金学导航大联考 2023-2024 学年高三六校第一次联考数学试卷

注意事项:

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知函数 $y=2\sin\left(2x+\frac{3\pi}{4}\right)\left(0<x<\frac{3\pi}{4}\right)$ 的图像与一条平行于 x 轴的直线有两个交点，其横坐标分别为 x_1,x_2，则 $x_1+x_2=$（　　）

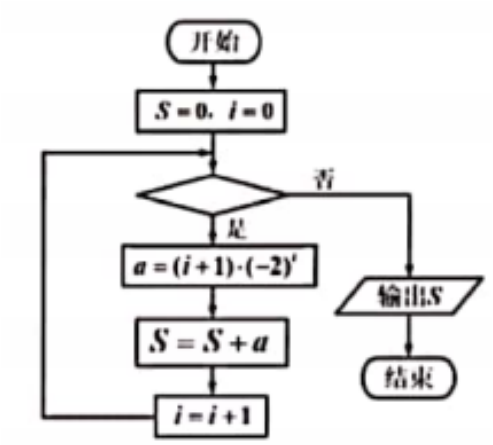
A．$\frac{3\pi}{4}$　　**B**．$\frac{2\pi}{3}$　　**C**．$\frac{\pi}{3}$　　**D**．$\frac{\pi}{6}$

2．已知函数 $f(x)=\ln x+\ln(3-x)$，则（　　）

A．函数 $f(x)$ 在 $(0,3)$ 上单调递增　　**B**．函数 $f(x)$ 在 $(0,3)$ 上单调递减

C．函数 $f(x)$ 图像关于 $x=\frac{3}{2}$ 对称　　**D**．函数 $f(x)$ 图像关于 $\left(\frac{3}{2},0\right)$ 对称

3．为计算 $S=1-2\times2+3\times2^2-4\times2^3+\ldots+100\times(-2)^{99}$，设计了如图所示的程序框图，则空白框中应填入（　　）



A．$i<100$　　**B**．$i>100$　　**C**．$i\le100$　　**D**．$i\ge100$

4．在 ΔABC 中，M 是 BC 的中点，$AM=1$，点 P 在 AM 上且满足 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PM}$，则 $\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$ 等于（　）

A．$\frac{4}{9}$　　**B**．$-\frac{4}{9}$　　**C**．$\frac{4}{3}$　　**D**．$-\frac{4}{3}$

5．已知复数 z 满足 $z(1+i)=4-3i$，其中 i 是虚数单位，则复数 z 在复平面中对应的点到原点的距离为（　　）

A．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B．$\frac{5\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．$\frac{5}{4}$

6．已知$a=\log_3 5$，$b=0.4^{0.5}$，$c=\log_2 5$，则 *a*，*b*，*c* 的大小关系为（　　）

A．$c>b>a$　　B．$b>c>a$　　C．$a>b>c$　　D．$c>a>b$

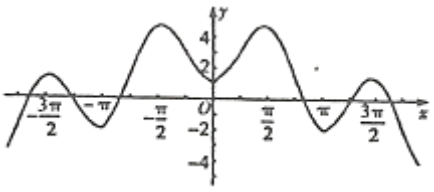
7．已知函数$f(x)=x+a\cdot 2^x$，$g(x)=\ln x-4a\cdot 2^{-x}$，若存在实数$x_0$，使$f(x_0)-g(x_0)=5$成立，则正数$a$的取值范围为（　　）

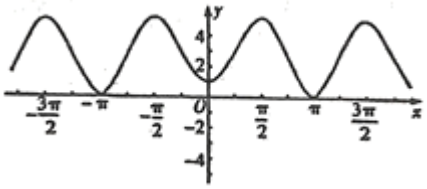
A．$(0,1]$　　B．$(0,4]$　　C．$[1,+\infty)$　　D．$(0,\ln 2]$

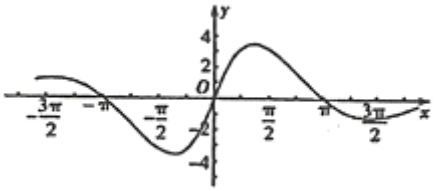
8．直线$ax+by+\sqrt{2ab}=0(ab>0)$与圆$x^2+y^2=1$的位置关系是（　　）

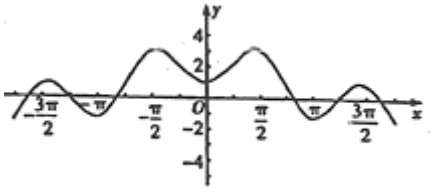
A．相交　　B．相切　　C．相离　　D．相交或相切

9．函数$f(x)=6^{|\sin x|}-\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}$的图象大致为（　　）

A．

B．

C．

D．

10．若复数$z=\frac{2}{1+\mathrm{i}}$，其中 i 为虚数单位，则下列结论正确的是（　）

A．z 的虚部为$-i$　　B．$|z|=2$　　C．z 的共轭复数为$-1-i$　　D．z^2 为纯虚数

11．向量$\vec{a}=\left(\frac{1}{3},\tan\alpha\right)$，$\vec{b}=(\cos\alpha,1)$，且$\vec{a}//\vec{b}$，则$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=$（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　C．$-\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D．$-\frac{1}{3}$

12．设$U=\{-1,0,1,2\}$，集合$A=\{x\mid x^2<1,x\in U\}$，则$C_U A=$（　　）

A．$\{0,1,2\}$　　B．$\{-1,1,2\}$　　C．$\{-1,0,2\}$　　D．$\{-1,0,1\}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．数据$1,3,5,7,9$的标准差为_____.

14．在边长为4的菱形 $ABCD$ 中，$A=60°$，点 P 在菱形 $ABCD$ 所在的平面内．若 $PA=3, PC=\sqrt{21}$，则 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PD}=$_____.

15．实数 x，y 满足 $\begin{cases} y\geq 1 \\ y\leq 2x-1 \\ x+y\leq m \end{cases}$，如果目标函数 $z=x-y$ 的最小值为 -2，则 $\dfrac{y}{x}$ 的最小值为_____.

16．某校13名学生参加军事冬令营活动，活动期间各自扮演一名角色进行分组游戏，角色按级别从小到大共9种，分别为士兵、排长、连长、营长、团长、旅长、师长、军长和司令.游戏分组有两种方式，可以2人一组或者3人一组.如果2人一组，则必须角色相同；如果3人一组，则3人角色相同或者3人为级别连续的3个不同角色.已知这13名学生扮演的角色有3名士兵和3名司令，其余角色各1人，现在新加入1名学生，将这14名学生分成5组进行游戏，则新加入的学生可以扮演的角色的种数为_____.

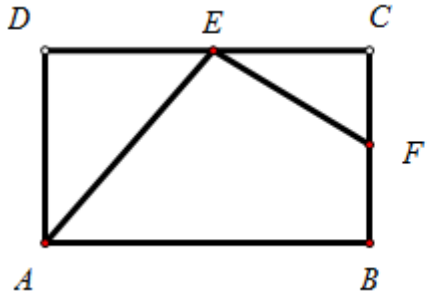
三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

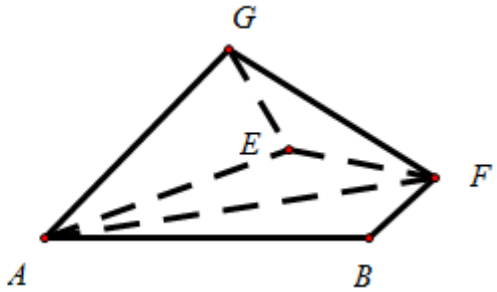
17．（12分）已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^{-x}+\mathrm{e}^{x}+ax$，$a\in R$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1，x_2，证明：$f(x_1)-f(x_2)<(a-2)(\mathrm{e}^{x_1}-\mathrm{e}^{x_2})$.

18．（12分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=3$，点 E, F 分别是线段 DC, BC 的中点，分别将 $\triangle DAE$ 沿 AE 折起，$\triangle CEF$ 沿 EF 折起，使得 D, C 重合于点 G，连结 AF.





（Ⅰ）求证：平面 $GEF\perp$ 平面 GAF；

（Ⅱ）求直线 GF 与平面 GAE 所成角的正弦值.

19．（12分）某地在每周六的晚上8点到10点半举行灯光展，灯光展涉及到10000盏灯，每盏灯在某一时刻亮灯的概率均为 $p(0<p<1)$，并且是否亮灯彼此相互独立.现统计了其中100盏灯在一场灯光展中亮灯的时长（单位：min），得到下面的频数表：

亮灯时长/min	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100]$

频数	10	20	40	20	10

以样本中 100 盏灯的平均亮灯时长作为一盏灯的亮灯时长.

（1）试估计 p 的值；

（2）设 X 表示这 10000 盏灯在某一时刻亮灯的数目.

①求 X 的数学期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$；

②若随机变量 Z 满足 $Z=\dfrac{X-E(X)}{\sqrt{D(X)}}$，则认为 $Z:\ N(0,1)$.假设当 $4900<X\le 5000$ 时，灯光展处于最佳灯光亮度.试由此估计，在一场灯光展中，处于最佳灯光亮度的时长（结果保留为整数）.

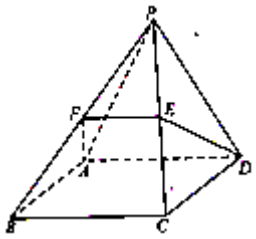
附：

①某盏灯在某一时刻亮灯的概率 p 等于亮灯时长与灯光展总时长的商；

②若 $Z:\ N(0,1)$，则 $P(\mu-\sigma<X\le\mu+\sigma)=0.6827$，$P(\mu-2\sigma<X\le\mu+2\sigma)=0.9545$，

$P(\mu-3\sigma<X\le\mu+3\sigma)=0.9973$.

20.（12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 是矩形，$AB=\sqrt{3}$，$AD=2$，$\triangle PAD$ 为正三角形，且平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，E、F 分别为 PC、PB 的中点.



（1）证明：$EF//$ 平面 PAD；

（2）求几何体 $ABCDEF$ 的体积.

21.（12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 的右顶点为 A，点 P 在 y 轴上，线段 AP 与椭圆 C 的交点 B 在第一象限，过点 B 的直线 l 与椭圆 C 相切，且直线 l 交 x 轴于 M.设过点 A 且平行于直线 l 的直线交 y 轴于点 Q.

（Ⅰ）当 B 为线段 AP 的中点时，求直线 AB 的方程；

（Ⅱ）记 ΔBPQ 的面积为 S_1，ΔOMB 的面积为 S_2，求 S_1+S_2 的最小值.

22.（10 分）已知 $x\in R$，设 $\vec{m}=(2\cos x,\ \sin x+\cos x)$，$\vec{n}=(\sqrt{3}\sin x,\ \sin x-\cos x)$，记函数 $f(x)=\vec{m}\cdot\vec{n}$.

（1）求函数 $f(x)$ 取最小值时 x 的取值范围；

（2）设 $\triangle ABC$ 的角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 $f(C)=2$，$c=\sqrt{3}$，求 $\triangle ABC$ 的面积 S 的最大值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

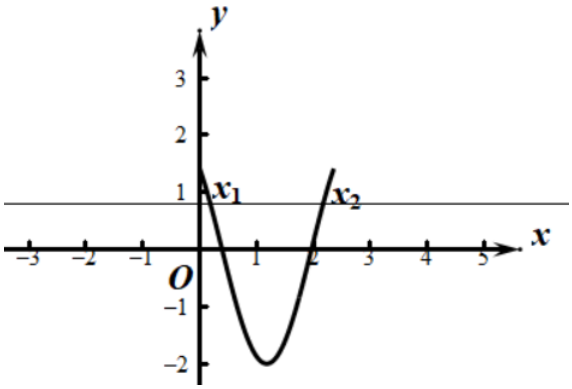
1、A

【解析】

画出函数 $y=2\sin\left(2x+\frac{3\pi}{4}\right)\left(0<x<\frac{3\pi}{4}\right)$ 的图像，函数对称轴方程为 $x=-\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}$，由图可得 x_1 与 x_2 关于 $x=\frac{3\pi}{8}$ 对称，即得解.

【详解】

函数 $y=2\sin\left(2x+\frac{3\pi}{4}\right)\left(0<x<\frac{3\pi}{4}\right)$ 的图像如图，



对称轴方程为 $2x+\frac{3\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in Z)$，

$\therefore x=-\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}(k\in Z)$，

又Q $0<x<\frac{3\pi}{4},\therefore x=\frac{3\pi}{8}$，

由图可得 x_1 与 x_2 关于 $x=\frac{3\pi}{8}$ 对称，

$\therefore x_1+x_2=2\times\frac{3\pi}{8}=\frac{3\pi}{4}$

故选：A

【点睛】

本题考查了正弦型函数的对称性，考查了学生综合分析，数形结合，数学运算的能力，属于中档题.

2、C

【解析】

依题意可得 $f(3-x)=f(x)$，即函数图像关于 $x=\frac{3}{2}$ 对称，再求出函数的导函数，即可判断函数的单调性；

【详解】

解：由 $f(3-x)=\ln(3-x)+\ln[3-(3-x)]=\ln(3-x)+\ln x=f(x)$，

$\therefore f(3-x)=f(x)$，所以函数图像关于 $x=\frac{3}{2}$ 对称，

又 $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{3-x}=\frac{2x-3}{x(x-3)}$，$f(x)$ 在 $(0,3)$ 上不单调.

故正确的只有 C，

故选：C

【点睛】

本题考查函数的对称性的判定，利用导数判断函数的单调性，属于基础题.

3、A

【解析】

根据程序框图输出的 S 的值即可得到空白框中应填入的内容.

【详解】

由程序框图的运行，可得：S＝0，i＝0

满足判断框内的条件，执行循环体，a＝1，S＝1，i＝1

满足判断框内的条件，执行循环体，a＝2×（﹣2），S＝1+2×（﹣2），i＝2

满足判断框内的条件，执行循环体，a＝3×（﹣2）^{2}，S＝1+2×（﹣2）+3×（﹣2）^{2}，i＝3

…

观察规律可知：满足判断框内的条件，执行循环体，a＝99×（﹣2）^{99}，S＝1+2×（﹣2）+3×（﹣2）^{2}+…+1×（﹣2）^{99}，i＝1，此时，应该不满足判断框内的条件，退出循环，输出 S 的值，所以判断框中的条件应是 i＜1.

故选：A.

【点睛】

本题考查了当型循环结构，当型循环是先判断后执行，满足条件执行循环，不满足条件时算法结束，属于基础题.

4、B

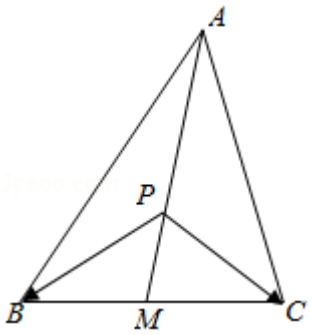
【解析】

由 *M* 是 *BC* 的中点，知 *AM* 是 *BC* 边上的中线，又由点 *P* 在 *AM* 上且满足 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PM}$ 可得: *P* 是三角形 *ABC* 的重心，

根据重心的性质，即可求解.

【详解】

解：∵*M* 是 *BC* 的中点，知 *AM* 是 *BC* 边上的中线，



又由点 *P* 在 *AM* 上且满足 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PM}$

∴*P* 是三角形 *ABC* 的重心

$\therefore \overrightarrow{PA}\cdot\left(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)$

$=\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{AP}=-|\overrightarrow{PA}|^2$

又∵*AM*=1

$\therefore |\overrightarrow{PA}|=\frac{2}{3}$

$\therefore \overrightarrow{PA}\cdot\left(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)=-\frac{4}{9}$

故选 *B*.

【点睛】

判断 *P* 点是否是三角形的重心有如下几种办法：①定义：三条中线的交点．②性质：$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\vec{0}$ 或

$\overrightarrow{AP}^2+\overrightarrow{BP}^2+\overrightarrow{CP}^2$ 取得最小值③坐标法：*P* 点坐标是三个顶点坐标的平均数.

5、B

【解析】

利用复数的除法运算化简 z，复数 z 在复平面中对应的点到原点的距离为 $|z|$，利用模长公式即得解.

【详解】

由题意知复数 z 在复平面中对应的点到原点的距离为 $|z|$，

$$z=\frac{4-3i}{1+i}=\frac{(4-3i)(1-i)}{2}=\frac{1-7i}{2}=\frac{1}{2}-\frac{7}{2}i,$$

$$\therefore|z|=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{49}{4}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

故选：B

【点睛】

本题考查了复数的除法运算，模长公式和几何意义，考查了学生概念理解，数学运算，数形结合的能力，属于基础题.

6、D

【解析】

与中间值 1 比较，a,c 可用换底公式化为同底数对数，再比较大小.

【详解】

$0.4^{0.5}<1$，$\log_3 5>1$，又$0<\log_5 2<\log_5 3$，$\therefore\frac{1}{\log_5 2}>\frac{1}{\log_5 3}$，即$\log_2 5>\log_3 5$，

$\therefore c>a>b$.

故选：D.

【点睛】

本题考查幂和对数的大小比较，解题时能化为同底的化为同底数幂比较，或化为同底数对数比较，若是不同类型的数，可借助中间值如 0，1 等比较.

7、A

【解析】

根据实数x_0满足的等量关系，代入后将方程变形$a\cdot 2^{x_0}+4a\cdot 2^{-x_0}=\ln x_0+5-x_0$，构造函数$h(x)=\ln x+5-x$，并由导函数求得$h(x)$的最大值；由基本不等式可求得$a\cdot 2^{x_0}+4a\cdot 2^{-x_0}$的最小值，结合存在性问题的求法，即可求得正数$a$的取值范围.

【详解】

函数$f(x)=x+a\cdot 2^x$，$g(x)=\ln x-4a\cdot 2^{-x}$，

由题意得$f(x_0)-g(x_0)=x_0+a\cdot 2^{x_0}-\ln x_0+4a\cdot 2^{-x_0}=5$，

即$a\cdot 2^{x_0}+4a\cdot 2^{-x_0}=\ln x_0+5-x_0$，

令$h(x)=\ln x+5-x$，

$\therefore h'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}$，

$\therefore h(x)$在$(0,1)$上单调递增，在$(1,+\infty)$上单调递减，

$\therefore h(x)_{max}=h(1)=4$，而$a\cdot 2^{x_0}+4a\cdot 2^{-x_0}\geq 2a\sqrt{2^{x_0}\cdot 4\cdot 2^{-x_0}}=4a$，

当且仅当$2^{x_0}=4\cdot 2^{-x_0}$，即当$x_0=1$时，等号成立，

$\therefore 4a\leq 4$，

$\therefore 0<a\leq 1$.

故选：A.

【点睛】

本题考查了导数在求函数最值中的应用，由基本不等式求函数的最值，存在性成立问题的解法，属于中档题.

8、D

【解析】

由几何法求出圆心到直线的距离，再与半径作比较，由此可得出结论.

【详解】

解：由题意，圆$x^2+y^2=1$的圆心为$O(0,0)$，半径$r=1$，

∵圆心到直线的距离为$d=\frac{\sqrt{2ab}}{\sqrt{a^2+b^2}}$，

$Q\,a^2+b^2\geq 2ab$，

$\therefore d\leq 1$，

故选：D.

【点睛】

本题主要考查直线与圆的位置关系，属于基础题.

9、A

【解析】

用偶函数的图象关于y轴对称排除C,用$f(\pi)<0$排除B,用$f(\frac{\pi}{2})>4$排除D.故只能选A.

【详解】

因为$f(-x)=6^{|\sin(-x)|}-\frac{(-x)^2}{\sqrt{1+(-x)^2}}=6^{|\sin x|}-\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}=f(x)$，

所以函数$f(x)$为偶函数,图象关于y轴对称,故可以排除C；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/297126061143006115