第13章 量化投资分析

13.1 量化投资基本理论
13.2 量化投资模型
13.3 量化投资策略

13.1.1 基本面投资和量化投资

- **基本面投资**是一个**高投资深度、低投资广度**的投资方式，做股票投资时可以做的非常高效，选股票时可以一只一只做纵深精细分析。
- **基本面投资弊端**就是需要分析很多的信息，消耗大量的人力物力，所以在实际操作中很难有效。
- **量化投资**不同于基本面投资，它是属于**低投资深度、高投资广度**的投资方式，通俗来讲就是说股票投资的时候覆盖面较广，但是获益的方式是通过采用不同的投资组合方式来获得。

基本面投资和量化投资不同之处：

- ①**基本面投资**方式更侧重于人的本身，即想象力和创造力；

而**量化投资**则是利用历史数据结合数据模型计算出来，更侧重于工具的运用。

- ②投资额方面，**量化投资**往往在投资初期规模较小，但是一旦发行开来，规模就呈几何倍的增长；

基本面投资初期投资规模较大，不过后期规模增长也就相对较慢；

- ③**量化投资**的模型基础是要依靠历史数据；

基本面投资则是主要依靠人的主观经验。

- ④从调整时效上来看，**量化投资**可以使用数据对模型进行调整和预测未来的投资动态；

但是**基本面投资**则主要是依靠对投资人的理论培训，依靠树立投资者的理念。

- ⑤**量化投资**方式的前提是要做一个“假设”，就是通过表面的现象来判断投资情况；

基本面投资则是要靠投资者的情绪，如果投资者的情绪不稳定，那么投资时也会产生不理性行为，导致对投资做出错误判断。

量化投资的不足之处：

- ①**纯数据挖掘问题**。过度依赖历史数据拟合出来的结果往往存在外推性很差的问题，这样获得的投资规律反而不好。
- ②**存在把“幸运”当做技巧的问题**。在做量化投资分析的时候经常把一些近阶段表现不错的收益策略当做一个真的技巧，这其中可能会存有很多幸运的成分。

12.1.2 量化投资的发展

- 20世纪70年代以来，随着计算机技术的快速发展，以现代金融投资理论为基础的量化投资逐步兴起，已成为国际资本市场发展的热点 。
- 量化投资的基本原理就是通过挖掘出上市公司或宏观经济环境数据，搜寻最优投资标的，运用数学模型构建投资交易策略，开展定量化的投资交易活动 。
- 相比于传统的基本分析和技术分析，这种定量化的投资分析方法更为客观，可以很好地消除人为主观因素和个人投资能力的影响，总体回报率相对稳定、可观，使得量化投资交易的市场规模不断扩大，越来越受到资本市场的青睐 。

1. 量化投资与行为金融学

- **行为金融学**（Behavioral Finance）是近二十多年内因为描述非理性经济人和非有效市场假说现象而不断发展的新兴领域。
- 行为金融理论认为，市场并非完全有效，投资者也不是完全理性的，因为人性是有弱点的，并且对信息的判断会有自身的偏差。
- 在量化投资方式中，**行为金融学**也发挥着非常重要的作用。目的是通过量化不同投资者的行为偏差，结合数学模型来解释这些现象。

- 依据行为金融理论，人们无法获得充足的市场信息，且自身认知能力不同，那么人们在投资时就不是理性的，会在决策中产生很大心理偏差，如过度反应和反应不足。
- 行为金融学可以很好地解决投资者的这两种反应：
  - 采用反转策略来规避投资者的过度反应，反转策略就是**买进市场表现差的股票，卖出过去市场表现较好的股票**；
  - 采用动量策略来弥补投资者反应不足，动量策略是指**对股票的收益和投资量设定筛选规则**，只有当一些股票满足这些规则时才开始对股票进行操作。行为金融意义上的动量交易策略的提出，源于对股市中股票价格中期收益延续性的研究。

量化行为金融学主要研究方向在以下几个方面：

- 传统金融学理论有明显**偏差**的实证分析；
- 结合行为金融学建立**量化投资组合模型**；
- 通过利用**量化行为金融学**预测未来市场信息；
- 资本市场**行为实证研究及预测模型**的研究。

2. 量化投资的优势与劣势

（1）优势体现在：

- **投资决策更为客观**。
- 投资方式更加理性。
- 投资覆盖范围更广。
- 投资效率更高。

（2） 劣势体现在：

- 量化投资依然受制于投资者的决策视野范围。
- 量化投资容易形成交易的一致性。
- 量化投资会导致指标钝化和失效。

12.1.3 量化投资的基本概念

信息系数（Information coefficient）在投资管理中是一个非常重要的概念，它可以测量投资决策和投资回报之间的关系。

1）阿尔法与夏普指数、波动性、信息系数和投资广度的关系

$$\alpha = IC * \sigma * \sqrt{N} \quad (13.1)$$

式13.1中，IC为信息系数，σ为波动性，$\sqrt{N}$为投资广度。

IC表示所选股票的因子值排名与股票下期收益率排名的截面相关系数。

公式13.1中包含如下的关系：

- 投资者在判断股票是否升跌时，判断得准，投资者不一定能获利，因为有时候投资品升跌的幅度**不足以覆盖交易成本**；
- 投资者在市场中进行投资时要依靠**市场的波动性**才能获取更多收益；
- 市场上必须要有**不同品种、不同策略**，同时投资于不同的时期才能获利，因为投资者需要有很多投资机会。
- **量化投资者**并不关心总风险，而是关心相对的风险。

2）夏普指数的计算公式如下：

$$\text{sharpe}=\frac{\alpha}{\sigma}=\mathrm{IC}\times\sqrt{\mathrm{N}} \quad （13.2）$$

式（13.2）受市场中杠杆的影响，市场杠杆一般都是通过较少自有资金和借贷第三方的资金开展投资，这种行为实质上会增大证券市场的波动性。

我国资本市场发展迅速，金融产品日益增多，夏普指数公式的作用也越来越大。杠杆的出现使投资者可以通过资金和证券的转融通实现量化投资利润（风险）的放大 。

3）投资广度和投资深度

- 若投资换手率相同，则用投资的标的数目测度投资广度；如果投资的标的相同，那么量化投资组合变化的次数就代表了投资的广度，频率越高投资的广度越大。
- 投资的深度目前为止还不是那么容易测量出来，可以采用近似的方法来测量。
- 比如你射出去多少只箭，到底有多少只箭命中标靶。买股票也是这样，你买了1000股股票，到底有多少只股票能涨。

$$IC \approx 2p(win) - 1 \quad (13.3)$$

$p(win)$就是我们需要计算的命中率，即为我们要测量的投资深度。

- 一般而言，要想得到一个比较高的夏普指数，可以用比较低的投资深度和比较大的投资广度。
  - $p(win)$比较高，投资较少的股票，那么就是投资的股票属于高收益股票。
  - 投资的股票数大而全，$p(win)$并不高，但是投资的股票非常多，这种方法投资也可以获得较高的夏普指数。

13.2 量化投资模型

- 一般情况下，**量化投资构建一个模型**需要将股票的收益、风险、交易成本和市场微观结构等因素纳入。
- 量化投资的主要模型是**收益模型、风险模型、交易成本模型**和**高频数据的市场微观结构模型。**

13.2.1 收益模型

1. 单因子模型

- 单因子模型，即CAPM模型，首先是由威廉·夏普与1963年发表的一篇文章提出的，他的研究揭示了证券收益与指数之间的相关关系。

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + \varepsilon_{it} \quad (13.4)$$

式13.4中，　R_{it}是t时期i股票的收益率，R_{mt}是t时期市场指数的收益率，α_i为截距，　β_i为斜率，　ε_{it}为t时期内收益率和估算值直接的残差。

- 单因子模型**优点**是用法十分简单，其中的参数估计相对容易；
- **缺点**是考虑的因素不全面，导致的拟合效果相对较差。
- **单因子模型在应用时有两个假设：**
  - 模型随机误差项和因子项不相关；
  - 任何两种证券的随机误差项互不相关。
- 如果在建立模型时这两个假设任何有一个不成立，那么**单因子模型估计结果将会出现偏差**。

2. 多因子模型

通常将多因子模型分为基本面因子模型及经济因素模型两种。

1）基本面因素模型

- 基本面因素模型主要是用来预测股票的收益和风险，进而帮助投资者寻找最好的投资组合。
- 模型因子一般为市值或者账面价值与市场价值的比率等公司基本面指标。
- 因素溢价则是由市场中股票平均收益和因素敞口之间的比例关系，一般是通过投资者市场操作经验估计获得的。

$$R_i = \alpha_i + d_1 * B_{i1} + \cdots + d_j * B_{ij} + \varepsilon_i \quad (13.5)$$

式13.5中，R_i是第i只股票收益率，α_i一般为常数，B_{ij}是第i只股票第j

建立基本面因素模型的步骤为：

- 首先，数据处理和过滤市场因素；
- 其次，因素的选择，一般多采用公司层面上特定的影响因素，如市值或规模因子、市盈率（P/E）等；
- 第三，参数估计。对模型中所有的因素进行标准化处理，估计出各个因素溢价d_j的值，对d_j及模型进行必要性和有效性分析。

2）经济因素模型

- 模型一般都是选取经济因素作为因子，如CPI、PPI、经济增长率、货币供应量、汇率等。
- 值得注意的是，经济因素模型的风险暴露是要估计的，这一点与基本面模型是不同的。

$$R_i = \alpha_i + d_1 * B_{i1} + \cdots + d_j * B_{ij} + \varepsilon_i \quad (13.6)$$

式13.6中，R_i是第i只股票收益率，α_i是常数，B_{ij}是第i只股票第j个因子的因子暴露，ε_i是残差，d_j是第j个因子的风险溢价。

- 经济因素模型将市场因素作为一个影响因素来考虑。

建立经济因素模型主要步骤：

- **数据处理**阶段；
- **因素选择**，经济因素模型比基本面因素模型的优越之处在于可以将各种各样的外界因素考虑进来，如表13.1所示；
- **参数估计**，经济因素模型的参数估计也是通过最小二乘法（OLS）和广义最小二乘法（GLS）得到的，具体计算方法同基本面因素模型类似。

表13.1　　经济因素模型因素分类

<table>
<tr><td rowspan="3">经济市场环境因素</td><td>GDP</td><td>通胀率</td><td>失业率</td></tr>
<tr><td>利率</td><td>消费者满意指数</td><td>商业信心指数</td></tr>
<tr><td>投资者满意指数</td><td>广域市场指数收益</td><td>其他相关指数</td></tr>
<tr><td rowspan="2">技术分析因素</td><td>规模</td><td>市盈率</td><td>市净率</td></tr>
<tr><td>交易量</td><td>评级变化</td><td>其他相关指标</td></tr>
<tr><td>统计因素</td><td colspan="3">通过对历史数据进行主成分分析获得的因素</td></tr>
</table>

13.2.2 波动性统计模型

1. 基于因子模型的波动率估计

1）单因子模型

$$R_i = \alpha_i + \beta_i F + \varepsilon_i \quad （13.7）$$

- 通过模型可以计算得到参数估计值和残差，得到单因子模型的预期收益和方差。

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(F) \quad (13.8)$$

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_F^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2 \quad (13.9)$$

式13.9中，σ_F^2为共同因子F的方差，$\sigma_{\varepsilon i}^2$为随机误差项方差。

- 两种证券之间的协方差为：

$$\sigma_{ij}=\beta_i\beta_j\sigma_F^2 \quad (13.10)$$

- 以w_i为权重的证券组合预期收益和方差为：

$$\mathrm{E}(R_p)=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i+\sum_{i=1}^{n}\beta_i w_i E(R_F) \quad (13.11)$$

$$\sigma_p^2=\sum_{i=1}^{n}\beta_i^2 w_i^2\sigma_F^2+\sum_{i=1}^{n}\sigma_{\varepsilon i}^2 x_i^2 \quad (13.12)$$

从公式13.11、13.12中可知，通过获得证券α_i、β_i、$\sigma_{\varepsilon i}^2$、$E(R_F)$及其σ_F^2就可以知道证券的预期收益和方差。

2）多因子模型度量风险

- 多因子公式：

$$r_i = \alpha_i + \beta_{i1} * f_1 + \cdots + \beta_{ik} * f_k + \varepsilon_t \quad （13.13）$$

- 股票的平均收益为因素敞口与因素溢价的乘积：

$$\mathrm{E}(r_i) = \alpha_i + \beta_{i1} * f_1 + \cdots + \beta_{ik} * f_k (13.14)$$

- 股票风险可表示为：

$$V(r_i) = \mathrm{V}(\alpha_i + \beta_{i1} * f_1 + \cdots + \beta_{ik} * f_k) + V(\varepsilon_t) \quad (13.15)$$

式13.15中，V(f)为(K+1)(K+1)阶协方差矩阵。

- 多因子模型的股票风险为$\beta_i^{`}V(f)\beta_i$和可分散化的的残差$V(\varepsilon_t)$。

2. 条件异方差模型

- 条件异方差是指回归残差往往呈现出方差实变的过程，那么就要对方程进行建模估计。
- Engle（1982）是最早对条件异方差进行研究的（即**ARCH效应**），Bollerslve（1980）将条件异方差拓展到通用的**GARCH模型**。
- **GARCH模型**是由条件均值方程和条件方程组成的，均值方程刻画样本收益率，条件方差方差刻画样本的波动率。

①ARCH模型

- Engle（1982）在研究时间序列过程发现了方差的时变特征，通过分析认为前期无条件方差对条件方差有显著的影响，并据此构建了早期**ARCH模型**：

$$r_1 = \mu + \varepsilon_t \quad (13.16)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \quad (13.17)$$

式13.17中，假定$\alpha_0 > 0$，α_1， $\cdots \alpha_p \geq 0$。

- 现实中，波动率往往呈现出一定的持续性，采用ARCH模型时，往往**要求较大的滞后阶数p**，这将会引发解释变量的共线性问题。

②GARCH模型

- Bollerselv在ARCH（p）模型中增加自回归项，构成了**GARCH（p,q）模型**：

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \cdots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \tag{13.18}$$

式13.18中，$\omega > 0$，α_1，$\cdots \alpha_p \geq 0$，β_1，$\cdots \beta_p \geq 0$。

- GARCH（p,q）模型可以从某种意义上**等同于ARCH（∞）模型**。
- 该模型可以达到刻画波动率的要求，并**减少待估参数**。

- 一般的**GARCH（1，1）模型**为：

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 \quad （13.19）$$

- GARCH模型要求**满足弱平稳性**，即$\alpha + \beta < 1$，两边取均值可获得无条件方差公式：

$$\sigma^2 = \frac{1}{1-\alpha-\beta} \quad （13.20）$$

- 通常，GARCH的**滞后系数β大于0.7，回报系数α则小于0.25**。
  - 大的β值表示条件方差具有持续性特征；
  - 大的α值则表示波动性对市场的变化反应比较敏捷。

3 GARCH模型的其他变形

①方差无穷GARCH（Integrated GARCH）模型

- 在无条件方差公式中，若$\alpha+\beta=1$，则无条件方差为∞，那么GARCH模型为**方差无穷GARCH模型**，即**IGARCH模型**。

$$\sigma_t^2=\omega+(1-\lambda)\varepsilon_{t-1}^2+\lambda\sigma_{t-1}^2 \quad (13.21)$$

式13.21中，$\omega>0$，$0\leq\lambda\leq1$。

- 当$\omega=0$时，IGARCH模型可转换为**无期限指数移动平均模型**。

② GARCH-M模型

- 在资本市场中，证券的收益可能依赖于其波动率。为了给这种现象建模，于是在均值方程加入条件方差项，构成 GARCH-M 模型，形式如下：

$$\mathrm{r}_1 = \mu + c\sigma_t^2 + \varepsilon_t \qquad (13.22)$$

其中，μ为常数，c为风险溢价参数，c为正意味着收益率与波动率正相关 。

③ 非对称GARCH（Asymmetric GARCH）模型

- Engle（1993）提出了非对称GARCH（AGRACH）模型用来描述金融应用中的波动率呈非对称性特征。
- **AGARCH模型**公式为：

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha(\varepsilon_{t-1} - \xi)^2 + \beta\xi\sigma_{t-1}^2 \quad (13.23)$$

式13.23中，$\xi \geq 0$使负的ε_{t-1}比正的ε_{t-1}有更大的$(\varepsilon_{t-1} - \xi)^2$。

④ 指数GARCH（Exponential GARCH）模型

- Nelson（1991）认为要求参数大于等于0约束太强，这样会限制条件方差的动态性。因此，构造了对数形式的条件异方差方程——**指数GARCH模型**：

$$\ln\sigma_t^2 = \alpha + g(z_{t-1}) + \beta \ln\sigma_{t-1}^2 \quad (13.34)$$

式13.34中，$z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sigma_t}$~Normal分布

- $g(z_t) = \omega z_t + \lambda(|z_t| - \sqrt{\frac{2}{\pi}})$为非对称的响应函数
- EGARCH模型可以刻画波动率的非对称性。

3. 已实现波动率模型

- 已实现波动率模型（Realized Volatility, RV）又称为实际波动率，是基于金融高频时间序列提出的一种全新的波动率度量方法，通过加总某一频率下的日内分时数据的收益平方来得到真实波动率的一个估计。
- 该方法具有不依赖于具体模型、形式简洁、计算简单等优点，被广泛应用在高频时间序列研究领域。
- 假设：
  - 将第t日交易时间平均划分为L个区间；
  - 第i个区间收盘价为$P_{t,i}$，该区间的对数收益率为$r_{t,j} = \ln(P_{t,i}) - \ln(P_{t,i-1})$。

- 第t日已实现波动率可以表示成：

$$RV = \sum_{i=1}^{L} r_{t,i}^{2} \quad (13.25)$$

- 若日内高频对数收益率之间序列不相关，通过二次变差可得到：

$$\mathrm{p}\lim_{L\to\infty} \sum_{i=1}^{L} r_{t,i}^{2} = \int_{t_0}^{t_0+h\Delta t} \sigma^2(s)ds \quad (13.26)$$

- 抽样频率越高，已实现波动率越接近积分波动率（即真实波动率），且越可以得到精确的波动率估计值。

- 越高频数据估计波动率往往会产生较大的误差，高频数据的时间间隔需要根据标的对象特质有选择地确定最优采样频率！

4. 隐含波动率模型

隐含波动率模型通过利用期权定价模型以及金融市场的期权数据推导得到的一种波动率估计方法。

1）Black-Scholes隐含波动率

- Black和Scholes（1970）给出了基于无红利支付股票的期权价格偏微分方程，得到了欧式看涨期权和看跌期权定价公式：

$$C = S \cdot N(d_1) - Ke^{-rt}N(d_2) \quad （13.27）$$

$$x = \frac{\ln\left(\frac{S}{Ke^{-rt}}\right)}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{\sigma\sqrt{t}}{2} \quad （13.28）$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t} \quad （13.29）$$

- 式13.27、13.28中，x表示期权执行价格，t表示到期时间，S表示标的资产当前价格，r为无风险利率，σ为波动率，N(·)表示标准正态分布变量的累计概率分布函数。
- BS公式是现代金融学领域的支柱之一，弥补了期权定价领域的空白，并直接导致了期权市场的兴盛，使套期和套利行为成为可能。
- 波动率常常隐含在一个非线性函数中，无法推导得到解析解，常用数值算法求解。

二分法求解隐含波动率：

- 首先，取两个初始点，
  - 一个是比实际值更小的波动性为σ_{low}，相对应的价格低于期权的市场价格，记为P_{low}；
  - 另一个是比实际值更大的波动性为σ_{high}，相对应的价格低于期权的市场价格，记为P_{high}。
- 其次，用P表示期权的市场价格，用插值法过程估计波动性：

$$\sigma_{est} = \sigma_{low} + (P - P_{low}) * \frac{\sigma_{high}-\sigma_{low}}{P_{high}-P_{low}} \quad (13.30)$$

  - 同时也可以进行多次插值获得更为精确的数值解。

2）隐含相关性

- 隐含相关性就是通过对期权组合中各期权隐含信息进行研究相关性的一种方法，通过隐含相关性估算期权投资组合整体风险。
- 假设两个期权产品的收益之差的方差为：

$$\mathrm{Var}(x-y)=\mathrm{Var}(x)+\mathrm{Var}(y)-2\mathrm{Cov}(x,y) \quad (13.31)$$

- 用ρ_{xy}表示x和y之间的相关性，那么式13.31变为：

$$\sigma_{x-y}^2=\sigma_x^2+\sigma_y^2-2\sigma_x\sigma_y\rho_{xy} \quad (13.32)$$

- 那么，通过隐含波动率得到的隐含相关性公式：

$$\rho_{xy}=\frac{\sigma_x^2+\sigma_y^2-\sigma_{x-y}^2}{2\sigma_x\sigma_y} \quad （13.33）$$

隐含波动性是对风险估计的一种方法，若果用于风险管理，有以下几点需要注意：

- ①由于**隐含波动性**是基于期权定价模型获得的对未来波动的一种预期，那么应用的期权定价模型应当为市场主流，如果不是则可能存在偏差；
- ②标的资产对应的**期权产品**应当在一个流动性较强并且有效的交易所进行交易；
- ③不同期限下的波动率不一样，应当注意**资产的到期期限**。

13.2.3 冲击成本模型

1.冲击成本的构成

- **冲击成本**就是由于需要获取流动性而额外支付的成本。
- 通常，需要获取的流动性越大，需要支付的冲击成本就越大。
- 冲击成本又可分为**临时性成本**和**永久性成本**。
  - **临时性成本**反映的是由市场流动性所产生的成本。
  - **永久性成本**则反映的是订单所造成的长期效应，代表着订单因暴露于市场所携带的可交易信息内容。

冲击成本的估计有两种方式：

- 一种是采取分笔交易数据计算得到，冲击成本具有临时性，也就是说冲击成本的发生与委托单程交发生同步。
- 一种是精确的冲击成本，可以通过真实的成交价格和理想中的市场价格的比较来获得

$$\mathrm{MI}=\sum[x_j*(p_j-\bar{p})] \quad (13.34)$$

式13.34中，MI为冲击成本，p_j为成交价格，x_j为订单已价格p_j被执行的成交量，$\bar{p}$为理想中的市场价格（一般去买卖报价的中值）。

- 式13.34可以计算单个时点某笔下单的冲击成本。

1）单笔委托冲击成本的计算

- ①如果有买家进入市场以市价购买n手合约，**买家成本冲击**为：

$$\mathrm{MI}_B = \sum[x_j * (p_j - \bar{p})] \quad (13.35)$$

式13.35中，MI_B为购买n手合约的买进成本冲击；x_j为订单以价格p_j被执行的成交量且$\sum x_j = n$。

- ②如果有卖家进入市场以市价出售m手合约，**卖家成本冲击**为：

$$\mathrm{MI}_S = \sum[x_i * (\bar{p} - p_i)] \quad （13.36）$$

式13.36中，MI_S为卖出m手合约的卖出成本冲击；x_i为订单以价格p_i被执行的成交量且$\sum x_j = n$。

2）计算平均冲击成本

- 如果有买家进入市场打算以市价购买n手合约，买家成本冲击为：

$$MI_{Bk}=\sum_{j=1}^{5}[x_{jk}*(p_{jk}-\overline{p_k})]，k=1，2，…，L \quad (13.37)$$

$$\overline{MI_B}=avg(MI_{Bk}) \quad (13.38)$$

式13.37、13.38中，

- MI_{Bk}为第k笔交易下购买n手合约的买进成本冲击；x_{jk}为第k笔交易下订单价格以p_{jk}被执行的成交量且$\sum x_{jk}=n$；
- p_{jk}为第k笔交易下成交价格；
- $\overline{p_k}$为第k笔交易下买卖报价的中值；
- $\overline{MI_B}$为购买n手合约的平均买进成本冲击。

- 若有卖家进入市场想以市价出售m手合约，**卖出成本冲击**为：

$$\mathrm{MI}_{sl}=\sum_{i=1}^{5}[x_{il}*(\overline{p_l}-p_{il})]\ ,l=1，2，\ldots，L \qquad (13.39)$$

$$\overline{\mathrm{MI}_S}=avg(\mathrm{MI}_{sl}) \qquad (13.40)$$

式13.39、13.40中，

- MI_{sl}为第l笔交易下出售m手合约的买进成本冲击；x_{il}为第l笔交易下订单已价格p_{il}被执行的成交量且$\sum x_{il}=m$；
- p_{il}为第l笔交易下成交价格；$\overline{p_l}$为第l笔交易下买卖报价的中值；
- $\overline{\mathrm{MI}_S}$为出售m手合约的平均卖出成本冲击。

2. 市场冲击模型

2005年Robert Almgren的文章《Direct Estimation of Equity Market Impact》中详细的讨论了**市场冲击成本模型**构建及参数估计方法。

- **参数设定：**
  - x_{ij}为第i个字母的第j个子单的成交量，买入为正数，卖出则为负数；
  - ap_{ij}为第i个字母的第j个子单的成交均价；
  - $mp0_{ij}$为第i个字母的第j个子单下单时市场中价；
  - $Idollars_{ij}$为第i个字母的第j个子单造成的冲击成本，单位为元；