

专题 22 平行与垂直重难点题型专训 (7 大题型)



【题型目录】

题型一 平面内两直线的位置关系

题型二 立体图形中平行的棱

题型三 用直尺、三角板画平行线

题型四 垂线的定义理解

题型五 画垂线

题型六 垂线段最短

题型七 点到直线的距离

【知识梳理】

知识点一：平行

1、定义：同一平面内的两条直线的位置有两种：平行或相交。在同一平面内，不相交的两条直线叫做平行线。

定义中的三个要点：(1) 在同一平面内；(2) 不相交，即没有公共点；(3) 两条直线，而不是线段或射线。

2、平行公理：过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行。

3、平行公理的推论：如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行。

知识点二：垂直

1. 垂直的定义：如图，直线 a 、 b 相交成的四个角中有一个角是直角（通常标上直角标记），则直线 a 与直线 b 互相垂直，记作 $a \perp b$ 或者 $b \perp a$ ，交点 O 就是垂足。其中 a 是 b 的垂线， b 也是 a 的垂线。垂线是直线，且相对于另一条直线而言。

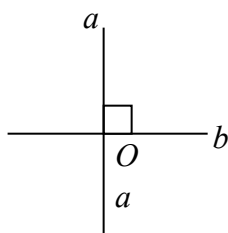


图 1

2. 垂直定义的应用：

(1) 判定：若直线 AB 和 CD 相交，交点为 O ， $\angle BOC = 90^\circ$ ，则 $AB \perp CD$ 。这个推理过程可表示为：

$$\because \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\therefore AB \perp CD. \quad (\text{垂直的判定}).$$

(2) 性质：若两条直线 $AB \perp CD$ ，垂足为点 O ，则

$$\angle AOC = \angle AOD = \angle BOC = \angle BOD = 90^\circ,$$

这个推理过程可表示为:

$$\because AB \perp CD$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ \quad (\text{垂直的定义}).$$

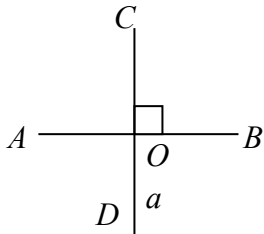


图 2



【经典例题一 平面内两直线的位置关系】

1. (2021 上·四川甘孜·七年级统考期末) 若整数 a 使关于 x 的方程 $ax - 3 = -9 - x$ 有负整数解, 且 a 是三条直线在同一平面内交点的个数, 则满足条件的所有 a 的和为 ()

A. 8

B. 7

C. 5

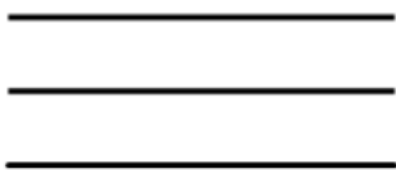
D. 3

【答案】D

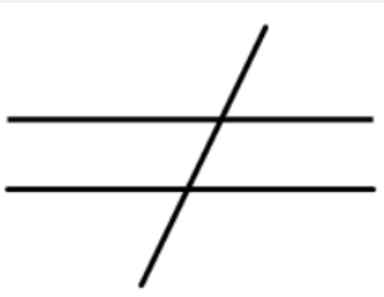
【分析】从平行线的角度考虑, 先考虑三条直线都平行, 再考虑两条、直至都不平行, 作出草图即可看出三条直线在平面内交点的个数; 再解方程求出关于 a 与 x 的值, 根据“方程有负整数解”得出 a 的值, 看是否符合题意, 得出满足条件的所有 a 的个数即可.

【详解】解: 四条直线在平面内交点的个数有以下几种情况:

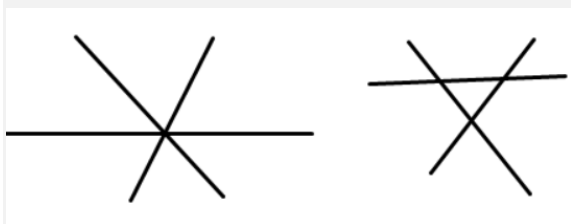
(1) 当三条直线平行时, 无交点,



(2) 当两条平行, 有 2 个交点,



(3) 三条直线没有平行线时，



有 1 个交点或 3 个交点，

故三条直线在平面内交点的个数为：0 或 1 或 2 或 3；

解方程 $ax - 3 = -9 - x$ 得： $x = \frac{-6}{a+1}$ ，

∵ 方程组有负整数解， a 为整数，

∴ $\frac{-6}{a+1} = -1$ 或 $\frac{-6}{a+1} = -2$ 或 $\frac{-6}{a+1} = -3$ 或 $\frac{-6}{a+1} = -6$ ，

解得： $a = 5$ 或 2 或 1 或 0 ，

∵ a 也是四条直线在平面内交点的个数，

∴ 满足条件的 a 的值有：0, 1, 2 共三个，和为 3，

故选：D.

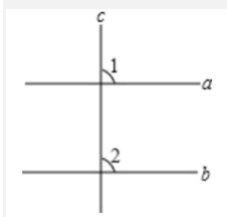
【点睛】 本题考查平行线与相交线的位置关系，没有明确平面上三条不重合直线的位置关系，需要运用分类讨论思想，从三条直线都平行，然后数量上依次递减，直至都不平行，这样可以做到不重不漏，准确找出所有答案. 也考查了解一元一次方程，一元一次方程的整数解.

2. (2022 下·上海嘉定·七年级校联考期中) 已知直线 a 、 b 、 c 在同一平面内，且满足 $a \parallel b$ ， $b \perp c$ ，那么直线 a 与 c 的位置关系是： $a \underline{\quad} c$. (从“ \parallel ”或“ \perp ”中选择)

【答案】 \perp .

【分析】 首先根据题意画出示意图，根据平行线的性质易得 $\angle 1 = \angle 2$ ，接下来根据 $b \perp c$ 得出 $\angle 2$ 的度数，进而求出 $\angle 1$ 的度数，即可得到答案.

【详解】 如图所示：



∵ $a \parallel b$,

∴ $\angle 1 = \angle 2$.

$\therefore b \perp c$,

$\therefore \angle 2 = 90^\circ$,

$\therefore \angle 1 = 90^\circ$,

$\therefore a \perp c$. 故答案: \perp .

【点睛】 本题主要考查两条直线位置关系的判断, 掌握两条直线垂直、平行的判定方法是解题的关键.

3. (2022 下·江苏南京·七年级南京市金陵汇文学校校考阶段练习) 在间一平面内, 有 2022 条互不重合的直线, $l_1, l_2, l_3, \dots, l_{2022}$, 若 $l_1 \perp l_2, l_2 \parallel l_3, l_3 \perp l_4, l_4 \parallel l_5$, 以此类推, 则 l_1 和 l_{2022} 的位置关系是_____.

【答案】 $l_1 \perp l_{2022}$.

【分析】 首先根据题意判断 l_1 与 $l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, l_7$ 的关系, 即可得到规律: $\perp, \perp, \parallel, \parallel$, 四个一循环, 再求 2022 与 4 的商, 即可求得 l_1 与 l_{2022} 的位置关系.

【详解】 l_1 与 l_{2022} 的位置关系为: $l_1 \parallel l_{2008}$.

理由: $\because l_1 \perp l_2, l_2 \parallel l_3$,

$\therefore l_1 \perp l_3$,

$\because l_3 \perp l_4$,

$\therefore l_1 \parallel l_4$,

$\because l_4 \parallel l_5$,

$\therefore l_1 \parallel l_5$,

$\because l_5 \perp l_6$,

$\therefore l_1 \perp l_6$,

$\because l_6 \parallel l_7$,

$\therefore l_1 \perp l_7$,

\therefore 可得规律为: $l_1 \perp l_2, l_1 \perp l_3, l_1 \parallel l_4, l_1 \parallel l_5$,

$l_1 \perp l_6, l_1 \perp l_7, l_1 \parallel l_8, l_1 \parallel l_9$,

...

则 $l_1 \parallel l_4, l_1 \parallel l_5, l_1 \parallel l_8, l_1 \parallel l_9, l_1 \parallel l_{12}, l_1 \parallel l_{13}, l_1 \parallel l_{16}, l_1 \parallel l_{17} \dots$

$l_1 \perp l_2, l_1 \perp l_3, l_1 \perp l_6, l_1 \perp l_7, l_1 \perp l_{10}, l_1 \perp l_{11}, l_1 \perp l_{14}, l_1 \perp l_{15} \dots$

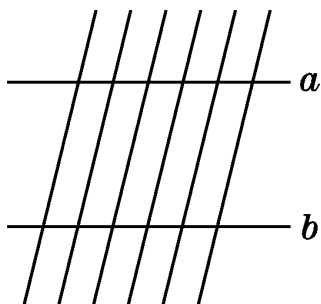
$\therefore 2022 \div 4 = 504 \dots 3$

$\therefore l_1 \perp l_{2022}$.

故答案为 $l_1 \perp l_{2022}$.

【点睛】 此题考查了平行线与垂线的关系. 注意找到规律: $\perp, \perp, \parallel, \parallel$, 四个一循环, 是解此题的关键.

4. (2023·全国·九年级专题练习) 如图, 一组互相平行的直线有 6 条, 它们和两条平行线 a, b 都相交, 构成若干个“#”形, 则此图中共有多少个“#”形?



【答案】 15 个

【分析】 分别求出以一个“#”形为基本图形的个数, 以两个“#”形为基本图形的个数, 以三个“#”形为基本图形的个数, 以四个“#”形为基本图形的个数, 以五个“#”形为基本图形的个数, 然后相加即可得到答案.

【详解】 解: 以一个“#”形为基本图形的有 5 个, 以两个“#”形为基本图形的有 4 个, 以三个“#”形为基本图形的有 3 个, 以四个“#”形为基本图形的有 2 个, 以五个“#”形为基本图形的有 1 个,

\therefore 共有 $5+4+3+2+1=15$ (个).

【点睛】 本题主要考查了平行线与相交线, 解题的关键在于能够分情况进行讨论求解.



【经典例题二 立体图形中平行的棱】

1. (2022 下·河北衡水·七年级校考阶段练习) 有一正棱锥的底面为正三角形. 若此正棱锥其中两个面的周长分别为 27、15, 则此正棱锥所有边的长度和为多少? ()

A. 36

B. 42

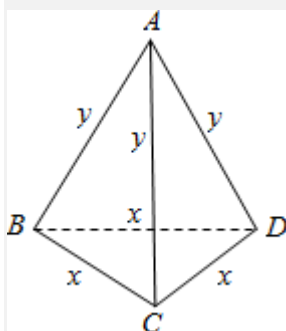
C. 45

D. 48

【答案】 D

【分析】 根据题意画出图形, 得出 $2y+x=27$, $3x=15$, 求出 x 和 y , 即可得出结果.

【详解】 如图所示: 根据题意得:



$2y+x=27$, $3x=15$,

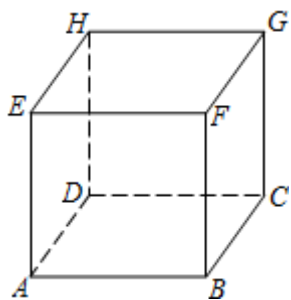
其他都不符合三角形条件，解得： $x=5$ ， $y=11$ ，

\therefore 正棱锥所有边的长度和 $=3x+3y=15+33=48$ ；

故选：D.

【点睛】此题考查立体图形，根据题意画出图形，得出关系式是解题的关键.

2. (2021·上海·上海市实验学校校考二模) 如图，在长方体 ABCD-EFGH 中，与棱 AD 平行的平面共有 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 B

【分析】先找出不过棱 AD 的平面，确定平面内有与 AD 平行的直线即可.

【详解】解： \because 在长方体 ABCD-EFGH 中， $AD \parallel EH \parallel BC$ ，

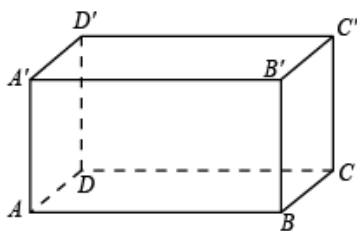
$\therefore AD \parallel$ 平面 EFGH， $AD \parallel$ 平面 BCGF，

\therefore 与棱 AD 平行的平面共有 2 个.

故选择：B.

【点睛】本题主要考查立体图形与平行线，利用平行线的定义找出与棱 AD 平行的平面并准确观察图形是解题的关键.

3. (2022 下·七年级课时练习) 观察如图所示的长方体.



(1)用符号表示下列两棱的位置关系： AB $A'B'$ ， AA' AB ， $D'A'$ $D'C'$ ， AD BC .

(2) $A'B'$ 与 BC 所在的直线是两条不相交的直线，它们 平行线. (填“是”或“不是”)

【答案】 \parallel \perp \perp \parallel 不是

【分析】(1) 根据长方体的性质进行填空；

(2) 根据平行线的定义进行填空.

【详解】解：(1) 如图，在矩形 ABB_1A_1 中， $AB \parallel A_1B_1$ ， $AA_1 \perp AB$ ；

在矩形 $A_1B_1C_1D_1$ 中， $D_1A_1 \perp D_1C_1$ ；

在矩形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ 。

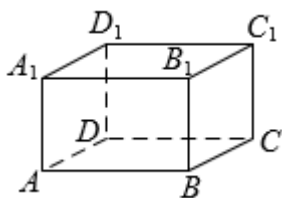
故答案分别是： \parallel ， \perp ， \perp ， \parallel ；

(2) 根据图示知，直线 A_1B_1 与 BC 不在同一平面内，所以它们虽然没有交点，但是它们也不平行。

故答案为：不是。

【点睛】本题考查平行线的定义、垂直的定义。注意，在同一平面内，两条直线的位置关系有两种：平行和相交（重合除外）。

4. (2022 下·七年级课时练习) 观察下图所示的长方体，回答下列问题。



(1) 用符号表示两棱的位置关系： $A_1B_1 \parallel AB$ ， $AA_1 \perp AB$ ， $A_1D_1 \perp C_1D_1$ ， $AD \parallel BC$ ；

(2) AB 与 B_1C_1 所在的直线不相交，它们不是平行线(填“是”或“不是”)。由此可知，在同一平面内，两条不相交的直线才是平行线。

【答案】【答题空 1】 \parallel

【答题空 2】 \perp

【答题空 3】 \perp

【答题空 4】 \parallel

【答题空 5】不是

【答题空 6】同一平面

【分析】根据长方体的结构特点及平行线、垂线的定义可知： $A_1B_1 \parallel AB$ ， $AA_1 \perp AB$ ， $A_1D_1 \perp C_1D_1$ ， $AD \parallel BC$ ， AB 与 B_1C_1 所在的直线不相交，它们不是平行线，在同一平面内，两条不相交的直线才是平行线，

【详解】(1) 解： \because 四边形 A_1ABB_1 是矩形，

$\therefore A_1B_1 \parallel AB$ ， $AA_1 \perp AB$ ，

\because 四边形 $A_1D_1C_1B_1$ 是矩形，

$\therefore A_1D_1 \perp C_1D_1$ ，

∵ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

∴ $AD \parallel BC$

故答案为: \parallel , \perp , \perp , \parallel .

(2) AB 与 B_1C_1 不在同一平面内, AB 与 B_1C_1 所在的直线不相交, 它们不是平行线,

∴ 平行线的定义, 在同一平面内, 两条不相交的直线才是平行线.

不是, 同一平面.

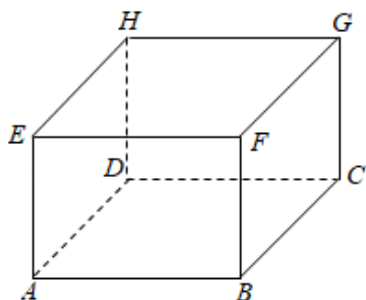
【点睛】 本题考查平行线的定义, 相交线, 掌握平行线的定义是解题关键.

5. (2021 下·七年级课时练习) 如图, 在长方体 $ABCD-EFGH$ 中,

(1) 与棱 AD 平行的棱为_____;

(2) 与棱 CD 平行的平面为_____;

(3) 与平面 $ADHE$ 垂直的平面为_____.



【答案】 (1) 棱 EH , FG , BC ; (2) 平面 $ABFE$, 平面 $EHGF$; (3) 平面 $ABFE$, 平面 $ABCD$, 平面 $CDHG$, 平面 $EFGH$

【分析】 根据平行线的定义, 平行的平面的定义, 平面与平面垂直的定义等知识解答即可.

【详解】 解: (1) 与棱 AD 平行的棱为棱 EH , FG , BC .

(2) 与棱 CD 平行的平面为平面 $ABFE$, 平面 $EHGF$.

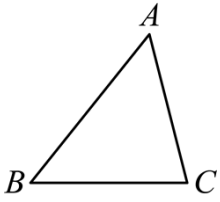
(3) 与平面 $ADHE$ 垂直的平面为平面 $ABFE$, 平面 $ABCD$, 平面 $CDHG$, 平面 $EFGH$.

【点睛】 本题考查认识立体图形, 平行线的定义, 直线与平面平行的定义, 平面与平面垂直的定义等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.



【经典例题三 用直尺、三角板画平行线】

1. (2022 下·北京·七年级北师大实验中学学校考期末) 如图, 已知 $\triangle ABC$, 请你按下列步骤画图: (用三角板、量角器等工其画图, 不写画法, 只保留画图痕迹)

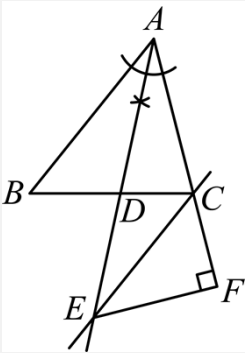


- ①画 $\angle BAC$ 的平分线交线段 BC 于点 D ;
- ②过点 C 画 AB 的平行线交射线 AD 于点 E ;
- ③过点 E 作 AC 的垂线段, 垂足是 F .

【答案】 见解析

【分析】 ①根据角平分线的定义画出图形即可; ②根据平行线的定义画出图形即可; ③根据垂线段的定义画出图形即可.

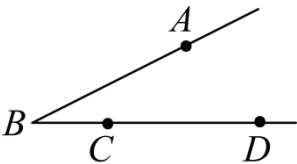
【详解】 如图所示:



- ①射线 BC 即为所求;
- ②直线 CE 即为所求;
- ③线段 EF 即为所求.

【点睛】 本题考查了简单作图, 掌握角平分线、垂线和平行线的定义是解题的关键.

2. (2023 下·辽宁沈阳·七年级沈阳市第一二六中学校联考阶段练习) 根据下列要求画图:



- (1)过点 D 点画线段 AB 的垂线 DE ;
- (2)以 C 为顶点作 $\angle GCD$, 使 $\angle GCD = \angle ABC$;
- (3)连接 AD , 若格点 P (不与 D 点重合), 满足 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle ABD}$, 则此网格中满足条件的格点 P 有_个.

【答案】 (1)见解析

(2)见解析

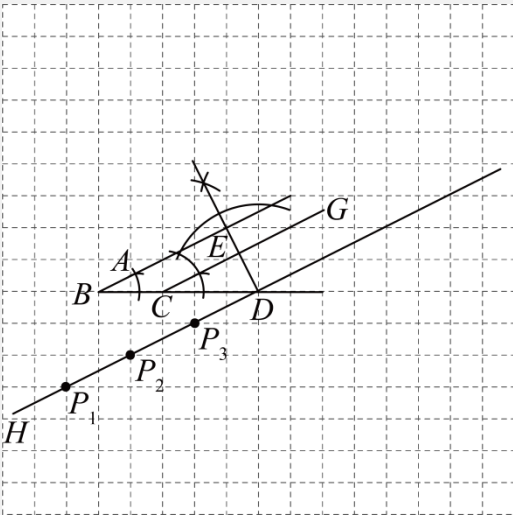
(3)3

【分析】(1) 根据过一点做已知直线的垂线的方法即可解答；

(2) 根据作一个角等于已知角的方法即可解答；

(3) 根据同底等高两个三角形的面积相等，过点 D 作 $DH \parallel AB$ 即可解答.

【详解】(1) 解：如图所示 DE 即为所求，



(2) 解：如图所示 $\angle GCD$ 即为所求，

(3) 解： $\because S_{\triangle ABP} = S_{\triangle ABD}$ ，

\therefore 两个三角形同底等高，

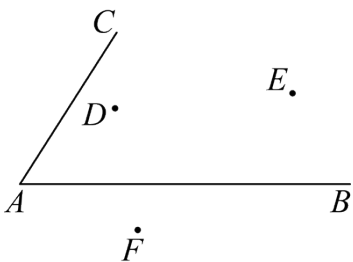
\therefore 过 D 作 $DH \parallel AD$ ，

\therefore 点 P 在直线 DH 上，

\therefore 和网格的交点有 3 个，

【点睛】本题考查了过一点作已知直线的垂线的方法，作一个角等于已知角的方法，作同底等高三角形的方法，掌握过一点做已知直线的垂线的方法是解题的关键.

3. (2023 上·江苏宿迁·七年级统考期末) 如图， AB 、 AC 分别是两条笔直的公路， D 、 E 、 F 是三个商店.



(1) 如果经过点 E 处建设一条公路，使这条公路与公路 AC 平行，且交 AB 于点 M ，在图上画出这条公路

EM .

(2) 一个人从 E 处走最近的路线到达公路 AB ，画出这个人行走的路线 EH 。

(3) 一辆货车在公路 AB 上行驶，当停在 P 处时，可以使 D 、 F 两处的人到货车的距离之和最小，画出点 P 的位置。这样画的依据是_。

【答案】(1)图见解析；

(2)图见解析；

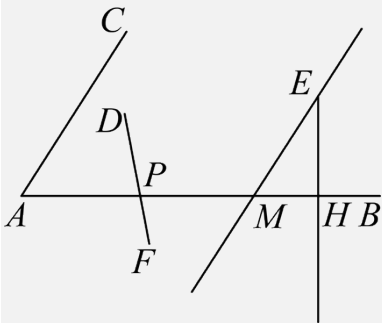
(3)图见解析，两点之间线段最短；

【分析】(1) 根据尺规作平行线的方法即可解答；

(2) 根据尺规作垂线的方法即可解答；

(3) 根据两点之间线段最短即可解答。

【详解】(1) 解：如图所示 EM 即为所求，



(2) 解：如图所示 EH 即为所求，

(3) 解：如图所示点 P 即为所求

依据是：两点之间线段最短；

故答案为：两点之间线段最短。

【点睛】 本题考查了尺规作平行线的方法，两点之间线段最短，尺规作垂线的方法，掌握尺规作图法是解题的关键。

4. (2022 上·河南南阳·七年级统考期末) 已知平面上有 A 、 C 、 D 三点，如图，请按要求完成下列问题。

C .

A .

D .

- (1)画射线 AD ，线段 AC ；
- (2)利用圆规在射线 AD 上截取 DB ，使 $DB = DA$ （保留作图痕迹），连接 BC ；
- (3)过点 D 画出 AC 的平行线 DF ，交 BC 于 E ；
- (4)通过测量猜测线段 DE 与 AC 之间的数量关系.

【答案】(1)见解析

(2)见解析

(3)见解析

(4) $DE = \frac{1}{2}AC$

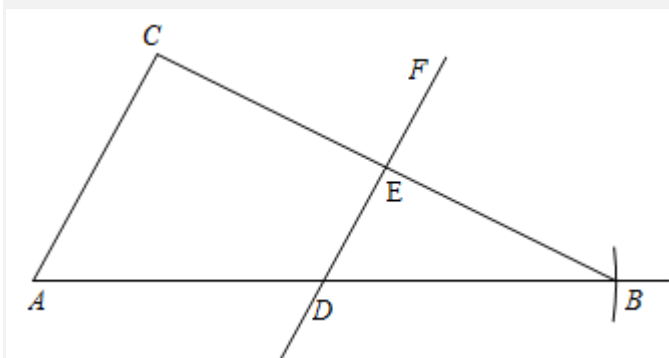
【分析】(1) 根据射线，线段的定义画出图形即可；

(2) 以 D 为圆心在射线 AD 上截取 $DB=AD$ ，连接 BC 即可；

(3) 根据要求画出图形即可；

(4) 利用测量法解决问题即可.

【详解】(1) 解：如图，射线 AD ，线段 AC 即为所求；



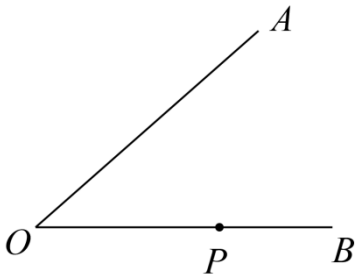
(2) 如图，线段 DB 即为所求；

(3) 如图，直线 DE 即为所求；

(4) 经测量可得： $DE = \frac{1}{2}AC$

【点睛】 本题考查作图-应用与设计作图，平行线的判定和性质等知识，解题的关键是理解直线，射线，线段的定义，属于中考常考题型.

5. (2022 下·福建漳州·七年级福建省诏安县第二实验中学学校考期中) 已知：如图，点 P 为 $\angle AOB$ 的边 OB 上一点，



(1)求作：过点 P 作 $\angle CPB$ ，使得 $\angle CPB = \angle AOB$ ；（要求保留作图痕迹）

(2)直线 CP 和 OA 的位置关系是_.

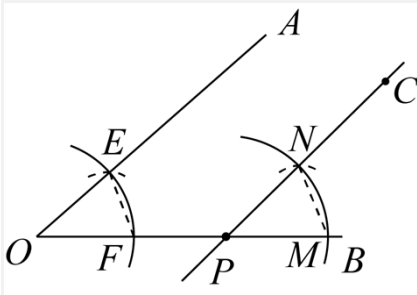
【答案】(1)见详解

(2)平行

【分析】(1) 先以 O 点为圆心，任意长为半径画弧交 OA 、 OB 于 E 、 F ，再以 P 点为圆心， OE 为半径画弧交 PB 于 M ，然后分别以 M 、 F 为圆心， EF 为半径画弧，两弧相交于点 N ，则直线 PN 满足条件；

(2) 由同位角相等，两直线平行，即可得到结论成立.

【详解】(1) 解：如图所示：



(2) 证明： $\because \angle AOB = \angle CPB$ ，

$\therefore CP \parallel OA$ ，

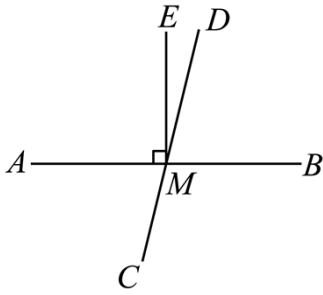
故答案为：平行.

【点睛】 本题考查了作图——复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解题的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．



【经典例题四 垂线的定义理解】

1. (2021 上·黑龙江哈尔滨·八年级哈尔滨市第十七中学校校考阶段练习) 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 M ， $EM \perp AB$ ， $\angle EMD : \angle DMB = 1 : 5$ ，则 $\angle BMC$ 的度数是 () .



- A. 15° B. 75° C. 105° D. 108°

【答案】 C

【分析】先根据 $\angle EMD:\angle DMB=1:5$ ，结合垂直的定义，可求出 $\angle DMB$ ，再根据邻补角，即可得出 $\angle BMC$ 的度数.

【详解】解： $\because EM \perp AB$ ，

$$\therefore \angle BME = 90^\circ,$$

$$\because \angle EMD:\angle DMB=1:5,$$

$$\therefore \angle BMD = \frac{5}{1+5} \times 90^\circ = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle BMC = 180^\circ - \angle BMD = 105^\circ,$$

故选：C.

【点睛】本题考查了角的计算，垂线，邻补角，解决本题的关键是利用角之间的和与差进行解答.

2. (2023 下·天津·七年级校考期末) 已知 $OA \perp OB$ ，直线 CD 经过点 O 且 $\angle AOC = 40^\circ$ 度，则 $\angle BOD$ 等于 ()

- A. 130° B. 50° C. 130° 或 50° D. 40°

【答案】 C

【分析】根据垂线的定义结合题意，分 OC 在 $\angle AOB$ 的内部时， OC 在 $\angle AOB$ 的外部时，求解即可.

【详解】解：当 OC 在 $\angle AOB$ 的内部时，

$$\because \angle AOC = 40^\circ, \quad OA \perp OB,$$

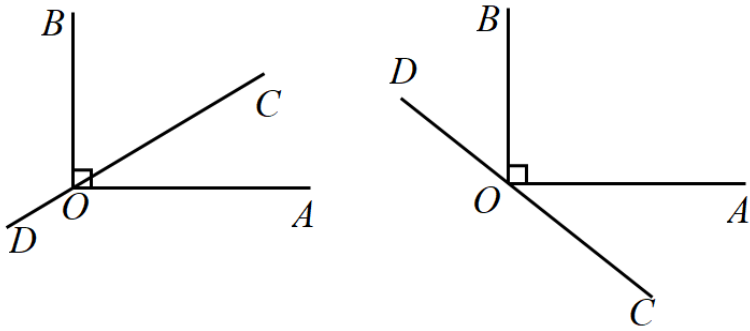
$$\therefore \angle BOC = 90^\circ - \angle AOC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 180^\circ - \angle BOC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ.$$

当 OC 在 $\angle AOB$ 的外部时，

$$\angle BOD = 180^\circ - \angle AOC - \angle AOB = 180^\circ - 40^\circ - 90^\circ = 50^\circ.$$

故选 C.



【点睛】 本题考查垂线的定义，邻补角互补以及角的和差关系，利用数形结合和分类讨论的思想是解题关键.

3. (2022 下·新疆阿克苏·七年级统考期末) 已知直线 AB , CD 相交于点 O , OA 平分 $\angle EOC$, 且 $\angle EOC = 70^\circ$, 射线 $OF \perp AB$, 则 $\angle DOF = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 55° 或 125°

【分析】 分两种情况，由角平分线定义求出 $\angle AOC = 35^\circ$ ，由对顶角的性质得到 $\angle BOD = \angle AOC = 35^\circ$ ，由垂直的定义得到 $\angle BOF = 90^\circ$ ，即可求出 $\angle DOF$ 的度数.

【详解】 解：如图①，

$\because OA$ 平分 $\angle EOC$, $\angle EOC = 70^\circ$,

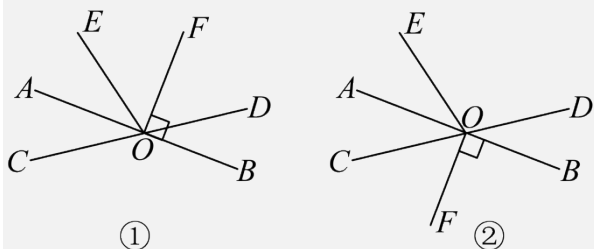
$\therefore \angle AOC = \frac{1}{2} \angle COE = 35^\circ$,

$\therefore \angle BOD = \angle AOC = 35^\circ$,

\because 射线 $OF \perp AB$,

$\therefore \angle BOF = 90^\circ$,

$\therefore \angle DOF = 90^\circ - \angle BOD = 55^\circ$;



如图②，

$\because OA$ 平分 $\angle EOC$, $\angle EOC = 70^\circ$,

$\therefore \angle AOC = \frac{1}{2} \angle COE = 35^\circ$,

$\therefore \angle BOD = \angle AOC = 35^\circ$,

\because 射线 $OF \perp AB$,

$\therefore \angle BOF = 90^\circ$,

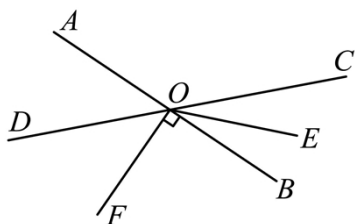
$\therefore \angle DOF = \angle BOF + \angle BOD = 125^\circ$,

$\therefore \angle DOF = 55^\circ$ 或 125° .

故答案为: 55° 或 125° .

【点睛】 本题考查垂线的意义, 角平分线的定义, 对顶角的性质, 关键是画出图形, 分两种情况讨论.

4. (2023 上·湖北黄冈·八年级统考阶段练习) 如图, 直线 AB 与直线 CD 相交于点 O , OE 平分 $\angle BOC$, 若 $OF \perp OB$, 且 $\angle EOF = 110^\circ$, 则 $\angle DOF =$ _____.



【答案】 50° / 50 度

【分析】 根据垂直定义可得 $\angle BOF = 90^\circ$, 从而可得 $\angle BOE = 20^\circ$, 再根据角平分线的定义可得 $\angle BOC = 2\angle BOE = 40^\circ$, 然后利用平角定义进行计算, 即可解答.

【详解】 解: $\because OF \perp OB$,

$\therefore \angle BOF = 90^\circ$,

$\therefore \angle BOE = \angle EOF - \angle BOF = 110^\circ - 90^\circ = 20^\circ$,

$\because OE$ 平分 $\angle BOC$,

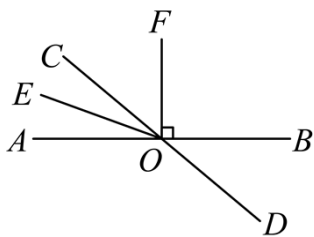
$\therefore \angle BOC = 2\angle BOE = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$,

$\therefore \angle DOF = 180^\circ - \angle BOF - \angle BOC = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$,

故答案为: 50° .

【点睛】 本题考查了垂线, 角平分线的定义, 角的和差, 根据题目的已知条件并结合图形进行分析是解题的关键.

5. (2022 上·黑龙江哈尔滨·八年级哈尔滨市虹桥初级中学校校考期中) 已知: 如图, 直线 AB 、 CD 相交于点 O , OE 、 OF 为射线, 且 $OF \perp AB$, OE 平分 $\angle AOC$, $\angle COE = 20^\circ$.



(1)求 $\angle DOF$ 的度数;

(2)请直接写出图中4对相等的角(直角、平角除外).

【答案】(1) 130° ;

(2) $\angle AOE = \angle COE, \angle AOC = \angle BOD, \angle AOD = \angle BOC, \angle BOE = \angle DOE$

【分析】(1)根据角平分线的定义,垂直的意义以及对顶角的性质可求出答案;

(2)根据图形直观、对顶角相等得出答案.

【详解】(1)解: $\because OF \perp AB$,

$$\therefore \angle BOF = \angle AOF = 90^\circ$$

$\because OE$ 平分 $\angle AOC$,

$$\therefore \angle AOE = \angle COE = \frac{1}{2} \angle AOC = 20^\circ,$$

又 $\therefore \angle AOC = \angle BOD = 40^\circ$.

$$\therefore \angle DOF = \angle BOD + \angle BOF = 40^\circ + 90^\circ = 130^\circ,$$

(2)由对顶角相等可得 $\angle AOC = \angle BOD, \angle AOD = \angle BOC$,

由角平分线的定义可得 $\angle AOE = \angle COE$,

$$\because \angle BOE + \angle AOE = 180^\circ = \angle DOE + \angle COE,$$

而 $\angle AOE = \angle COE$,

$$\therefore \angle BOE = \angle DOE,$$

故图中相等的角有 $\angle AOE = \angle COE, \angle AOC = \angle BOD, \angle AOD = \angle BOC, \angle BOE = \angle DOE$.

【点睛】本题考查垂直、角平分线、对顶角、邻补角的意义,根据图形直观,得出各个角之间的关系是正确解答的关键.



【经典例题五 画垂线】

1. (2022上·福建泉州·七年级校考期末)如图,在平面内有 A, B, C 三点.

A

B

C

(1)画直线 AB ；画射线 AC ；画线段 BC ；过 A 点做 AD 垂直于 BC 于点 D ；并延长 AD 至点 E ，使 $DE = AD$ ；

(2)点 A 到 BC 的距离为线段_____的长度.

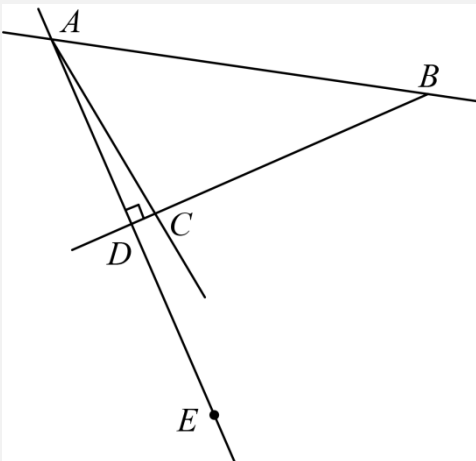
【答案】(1)见解析；

(2) AD

【分析】(1) 根据直线，射线，线段的定义画出图形即可；

(2) 根据点到直线的距离的定义判断即可.

【详解】(1) 如图，直线 AB ，射线 AC ，线段 BC ，直线 AD ，线段 DE 即为所求；

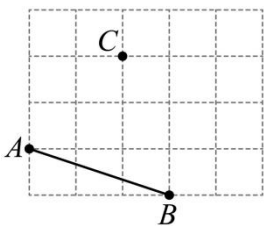


(2) 点 A 到 BC 的距离为线段 AD 的长度.

故答案为： AD .

【点睛】 本题考查作图—复杂作图，直线，射线，线段的定义，点到直线的距离等知识，解题关键是掌握直线，射线，线段的定义，属于中考常考题型.

2. (2023 下·河南郑州·七年级校考阶段练习) 在如图所示的方格纸中，



(1) 仅用无刻度的直尺，过点 C 作 AB 的平行线 CD 、过点 C 作 AB 的垂线 CE ，垂足为 F （其中 D 、 E 为格点）；

(2) 比较大小： CF _____ CA ，理由是：_____。

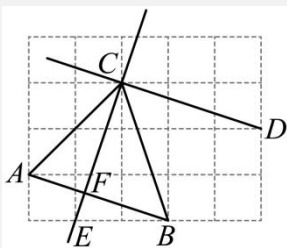
【答案】(1) 作图见解析

(2) $<$ ，垂线段最短

【分析】(1) 根据网格即可过点 C 画直线 AB 的平行线 CD ，并标出平行线所经过的格点 D ；根据网格即可过点 C 画直线 AB 的垂线 CE ，并标出垂线所经过的格点 E ，垂足为点 F ；

(2) 根据垂线段最短即可比较线段大小。

【详解】(1) 解：如图，直线 CD 、 CE 即为所求作。



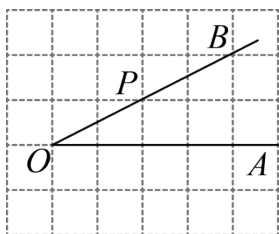
(2) 解： $CF < CA$ 。

理由：垂线段最短。

故答案为： $<$ ，垂线段最短。

【点睛】 本题考查作图—应用与设计作图，利用网格画平行线、垂线，垂线段最短，解题的关键是正确借助网格得出符合题意图形。

3. (2023 下·河南许昌·七年级校考期中) 如图，网格线的交点叫格点，格点 P 是 $\angle AOB$ 的边 OB 上的一点（请利用三角板和直尺借助网格的格点画图）。



(1) 过点 P 画 OB 的垂线，交 OA 于点 E ；过点 P 画 OA 的垂线，垂足为 F ；

(2) 线段 PF 的长度是点 P 到_____的距离，线段_____的长度是点 E 到直线 OB 的距离，所以线段 PE 、 PF 、 OE 这三条线段大小关系是_____（用“ $<$ ”号连接），理由是_____。

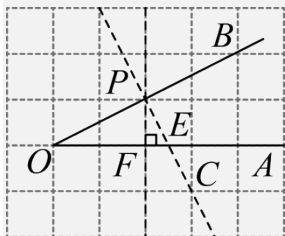
【答案】(1) 图见解析

(2) OA ， PE ， $PF < PE < OE$ ，垂线段最短

【分析】(1) 如图，找点 C ，连接 PC ，与 OA 交点即为 E ，过 P 点作竖直的线，与 OA 交点即为 F ；

(2) 根据点到直线的距离的定义、垂线段最短即可求解。

【详解】(1) 解：由题意作图如下， PE 是 OB 的垂线， PF 是 OA 的垂线。



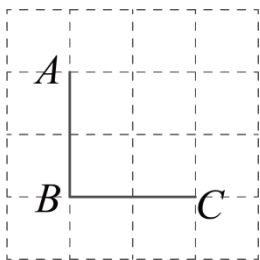
(2) 解：线段 PF 的长度是点 P 到 OA 的距离，线段 PE 的长度是点 E 到直线 OB 的距离，由垂线段最短可知， $PF < PE < OE$ ，

故答案为： OA ， PE ， $PF < PE < OE$ ，垂线段最短。

【点睛】本题考查了作垂线，垂线段最短。解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用。

4. (2022 上·山西临汾·七年级统考期末) 在方格纸上画图并回答问题。

如图，已知 A ， B ， C 三个点。



(1) 画射线 AC ；

(2) 过 B 点作 AC 的垂线，垂足为 F 点；

(3) 过 C 作 AB 平行线，交 BF 于 E 点；写出图中 $\angle AFB$ 的对顶角：_____。

【答案】(1) 见解析

(2) 见解析

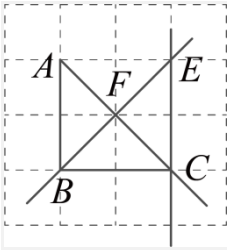
(3) $\angle EFC$

【分析】(1) 画出射线 AC 即可；

(2) 取 AC 的中点，即为点 F ，连接 BF 即可；

(3) 画出 $CE \parallel AB$ ，写出 $\angle AFB$ 的对顶角即可。

【详解】(1) 解：画射线 AC ，如图所示：



(2) 如图，取 AC 的中点，即为点 F ，连接 BF 即为所求；

由图可知， $AB = BC$ ，

\therefore 点 F 为 AC 的中点，

$\therefore BF \perp AC$ ；

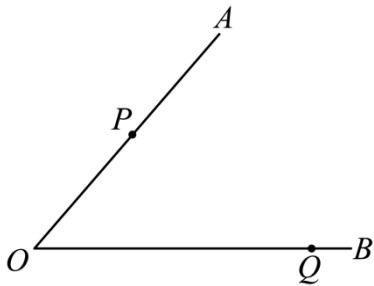
(3) 画 $CE \parallel AB$ ，交 BF 于点 E ，如图所示；

由图可知： $\angle AFB$ 的对顶角为 $\angle EFC$ ；

故答案为： $\angle EFC$ 。

【点睛】 本题考查画射线，作高，画平行线，对顶角。熟练掌握相关知识点，是解题的关键点。

5. (2023 下·河北邯郸·七年级统考期末) 如图，点 P 、 Q 分别是 $\angle AOB$ 的边 OA 、 OB 上的点。



(1) 过点 P 、 Q 分别画 OB 、 OA 的平行线，两直线相交于点 M ；

(2) 过点 P 、画 OB 的垂线，垂足为 H ，过点 P 画 OA 的垂线交 OB 于点 G ；

(3) 线段 PH 与 PG 的大小关系是什么？

【答案】 (1) 见解析；

(2) 见解析；

(3) $PH < PG$

【分析】 (1) 利用三角板和直尺按要求作图；

(2) 利用三角板和直尺按要求作图；

(3) 根据“垂线段最短”进行判断即可。

【详解】 (1) 所求图形，如图所示

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/297114015103010010>