

立体几何解答题罕见压轴难题

压轴题解读

命题预测	空间向量是将空间几何问题坐标化的工具，是常考的重点，立体几何解答题的基本模式是论证推理与计算相结合，以某个空间几何体为依托，分步设问，逐层加深. 解决这类题目的原则是建系求点、坐标运算、几何结论. 作为求解空间角的有力工具，通常在解答题中进行考查，属于中等难度.
高频考法	(1) 非常规空间几何体为载体 (2) 立体几何探索性问题 (3) 立体几何折叠问题 (4) 利用传统方法找几何关系建系

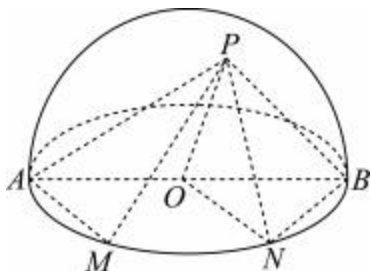
高分必抢

●题型 01 非常规空间几何体为载体



找清楚几何关系再用空间向量法解决.

题目 1 (2024·高三·江苏淮安·期中) 如图， AB 是半球 O 的直径， $AB = 4$, M, N 是底面半圆弧 $\widehat{AB}$ 上的两个三等分点， P 是半球面上一点，且 $\angle PON = 60^\circ$.

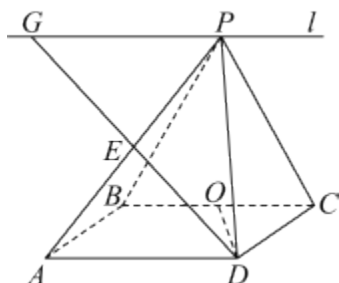


(1) 证明: $PB \perp$ 平面 PAM ;

(2) 若点 P 在底面圆内的射影恰在 ON 上，求直线 PM 与平面 PAB 所成角的正弦值.

人不拼怎知输赢

题目 (2024·四川泸州·一模) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, 且平面 $PBC \perp$ 平面 $ABCD$. O, E 分别是 BC, PA 的中点, 经过 O, D, E 三点的平面与棱 PB 交于点 F , 平面 $PBC \cap$ 平面 $PAD = l$, 直线 DE 与直线 l 交于点 G .



- (1) 求 $\frac{PF}{FB}$ 的值;
- (2) 若 $PB = PC = CD = 2$, 求多面体 $POCDEF$ 的体积.



人不拼怎知输赢

题目 2

(2024·高三·全国·专题练习) 无数次借着你的光，看到未曾见过的世界：国庆七十周年、建党百年天安门广场三千人合唱的磅礴震撼，“930 烈士纪念日”向人民英雄敬献花篮仪式的凝重庄严……171 金帆合唱团，这绝不是一个抽象的名字，而是艰辛与光耀的延展，当你想起他，应是四季人间，应是繁星璀璨！这是开学典礼中，我校金帆合唱团的颁奖词，听后让人热血沸腾，让人心向往之。图 1 就是金帆排练厅，大家都亲切的称之为“六角楼”，其造型别致，可以理解为一个正六棱柱（图 2）由上底面各棱向内切割为正六棱台（图 3），正六棱柱的侧棱 DH 交 A_1D_1 的延长线于点 H ，经测量 $\angle D_1DH = 12^\circ$ ，且 $AB = 10, A_1B_1 = 8$ ， $(\sin 12^\circ \approx 0.2)$



图1

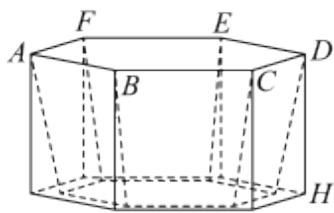


图2

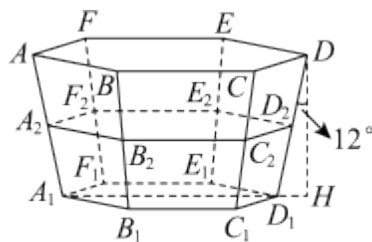


图3

(1) 写出三条正六棱台的结构特征.

(2) “六角楼”一楼为办公区域，二楼为金帆排练厅，假设排练厅地板恰好为六棱柱中截面，忽略墙壁厚度，估算金帆排练厅对应几何体体积.(棱台体积公式: $V = \frac{1}{3}h(S' + \sqrt{S'S} + S)$)

(3) “小迷糊”站在“六角楼”下，陶醉在歌声里.“大聪明”走过来说：“数学是理性的音乐，音乐是感性的数学.学好数学方能更好的欣赏音乐，比如咱们刚刚听到的一个复合音就可以表示为函数 $S(x) = \sin x + \frac{1}{2}\sin 2x (x \in R)$ ，你看这多美妙！”

数 $S(x) = \sin x + \frac{1}{2}\sin 2x (x \in R)$ ，你看这多美妙！”

“小迷糊”：“___”

亲爱的同学们，快来帮“小迷糊”求一下 $S(x)$ 的最大值吧.



人不拼怎知输赢

●题型 02 立体几何探索性问题

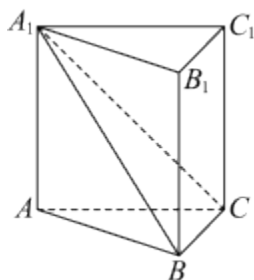


(1) 解决探索性问题的基本方法是假设结论成立或对象存在，然后在这个前提下进行逻辑推理，若能推导出与条件吻合的数据或事实，则说明假设成立，即存在，并可进一步证明；否则不成立，即不存在。

(2) 在棱上探寻一点满足各种条件时，要明确思路，设点坐标，应用共线向量定理 $\vec{a} = \lambda \vec{b}$ ($\vec{b} \neq \mathbf{0}$)，利用向量相等，所求点坐标用 λ 表示，再根据条件代入，注意 λ 的范围。

(3) 利用空间向量的坐标运算，可将空间中的探索性问题转化为方程是否有解的问题进行处理。

题目 1 (2024·高三·山东·阶段练习) 如图，在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AB = 2$ ，侧面 ABB_1A_1 是正方形，且平面 $A_1BC \perp$ 平面 ABB_1A_1 。

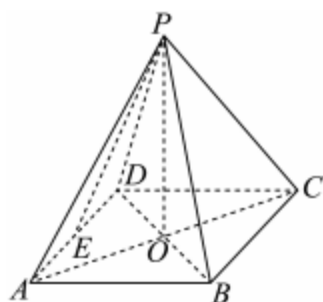


(1) 求证： $AB \perp BC$ ；

(2) 当 AC 与平面 A_1BC 所成的角为 $\frac{\pi}{6}$ ，在线段 A_1C 上是否存在点 E ，使平面 ABE 与平面 BCE 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$ ？说明理由。

人不拼怎知输赢

题目 (2024·高三·北京海淀·阶段练习) 已知点 P 是边长为2的菱形 $ABCD$ 所在平面外一点, 且点 P 在底面 $ABCD$ 上的射影是 AC 与 BD 的交点 O , 已知 $\angle BAD = 60^\circ$, $\triangle PDB$ 是等边三角形.

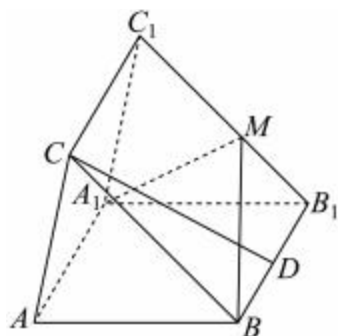


- (1) 求证: $AC \perp PD$;
- (2) 求点 D 到平面 PBC 的距离;
- (3) 若点 E 是线段 AD 上的动点, 问: 点 E 在何处时, 直线 PE 与平面 PBC 所成的角最大? 求出最大角的正弦值, 并求出取得最大值时线段 DE 的长.



人不拼怎知输赢

题目 (2024·高三·安徽六安·阶段练习) 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 四边形 ABB_1A_1 为正方形, 四边形 AA_1C_1C 为菱形, 且 $\angle AA_1C = 60^\circ$, 平面 $AA_1C_1C \perp$ 平面 ABB_1A_1 , 点 D 为棱 BB_1 的中点.



(1) 求证: $AA_1 \perp CD$;

(2) 棱 B_1C_1 (除两端点外)上是否存在点 M , 使得二面角 $B-A_1M-B_1$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{5}$, 若存在, 请求出 $\frac{C_1M}{C_1B_1}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.



人不拼怎知输赢

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/297150053060006151>