1\right)=-f\left(1\right)=-2$.

故选：C.

本题考查函数的周期性，由题设得函数的周期是解答本题的关键，属于基础题.

3．D

【解析】

设胡夫金字塔的底面边长为 a，由题可得 $\frac{4a}{2h}=\pi$，所以 $a=\frac{\pi h}{2}$，

该金字塔的侧棱长为$\sqrt{h^2+(\frac{\sqrt{2}a}{2})^2}=\sqrt{h^2+\frac{\pi^2h^2}{8}}=\frac{h\sqrt{2\pi^2+16}}{4}$，

所以需要灯带的总长度约为$4\times\frac{h\sqrt{2\pi^2+16}}{4}+4\times\frac{\pi h}{2}=(2\pi+\sqrt{2\pi^2+16})h$，故选 D.

4．B

【解析】

由于直线的斜率 k＝3 ,所以一条渐近线的斜率为$k'=-\frac{1}{3}$，即$\frac{b}{a}=\frac{1}{3}$，所以$e=\sqrt{1+(\frac{b}{a})^2}=\frac{\sqrt{10}}{3}$，选 B.

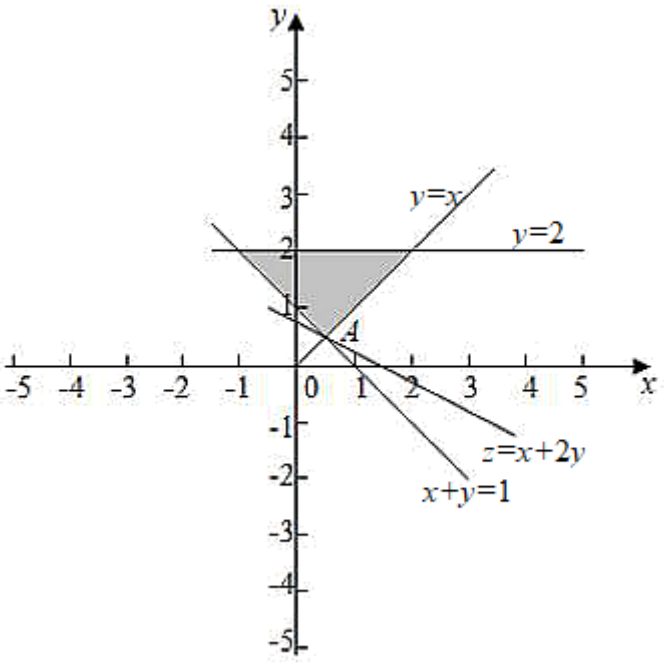
5．D

【解析】

根据约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，求出最优解的坐标，代入目标函数得答案

【详解】

作出不等式组$\begin{cases}y\le 2\\ x+y\ge 1\\ y\ge x\end{cases}$所表示的可行域如下图所示：



联立$\begin{cases}y=x\\ x+y=1\end{cases}$，得$x=y=\frac{1}{2}$，可得点$A\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$，

由$z=x+2y$得$y=-\frac{1}{2}x+z$，平移直线$y=-\frac{1}{2}x+z$，

当该直线经过可行域的顶点A时，该直线在y轴上的截距最小，

此时 z 取最小值，即 $z_{\min}=\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.

故选：D.

本题考查简单的线性规划，考查数形结合的解题思想方法，是基础题.

6．A

【解析】

先确定集合 A 中的元素，然后由交集定义求解.

【详解】

$\because A=\left\{x\middle|y=\sqrt{2-x}\right\}=\left\{x\middle|x\le 2\right\},B=\left\{x\middle|-3\le x\le 3\right\}$，$\therefore A\cap B=\left\{x\middle|-3\le x\le 2\right\}$.

故选：A.

本题考查求集合的交集运算，掌握交集定义是解题关键.

7．D

【解析】

根据三视图即可求得几何体表面积，即可解得未知数.

【详解】

由图可知，该几何体是由一个长宽高分别为 $x,3,1$ 和

一个底面半径为 $\frac{1}{2}$，高为 $5.4-x$ 的圆柱组合而成.

该几何体的表面积为

$2\left(x+3x+3\right)+\pi\cdot\left(5.4-x\right)=42.2$，

解得 $x=4$，

故选：D.

本题考查由三视图还原几何体，以及圆柱和长方体表面积的求解，属综合基础题.

8．B

【解析】

由图利用三角形的面积公式可得正八边形中每个三角形的面积，再计算出圆面积的 $\frac{1}{8}$，两面积作差即可求解.

【详解】

由图，正八边形分割成 8 个等腰三角形，顶角为 $\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$，

设三角形的腰为 a，

由正弦定理可得 $\frac{a}{\sin\frac{135^\circ}{2}}=\frac{10}{\sin 45^\circ}$，解得 $a=10\sqrt{2}\sin\frac{135^\circ}{2}$，

所以三角形的面积为：

$$S=\frac{1}{2}\times\left(10\sqrt{2}\sin\frac{135^\circ}{2}\right)^2\sin 45^\circ=50\sqrt{2}\cdot\frac{1-\cos 135^\circ}{2}=25\left(\sqrt{2}+1\right),$$

所以每块八卦田的面积约为：$25\left(\sqrt{2}+1\right)-\frac{1}{8}\times\pi\times 4^2\approx 54.07$.

故选：B

本题考查了正弦定理解三角形、三角形的面积公式，需熟记定理与面积公式，属于基础题.

9．C

【解析】

分别假设甲乙丙丁说的是真话，结合其他人的说法，看是否只有一个说的是真话，即可求得年纪最大者，即可求得答案.

【详解】

①假设甲说的是真话，则年纪最大的是甲，那么乙说谎，丙也说谎，而丁说的是真话，而已知只有一个人说的是真话，故甲说的不是真话，年纪最大的不是甲；

②假设乙说的是真话，则年纪最大的是乙，那么甲说谎，丙说真话，丁也说真话，而已知只有一个人说的是真话，故乙说谎，年纪最大的也不是乙；

③假设丙说的是真话，则年纪最大的是乙，所以乙说真话，甲说谎，丁说的是真话，而已知只有一个人说的是真话，故丙在说谎，年纪最大的也不是乙；

④假设丁说的是真话，则年纪最大的不是丁，而已知只有一个人说的是真话，那么甲也说谎，说明甲也不是年纪最大的，同时乙也说谎，说明乙也不是年纪最大的，年纪最大的只有一人，所以只有丙才是年纪最大的，故假设成立，年纪最大的是丙.

综上所述，年纪最大的是丙

故选：C.

本题考查合情推理，解题时可从一种情形出发，推理出矛盾的结论，说明这种情形不会发生，考查了分析能力和推理能力，属于中档题.

10．A

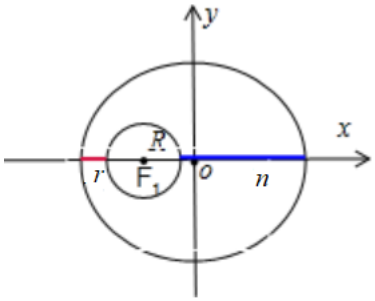
【解析】

由题意画出图形，结合椭圆的定义，结合椭圆的离心率,求出椭圆的长半轴 a,半焦距 c,即可确定该卫星远地点离地面的距离.

【详解】

椭圆的离心率：$e=\frac{c}{a}\in(0,1)$，（ c 为半焦距; a 为长半轴），

设卫星近地点，远地点离地面距离分别为 r，n，如图：



则 $n=a+c-R,\quad r=a-c-R$

所以 $a=\frac{r+R}{1-e},c=\frac{(r+R)e}{1-e}$，

$n=a+c-R=\frac{r+R}{1-e}+\frac{e(r+R)}{1-e}-R=\frac{1+e}{1-e}r+\frac{2e}{1-e}R$

故选：A

本题主要考查了椭圆的离心率的求法，注意半焦距与长半轴的求法,是解题的关键，属于中档题.

11．C

【解析】

根据复数模的性质计算即可.

【详解】

因为 $\frac{z}{1-i}=2i+1$，

所以 $z=(1-i)(2i+1)$，

$|z|=|1-i|\cdot|2i+1|=\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{10}$，

故选：C

本题主要考查了复数模的定义及复数模的性质，属于容易题.

12．C

【解析】

根据三角函数的变换规则表示出 $g(x)$，根据 $g(x)$ 是奇函数，可得 m 的取值，再求其最小值.

【详解】

解：由题意知，将函数 $f(x)=\sin(3x+\frac{\pi}{6})$ 的图像向右平移 $m(m>0)$ 个单位长度，得 $y=\sin\left[3\left(x-m\right)+\frac{\pi}{6}\right]$，再将

$y=\sin\left[3x-3m+\dfrac{\pi}{6}\right]$图像上各点的横坐标伸长到原来的 6 倍（纵坐标不变），得到函数$g(x)$的图像，

$\therefore g(x)=\sin(\dfrac{1}{2}x-3m+\dfrac{\pi}{6})$，

因为$g(x)$是奇函数，

所以$-3m+\dfrac{\pi}{6}=k\pi,k\in Z$，解得$m=\dfrac{\pi}{18}-\dfrac{k\pi}{3},k\in Z$，

因为$m>0$，所以m的最小值为$\dfrac{\pi}{18}$.

故选：C

本题考查三角函数的变换以及三角函数的性质，属于基础题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

【解析】

将已知由前 *n* 项和定义整理为$a_3+a_4+a_5=2$，再由等比数列性质求得公比，最后由数列$\{a_n\}$各项均为正数，舍根得解.

【详解】

因为$S_5=S_2+2\Rightarrow a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=a_1+a_2+2\Rightarrow a_3+a_4+a_5=2$

即$a_3+a_3\cdot q+a_3\cdot q^2=2\Rightarrow q^2+q-1=0\Rightarrow q=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

又等比数列$\{a_n\}$各项均为正数，故$q=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

故答案为：$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

本题考查在等比数列中由前 *n* 项和关系求公比，属于基础题.

14．4

【解析】

利用椭圆的参数方程，将所求代数式的最值问题转化为求三角函数最值问题，利用两角和的正弦公式和三角函数的性质，以及求导数、单调性和极值，即可得到所求最小值.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/296101203152010215