专题 15　带电粒子在磁场中的运动

目录

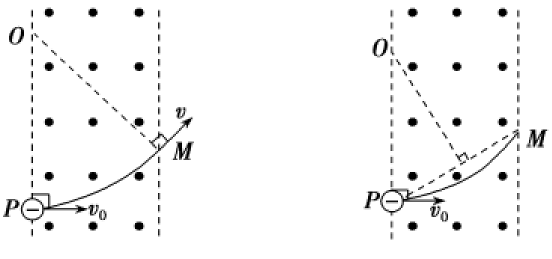
一、带电粒子在磁场中的直线运动

（1）带电粒子沿与磁感应线平行的方向进入电场，带电粒子将直线运动；

（2）磁场力与重力、电磁力或其他力的合理为零时，带电粒子将作直线运动；

二、带电粒子在复合场中做匀速圆周运动

1.　圆心的确定



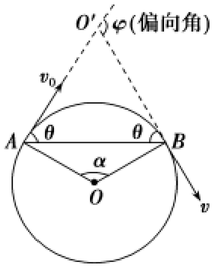
(1)已知入射点、入射方向和出射点、出射方向时，可通过入射点和出射点作垂直于入射方向和出射方向的直线，两条直线的交点就是圆弧轨道的圆心(如图甲所示).

(2)已知入射方向和入射点、出射点的位置时，可以通过入射点作入射方向的垂线，连接入射点和出射点，作其中垂线，这两条垂线的交点就是圆弧轨道的圆心(如图乙所示).

2．半径的确定和计算

利用平面几何关系，求出该圆的可能半径(或圆心角)，求解时注意以下几何特点：

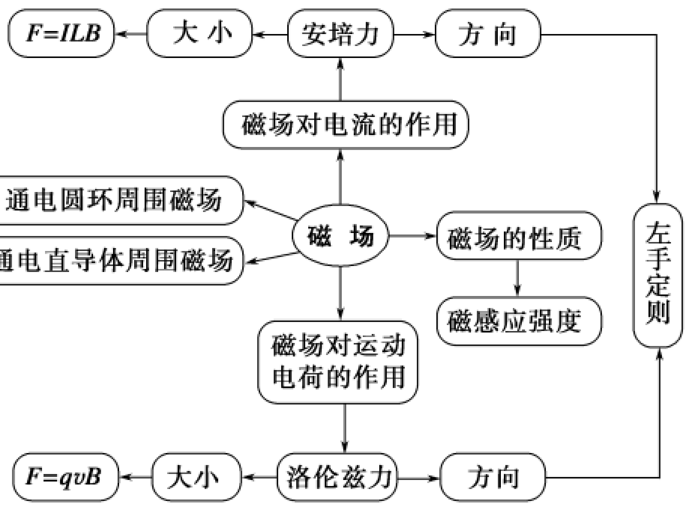
粒子速度的偏向角(φ)等于圆心角(α)，并等于 AB 弦与切线的夹角(弦切角 θ)的 2 倍(如图)，即 $\varphi=\alpha=2\theta=\omega t$.



3．运动时间的确定

粒子在磁场中运动一周的时间为 T，当粒子运动的圆弧所对应的圆心角为 α 时，其运动时间可由下式表示：$t=\frac{\alpha}{360°}T$(或 $t=\frac{\alpha}{2\pi}T$)，$t=\frac{l}{v}$(l 为弧长).

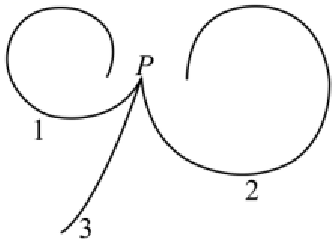
三、带电粒子在磁场中的运动



考向一　半径公式和周期公式的应用

考查方式一　半径与磁场的关系 $r=\frac{mv}{qB}$

【典例 1】正电子是电子的反粒子，与电子质量相同、带等量正电荷。在云室中有垂直于纸面的匀强磁场，从 P 点发出两个电子和一个正电子，三个粒子运动轨迹如图中 1、2、3 所示。下列说法正确的是（　　）



A．磁场方向垂直于纸面向里　　　　　　B．轨迹 1 对应的粒子运动速度越来越大

C．轨迹 2 对应的粒子初速度比轨迹 3 的大　D．轨迹 3 对应的粒子是正电子

【答案】A

【详解】AD．根据题图可知，1 和 3 粒子绕转动方向一致，则 1 和 3 粒子为电子，2 为正电子，电子带负电且顺时针转动，根据左手定则可知磁场方向垂直纸面向里，A 正确，D 错误；

B．电子在云室中运行，洛伦兹力不做功，而粒子受到云室内填充物质的阻力作用，粒子速度越来越小，B 错误；

C．带电粒子若仅在洛伦兹力的作用下做匀速圆周运动，根据牛顿第二定律可知

$$qvB = m\frac{v^2}{r}$$

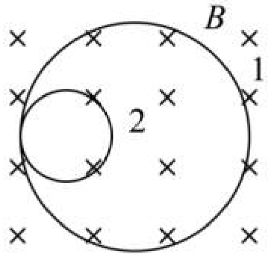
解得粒子运动的半径为

$$r = \frac{mv}{qB}$$

根据题图可知轨迹 3 对应的粒子运动的半径更大，速度更大，粒子运动过程中受到云室内物质的阻力的情况下，此结论也成立，C 错误。

故选 A。

[变式]一个静止的放射性原子核 $^{234}_{90}\mathrm{Th}$ 发生衰变后放出粒子并生成新核，衰变后放出的粒子和生成的新核速度方向均垂直于磁场方向，运动轨迹如图所示，则以下结论中正确的是（　　）



A．发生的是 α 衰变

B．轨迹 1 是放出粒子的径迹，轨迹 2 是生成的新核的径迹

C．生成的新核逆时针方向运动，放出粒子顺时针方向运动

D．生成的新核含有 143 个中子

【答案】BCD

【详解】ABC．设质量为 m、电荷量为 q 的粒子在磁感应强度大小为 B 的匀强磁场中做速率为 v、半径为 R 的匀速圆周运动，则根据牛顿第二定律有

$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

解得

$$R = \frac{mv}{Bq} = \frac{p}{Bq}$$

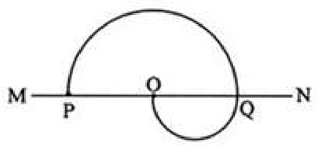
衰变过程动量守恒，而系统初动量为零，则根据反冲运动规律可知生成新核和放出粒子动量大小相等，而新核的电荷量一定比粒子的电荷量大，所以新核的轨迹半径较小，粒子的轨迹半径较大，则轨迹 1 是放出粒子的径迹，轨迹 2 是生成的新核的径迹， 又因为新核带正电，根据左手定则可以判定新核一定沿逆时针方向运动，进而可知发生衰变瞬间新核速度向下，而粒子速度向上，再根据左手定则可知粒子带负电，且沿顺时针方向运动，发生的衰变为 β 衰变，故 A 错误，BC 正确；

D．根据电荷数守恒和质量守恒可知生成的新核的质量数为 234，电荷数为 91，所以中子数（等于质量数减电荷数）为 143，故 D 正确。

故选 BCD。

考查方式二　半径与动能的关系 $r = \dfrac{mv}{qB} = \dfrac{\sqrt{2mE_k}}{qB}$

【典例 2】如图，MN 为铝质薄平板，铝板上方和下方分别有垂直于图平面的匀强磁场(未画出)。一带电粒子从紧贴铝板上表面的 P 点垂直于铝板向上射出，从 Q 点穿越铝板后到达 PQ 的中点 O。已知粒子穿越铝板时，其动能损失一半，速度方向和电荷量不变，不计重力。铝板上方和下方的磁感应强度大小之比（　）



A．2　　B．$\sqrt{2}$　　A．1　　A．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

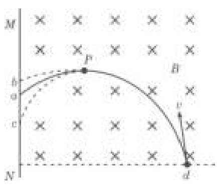
【答案】D

【解析】由题意知粒子穿越铝板时，其动能损失一半设粒子在铝板上方的动能为 E_k 上下的磁感应强度分别为 B 、B' 有几何关系可知上下方的轨迹半径满足 $r_{上} = 2r_{下}$，又 $r = \dfrac{mv}{qB} = \dfrac{\sqrt{2mE_k}}{qB}$ 则：

$$r_{上}=\frac{mv}{qB}=\frac{\sqrt{2mE_k}}{qB}=2r_{下}=2\frac{\sqrt{mE_k}}{qB'}$$ 得 $$\frac{B}{B'}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

考查方式三　半径与动量的关系 $r=\dfrac{mv}{qB}=\dfrac{P}{qB}$

【典例 3】如图所示，匀强磁场的方向垂直纸面向里，一带电微粒从磁场边界 d 点垂直于磁场方向射入，沿曲线 dpa 打到屏 MN 上的 a 点，通过 pa 段用时为 I_2若该微粒经过 P 点时，与一个静止的不带电微粒碰撞并结合为一个新微粒，最终打到屏 MN 上。两个微粒所受重力均忽略。新微粒运动的　（　　　）



A.轨迹为 pb,至屏幕的时间将小于 t　　　　B.轨迹为 pc,至屏幕的时间将大于 t

C.轨迹为 pb，至屏幕的时间将等于 t　　　　D.轨迹为 pa，至屏幕的时间将大于 t

【答案】D

【解析】设两微粒的质量分别为 m、M 碰撞前粒子的轨迹半径

为 $r=\dfrac{mv}{qB}$ ----------------①

碰撞过程： $mv=(m+M)v'$ -----------②

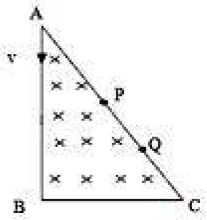
碰撞后粒子的轨迹半径为 $r'=\dfrac{(m+M)v}{qB}$ ---------③

①②③可得 $r=r'$ ---------④所以粒子仍沿 pa 运动

由 $t=\dfrac{\theta}{2\pi}T$ 及 $T=\dfrac{2\pi m}{qB}$ 可知碰撞后微粒质量增大周期增大圆心角不变所以时间变长。

考查方式四　半径公式与比荷 $r=\dfrac{m}{q}.\dfrac{v}{B}$

【典例 4】如图所示，直角三角形 ABC 区域中存在一匀强磁场，比荷相同的两个粒子（不计重力）沿 AB 方向射入磁场，分别从 AC 边上的 P、Q 两点射出，则（　　　）

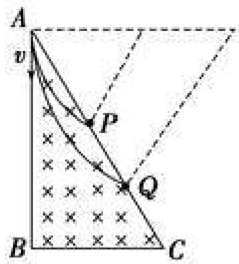


A．从 P 点射出的粒子速度大　　　　B．从 Q 点射出的粒子向心力加速度大

C．从 P 点射出的粒子角速度大　　　　D．两个粒子在磁场中运动的时间一样长

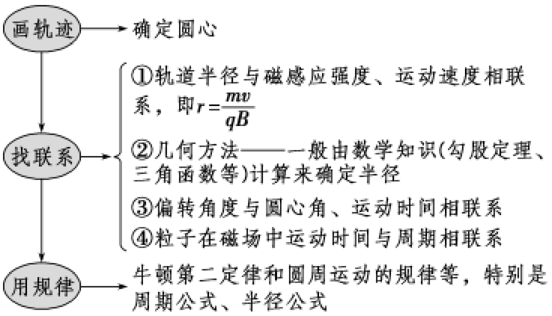
【答案】BD

【解析】 粒子在磁场中做匀速圆周运动，运动轨迹如图所示，根据几何关系(图示弦切角相等)，粒子在磁场中偏转的圆心角相等，根据粒子在磁场中运动的时间 $t=\frac{\theta}{2\pi}T$，又因为粒子在磁场中做圆周运动的周期 $T=\frac{2\pi m}{qB}$，可知粒子在磁场中运动的时间相等，选项 D 正确，C 错误；由图知，粒子运动的半径 $R_P<R_Q$，由粒子在磁场中做圆周运动的半径 $R=\frac{mv}{Bq}$知粒子运动速度 $v_P<v_Q$，选项 A 错误，B 正确



考向二　带电粒子在有界匀强磁场中的运动

1.带电粒子在磁场中做匀速圆周运动解题“三步法”



2．在轨迹中寻求边角关系时，一定要关注三个角的联系：圆心角、弦切角、速度偏角；它们的大小关系为：圆心角等于速度偏角，圆心角等于 2 倍的弦切角．在找三角形时，一般要寻求直角三角形，利用勾股定理或三角函数求解问题．

3．解决带电粒子在边界磁场中运动的问题时，一般注意以下两种情况：

(1)直线边界中的临界条件为与直线边界相切，并且从直线边界以多大角度射入，还以多大角度射出；

(2)在圆形边界磁场中运动时，如果沿着半径射入，则一定沿着半径射出．

考查方式一　直线边界磁场

直线边界，粒子进出磁场具有对称性(如图 3 所示)

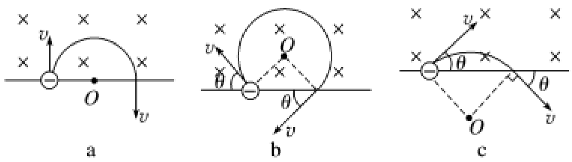
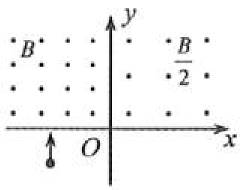


图 a 中粒子在磁场中运动的时间 $t=\frac{T}{2}=\frac{\pi m}{Bq}$

图 b 中粒子在磁场中运动的时间 $t=(1-\frac{\theta}{\pi})T=(1-\frac{\theta}{\pi})\frac{2\pi m}{Bq}=\frac{2m(\pi-\theta)}{Bq}$

图 c 中粒子在磁场中运动的时间 $t=\frac{\theta}{\pi}T=\frac{2\theta m}{Bq}$

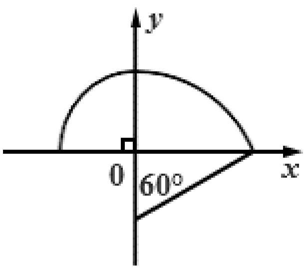
【典例5】如图，在坐标系的第一和第二象限内存在磁感应强度大小分别为$\frac{1}{2}B$和B、方向均垂直于纸面向外的匀强磁场。一质量为m、电荷量为q（$q>0$）的粒子垂直于x轴射入第二象限，随后垂直于y轴进入第一象限，最后经过x轴离开第一象限。粒子在磁场中运动的时间为（　　）



A．$\frac{5\pi m}{6qB}$　　B．$\frac{7\pi m}{6qB}$　　C．$\frac{11\pi m}{6qB}$　　D．$\frac{13\pi m}{6qB}$

【答案】B

【解析】运动轨迹如图。

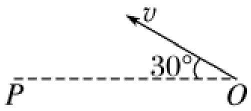


即运动由两部分组成,第一部分是$\frac{1}{4}$个周期,第二部分是$\frac{1}{6}$个周期, 粒子在第二象限运动转过的角度为90°，则运动的时间为$t_2=\frac{T_2}{4}=\frac{1}{4}\cdot\frac{2\pi m}{qB}=\frac{\pi m}{2qB}$；粒子在第一象限转过的角度为60°，则运动的时间为

$t_1=\frac{T_1}{6}=\frac{1}{6}\cdot\frac{2\pi m}{q\frac{B}{2}}=\frac{2\pi m}{3qB}$；则粒子在磁场中运动的时间为：$t=t_1+t_2=\frac{2\pi m}{3qB}+\frac{\pi m}{2qB}=\frac{7\pi m}{6qB}$

，故 B 正确，ACD 错误。

[变式 1]如图，直线 OP 上方分布着垂直纸面向里的匀强磁场，从粒子源 O 在纸面内沿不同的方向先后发射速率均为 v 的质子 1 和 2，两个质子都过 P 点．已知 $OP=a$，质子 1 沿与 OP 成 30°角的方向发射，不计质子的重力和质子间的相互作用力，则(　　)

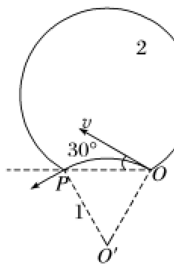


A．质子 1 在磁场中运动的半径为 $\frac{1}{2}a$　　B．质子 2 在磁场中的运动周期为 $\frac{2\pi a}{v}$

C．质子 1 在磁场中的运动时间为 $\frac{2\pi a}{3v}$　　D．质子 2 在磁场中的运动时间为 $\frac{5\pi a}{6v}$

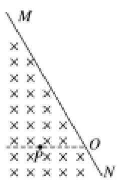
【答案】　B

【解析】　根据题意作出质子运动轨迹如图所示：



由几何知识可知，质子在磁场中做圆周运动的轨道半径：$r=a$，故 A 错误；质子在磁场中做圆周运动的周期：$T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi a}{v}$，故 B 正确；由几何知识可知，质子 1 在磁场中转过的圆心角：$\theta_1=60°$，质子 1 在磁场中的运动时间：$t_1=\frac{\theta_1}{360°}T=\frac{1}{6}T=\frac{\pi a}{3v}$，故 C 错误；由几何知识可知，质子 2 在磁场中转过的圆心角：$\theta_2=300°$，质子 2 在磁场中的运动时间：$t_2=\frac{\theta_2}{360°}T=\frac{5\pi a}{3v}$，故 D 错误．

[变式 2]如图所示，直线 MN 左下侧空间存在范围足够大、方向垂直纸面向里的匀强磁场，磁感应强度大小为 B，在磁场中 P 点有一个粒子源，可在纸面内向各个方向射出质量为 m、电荷量为 q 的带正电粒子(重力不计)，已知 $\angle POM=60°$，PO 间距为 L，粒子速率均为 $v=\frac{\sqrt{3}qBL}{2m}$，则粒子在磁场中运动的最短时间为(　　)



A. $\frac{\pi m}{2qB}$　　B. $\frac{\pi m}{3qB}$　　C. $\frac{\pi m}{4qB}$　　D. $\frac{\pi m}{6qB}$

【答案】　B

【解析】 粒子在磁场中做圆周运动，洛伦兹力提供向心力，则有：$Bvq=\frac{mv^2}{R}$，解得：$R=\frac{mv}{Bq}=\frac{m}{Bq}\cdot\frac{\sqrt{3}BqL}{2m}=\frac{\sqrt{3}}{2}L$；粒子做圆周运动的周期为：$T=\frac{2\pi R}{v}=\frac{\sqrt{3}\pi L}{\frac{\sqrt{3}BqL}{2m}}=\frac{2\pi m}{Bq}$；因为粒子做圆周运动的半径、周期都不变，那么，粒子转过的圆心角越小，则其弦长越小，运动时间越短；所以，过 P 点作 MN 的垂线，可知，粒子运动轨迹的弦长最小为：$L\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}L=R$，故最短弦长对应的圆心角为 60°，所以，粒子在磁场中运动的最短时间为：$t_{min}=\frac{1}{6}T=\frac{\pi m}{3Bq}$，故 A、C、D 错误，B 正确．

考查方式二　平行边界磁场

平行边界存在临界条件(如图所示)

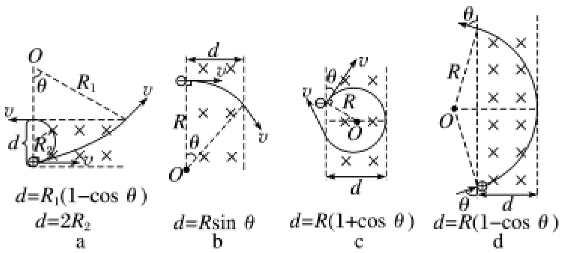


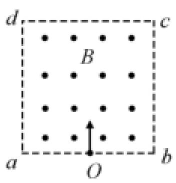
图 a 中粒子在磁场中运动的时间 $t_1=\frac{\theta m}{Bq}$，$t_2=\frac{T}{2}=\frac{\pi m}{Bq}$

图 b 中粒子在磁场中运动的时间 $t=\frac{\theta m}{Bq}$

图 c 中粒子在磁场中运动的时间 $t=(1-\frac{\theta}{\pi})T=(1-\frac{\theta}{\pi})\frac{2\pi m}{Bq}=\frac{2m(\pi-\theta)}{Bq}$

图 d 中粒子在磁场中运动的时间 $t=\frac{\theta}{\pi}T=\frac{2\theta m}{Bq}$

【典例 6】如图，边长为 l 的正方形 $abcd$ 内存在匀强磁场，磁感应强度大小为 B，方向垂直于纸面（$abcd$ 所在平面）向外。ab 边中点有一电子发射源 O，可向磁场内沿垂直于 ab 边的方向发射电子。已知电子的比荷为 k。则从 a、d 两点射出的电子的速度大小分别为（　　）

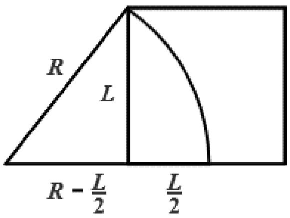


A. $\frac{1}{4}kBl$，$\frac{\sqrt{5}}{4}kBl$　　B. $\frac{1}{4}kBl$，$\frac{5}{4}kBl$　　C. $\frac{1}{2}kBl$，$\frac{\sqrt{5}}{4}kBl$　　D. $\frac{1}{2}kBl$，$\frac{5}{4}kBl$

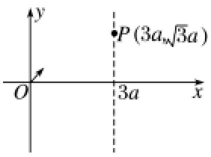
【答案】B

【解析】a 点射出粒子半径 $R_a=\frac{l}{4}=\frac{mv_a}{Bq}$，得：$v_a=\frac{Bql}{4m}=\frac{Blk}{4}$，$d$ 点射出粒子半径为 $R^2=l^2+\left(R-\frac{l}{2}\right)^2$，

$R=\frac{5}{4}l$，故 $v_d=\frac{5Bql}{4m}=\frac{5klB}{4}$，故 B 选项符合题意



[变式 1]如图所示，在 $0\le x\le 3a$ 的区域内存在与 xOy 平面垂直的匀强磁场，磁感应强度大小为 B.在 $t=0$ 时刻，从原点 O 发射一束等速率的相同的带电粒子，速度方向与 y 轴正方向的夹角分布在 0°～90°范围内．其中，沿 y 轴正方向发射的粒子在 $t=t_0$ 时刻刚好从磁场右边界上 $P(3a，\sqrt{3}a)$点离开磁场，不计粒子重力，下列说法正确的是(　　)



A．粒子在磁场中做圆周运动的半径为 $3a$

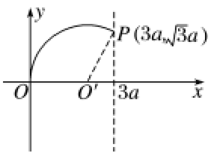
B．粒子的发射速度大小为$\frac{4\pi a}{t_0}$

C．带电粒子的比荷为$\frac{4\pi}{3Bt_0}$

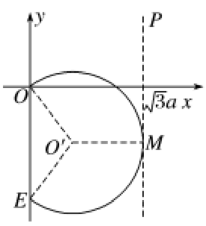
D．带电粒子在磁场中运动的最长时间为 $2t_0$

【答案】　D

【解析】　根据题意作出沿 y 轴正方向发射的带电粒子在磁场中做圆周运动的运动轨迹如图所示，

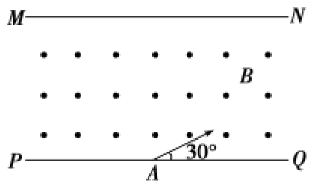


圆心为 O'，根据几何关系，可知粒子做圆周运动的半径为 $r=2a$，故 A 错误；沿 y 轴正方向发射的粒子在磁场中运动的圆心角为$\frac{2\pi}{3}$，运动时间 $t_0=\frac{\frac{2\pi}{3}\times 2a}{v_0}$，解得：$v_0=\frac{4\pi a}{3t_0}$，选项 B 错误；沿 y 轴正方向发射的粒子在磁场中运动的圆心角为$\frac{2\pi}{3}$，对应运动时间为 t_0，所以粒子运动的周期为 $T=3t_0$，由 $Bqv_0=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2r$，则$\frac{q}{m}=\frac{2\pi}{3Bt_0}$，故 C 错误；在磁场中运动时间最长的粒子的运动轨迹如图所示，



由几何知识得该粒子做圆周运动的圆心角为$\frac{4\pi}{3}$，在磁场中的运动时间为$2t_0$，故 D 正确.

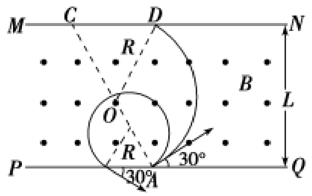
[变式 2]如图所示为一有界匀强磁场，磁感应强度大小为 B，方向垂直纸面向外，MN、PQ 为其两个边界，两边界间的距离为 L.现有两个带负电的粒子同时从 A 点以相同速度沿与 PQ 成 30°的方向垂直射入磁场，结果两粒子又同时离开磁场．已知两带负电的粒子质量分别为 $2m$ 和 $5m$，电荷量大小均为 q，不计粒子重力及粒子间的相互作用，则粒子射入磁场时的速度为(　　)



A. $\frac{\sqrt{3}BqL}{6m}$　　B. $\frac{\sqrt{3}BqL}{15m}$　　C. $\frac{BqL}{2m}$　　D. $\frac{BqL}{5m}$

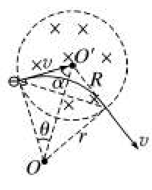
【答案】B

【解析】由于两粒子在磁场中运动时间相等，则两粒子一定是分别从 MN 边和 PQ 边离开磁场的，如图所示，由几何知识可得质量为 $2m$ 的粒子对应的圆心角为 300°，由 $t=\frac{\theta}{2\pi}T$ 得质量为 $5m$ 的粒子对应的圆心角为 120°，由图可知$\triangle OCD$ 为等边三角形，可求得 $R=\frac{\sqrt{3}}{3}L$，由 $Bqv=\frac{5mv^2}{R}$得 $v=\frac{\sqrt{3}BqL}{15m}$，B 正确.



考查方式三 圆形边界磁场

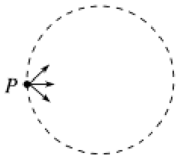
沿径向射入圆形磁场的粒子必沿径向射出，运动具有对称性(如图 9 所示)



粒子做圆周运动的半径 $r=\frac{R}{\tan\theta}$

粒子在磁场中运动的时间 $t=\frac{\theta}{\pi}T=\frac{2\theta m}{Bq}\theta+\alpha=90°$

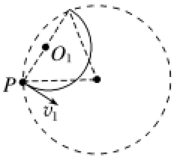
【典例 7】如图，虚线所示的圆形区域内存在一垂直于纸面的匀强磁场，P 为磁场边界上的一点，大量相同的带电粒子以相同的速率经过 P 点，在纸面内沿不同的方向射入磁场，若粒子射入速率为 v_1，这些粒子在磁场边界的出射点分布在六分之一圆周上；若粒子射入速率为 v_2，相应的出射点分布在三分之一圆周上，不计重力及带电粒子之间的相互作用，则 $v_2∶v_1$ 为(　　)



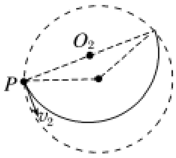
A.$\sqrt{3}$∶2　　　　B.$\sqrt{2}$∶1　　　　C.$\sqrt{3}$∶1　　　　D．3∶$\sqrt{2}$

【答案】　C

【解析】　设圆形磁场半径为 R，若粒子射入的速率为 v_1，轨迹如图甲所示，由几何知识可知，粒子运动的轨道半径为 $r_1=R\cos 60°=\frac{1}{2}R$；若粒子射入的速率为 v_2，轨迹如图乙所示，由几何知识可知，粒子运动的轨道半径为 $r_2=R\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}R$；根据轨道半径公式 $r=\frac{mv}{qB}$可知，$v_2∶v_1=r_2∶r_1=\sqrt{3}∶1$，故选项 C 正确．

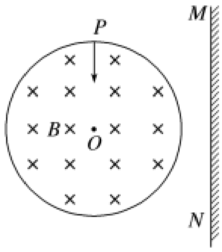


甲



乙

[变式]　**(多选)**如图所示，在半径为 R 的圆形区域内充满磁感应强度为 B 的匀强磁场，MN 是一竖直放置的感光板．从圆形磁场最高点 P 以速度 v 垂直磁场正对着圆心 O 射入带正电的粒子，且粒子所带电荷量为 q、质量为 m，不考虑粒子重力，关于粒子的运动，以下说法正确的是(　　)



A．粒子在磁场中通过的弧长越长，运动时间也越长

B．射出磁场的粒子其出射方向的反向延长线也一定过圆心 O

C．射出磁场的粒子一定能垂直打在 MN 上

D．只要速度满足 $v=\frac{qBR}{m}$，入射的粒子出射后一定垂直打在 MN 上

【答案】　BD

【解析】　速度不同的同种带电粒子在磁场中做匀速圆周运动的周期相等，对着圆心入射的粒子，速度越大在磁场中轨道半径越大，弧长越长，轨迹对应的圆心角 θ 越小，由 $t=\frac{\theta}{2\pi}T$ 知，运动时间 t