中考母题揭秘

专题 20　锐角三角函数及应用

母题揭秘

命题意图

锐角三角函数的定义属于基础考点，直接考查的不多；特殊三角函数值的计算通常作为解答题和实数的相关概念一起，考查学生的简单综合计算能力；考查先将现实生活中的实物或者现象提炼出所需的直角三角形，再根据已知数据解出未知部分．

考向分析

中考频度：★★★☆☆

难度系数：★★★☆☆

中考中对锐角三角函数的定义和性质的单独考查并不常见，难度也不大．有关特殊三角形函数值的计算是必考考点，通常会和零指数幂、负指数幂、绝对值、算术平方根等结合考查，形式比较固定，难度不大．有关于解直角三角形及其应用的考查，可以是选择题、填空题，但最常考的是解答题，问题背景常和仰角、俯角，楼高，实物中某部分长度等结合．出现在填空题中时，常和相似结合，作为压轴填空题出现．

答题技巧

1．熟记特殊角的锐角三角函数值是进行锐角三角函数计算的关键．

2．锐角三角函数值的本质是一个比值，它的大小只与锐角 A 的大小（即度数）有关，与所在的直角三角形的边的长度无关，即只要锐角 A 确定，其三角函数值也随之确定．

3．在不含直角三角形的图形中，如果求与三角形有关的线段长、非特殊角的某个三角函数、面积等问题，一般可通过分割图形、作高等方法，把问题转化为解直角三角形得以解决，辅助线是解题关键．

4．解直角三角形的一般过程是：

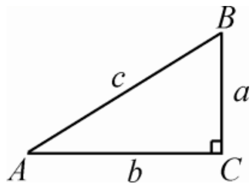
（1）将实际问题抽象为数学问题（画出平面图形，构造出直角三角形转化为解直角三角形问题）．

（2）根据题目已知特点选用适当锐角三角函数或边角关系去解直角三角形，得到数学问题的答案，再转化得到实际问题的答案．

知识盘点

1．正弦、余弦、正切的概念

如图，在Rt△ABC 中，∠C=90°，∠A、∠B、∠C 的对边分别为 a、b、c．



（1）∠A 的对边与斜边的比叫做∠A 的正弦 ，即 $\sin A=\frac{a}{c}$;

（2）∠A 的邻边与斜边的比叫做∠A 的余弦，即 $\cos A=\frac{b}{c}$;

（3）∠A 的对边与邻边的比叫做∠A 的正切，即 $\tan A=\frac{a}{b}$;

锐角 A 的正弦、余弦、正切叫做∠A 的锐角三角函数．

2．特殊角的三角函数值

α	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

3．锐角三角函数之间的关系

同一锐角的三角函数之间的关系：

（1）$\sin^2 A+\cos^2 A=1$；

（2）$\frac{\sin A}{\cos A}=\tan A$.

4．解直角三角形

任何一个三角形都有六个元素，三条边、三个角，在直角三角形中，已知有一个角是直角，我们把利用已知的元素求出未知元素的过程，叫做解直角三角形.

在 Rt△ABC 中， $\angle C=90°$，$AC=b$， $AB=c$，$BC=a$	三边关系：$a^2+b^2=c^2$
	两锐角关系：$\angle A+\angle B=90°$
	边与角关系：$\sin A=\cos B=\frac{a}{c}$， $\cos A=\sin B=\frac{b}{c}$，$\tan A=\frac{a}{b}$，$\tan B=\frac{b}{a}$
锐角 α 是 a，b 的夹角	面积：$S=\frac{1}{2}ab\sin\alpha$

5．利用解直角三角形的知识解决实际问题的一般过程

（1）将实际问题抽象为数学问题（画出平面图形，转化为解直角三角形的问题，也就是建立适当的函数模型）；

（2）根据条件的特点，适当选用锐角三角函数，运用解直角三角形的有关性质解直角三角形；

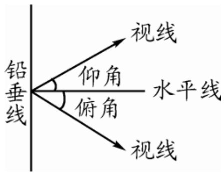
（3）得到数学问题的答案；

（4）得到实际问题的答案.

6．实际应用问题中的常见概念：

（1）俯角、仰角

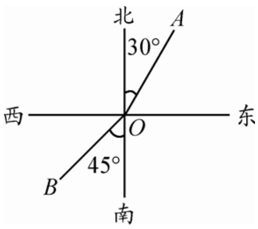
在进行测量时，从下往上看，视线与水平线的夹角叫做仰角；从上往下看，视线与水平线的夹角叫做俯角.



（2）方向角

①方向角是以观察点为中心（方向角的顶点），以正北或正南为始边，旋转到观察目标的方向线所成的锐角，方向角也称象限角.

②如图，我们说点 A 在 O 的北偏东 30°方向上，点 B 在点 O 的南偏西 45°方向上，或者点 B 在点 O 的西南方向.



（3）坡度、坡角

①坡度通常写成 1∶tanα 的形式．坡面与水平面的夹角叫做坡角，记作 α，有 $i=\frac{h}{l}$.

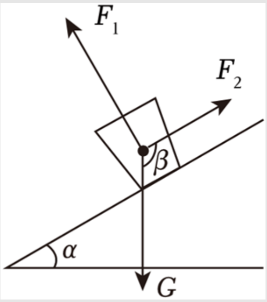
②一斜坡的坡角为 30°，则它的坡度为 $1:\sqrt{3}$.

母题呈现 1

【母题来源】（2024•山西）

【母题再现】

一只杯子静止在斜面上，其受力分析如图所示，重力 G 的方向竖直向下，支持力 F_1 的方向与斜面垂直，摩擦力 F_2 的方向与斜面平行．若斜面的坡角 $\alpha=25°$，则摩擦力 F_2 与重力 G 方向的夹角 β 的度数为(　　)



A．155°　　　B．125°　　　C．115°　　　D．65°

【答案】C

【分析】根据平行线的性质得到$\angle 3=90^{\circ}$，根据三角形的内角和定理得到$\angle\alpha+\angle 1=90^{\circ}$，求得$\angle 2=\angle 1=90^{\circ}-25^{\circ}=65^{\circ}$，根据平行线的性质即可得到结论．

【解答】解：如图，Q支持力F_1的方向与斜面垂直，摩擦力F_2的方向与斜面平行，

$\therefore\angle 3=90^{\circ}$，

Q重力G的方向竖直向下，

$\therefore\angle\alpha+\angle 1=90^{\circ}$，

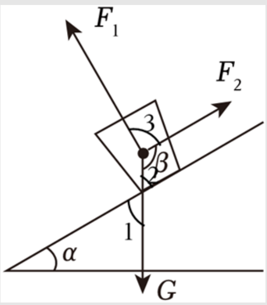
$\therefore\angle 2=\angle 1=90^{\circ}-25^{\circ}=65^{\circ}$，

Q摩擦力F_2的方向与斜面平行，

$\therefore\angle\beta+\angle 2=180^{\circ}$，

$\therefore\angle\beta=180^{\circ}-\angle 2=180^{\circ}-65^{\circ}=115^{\circ}$，

故选：C．

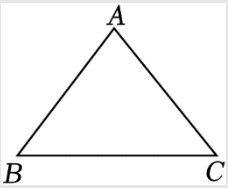


母题呈现 2

【母题来源】（2024•临夏州）

【母题再现】

如图，在ΔABC中，$AB=AC=5$，$\sin B=\dfrac{4}{5}$，则BC的长是(　　)

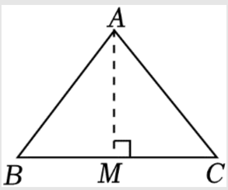


A．3　　B．6　　C．8　　D．9

【答案】B

【分析】过点A作BC的垂线，构造出直角三角形，再结合正弦的定义及等腰三角形的性质即可解决问题．

【解答】解：过点A作BC的垂线，垂足为M，



在RtΔABM中，

$\sin B=\dfrac{AM}{AB}$，

$\therefore AM=5\times\dfrac{4}{5}=4$，

$\therefore BM=\sqrt{5^2-4^2}=3$．

又Q $AB=AC$，

$\therefore BC=2BM=6$．

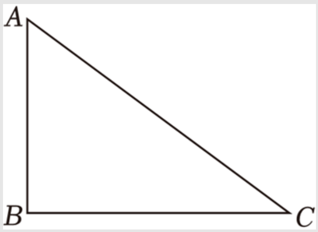
故选：B．

母题呈现 3

【母题来源】（2024•云南）

【母题再现】

如图，在 ΔABC 中，若 $\angle B=90^{\circ}$，$AB=3$，$BC=4$，则 $\tan A=($　　$)$



A．$\frac{4}{5}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$\frac{4}{3}$　　D．$\frac{3}{4}$

【答案】C

【分析】根据正切的定义即可求得答案．

【解答】解：$\because$ 在 ΔABC 中，若 $\angle B=90^{\circ}$，$AB=3$，$BC=4$，

$\therefore \tan A=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{3}$，

故选：C．

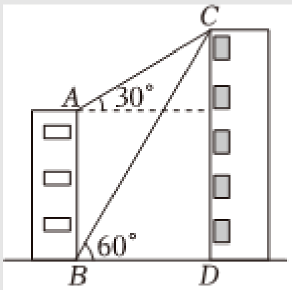
母题呈现 4

【母题来源】（2024•德阳）

【母题再现】

某校学生开展综合实践活动，测量一建筑物 CD

的高度，在建筑物旁边有一高度为 10 米的小楼房 AB，小李同学在小楼房楼底 B 处测得 C 处的仰角为 60°，在小楼房楼顶 A 处测得 C 处的仰角为 30° (AB、CD 在同一平面内，B、D 在同一水平面上)，则建筑物 CD 的高为(　　)米.

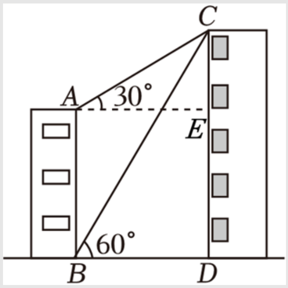


A．20　　　　B．15　　　　C．12　　　　D．$10+5\sqrt{3}$

【答案】B

【分析】设过点 A 的水平线于 CD 交于点 E，在 $Rt\Delta BCD$ 中，用 CD 表示 BD，在 $Rt\Delta ACE$ 中，用 CD 表示 AE，再利用 $AE=BD$ 列方程即可求出 CD.

【解答】解：设过点 A 的水平线于 CD 交于点 E，如图，



由题意，知：四边形 $ABDE$ 是矩形 $DE=AB=10$ 米，$AE=BD$，

在 $Rt\Delta BCD$ 中，

$BD=\dfrac{CD}{\tan 60^\circ}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}CD$，

在 $Rt\Delta ACE$ 中，

$AE=\dfrac{CE}{\tan 30^\circ}=\sqrt{3}(CD-DE=\sqrt{3}(CD-10)$，

$\therefore\sqrt{3}(CD-10)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}CD$，

解得 $CD=15$（米），

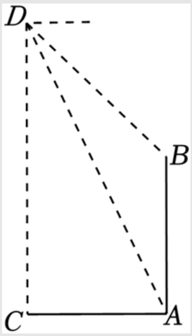
故选：B.

母题呈现 5

【母题来源】（2024•赤峰）

【母题再现】

综合实践课上，航模小组用无人机测量古树 AB 的高度．如图，点 C 处与古树底部 A 处在同一水平面上，且 $AC=10$ 米，无人机从 C 处竖直上升到达 D 处，测得古树顶部 B 的俯角为 $45°$，古树底部 A 的俯角为 $65°$，则古树 AB 的高度约为 ____米（结果精确到 0.1 米；参考数据：$\sin65°\approx0.906$，$\cos65°\approx0.423$，$\tan65°\approx2.145$）．



【答案】11.5．

【分析】过点 B 作 $BE\perp DC$，先说明四边形 $CABE$ 是矩形，再在 $Rt\triangle ACD$、$Rt\triangle DBE$ 中，利用直角三角形的边角间关系求出 DE、DC 的长，最后利用线段的和差关系得结论．

【解答】解：由题意，知 $DM\parallel AC$，$DC\perp AC$，$\angle MDA=65°$，$\angle MDB=45°$．

过点 B 作 $BE\perp DC$，垂足为 E．

$\because BE\perp CD$，$BA\perp AC$，$DC\perp AC$，

$\therefore \angle C=\angle BEA=\angle CAB=90°$．

$\therefore$四边形 $CABE$ 是矩形．

$\therefore BE=AC=10$ 米，$CE=AB$.

$\because DM\parallel AC\parallel BE$，

$\therefore \angle MDB=\angle EBD=45^\circ$，$\angle MDA=\angle DAC=65^\circ$.

在 Rt$\triangle ACD$ 中，

$\because \tan\angle DAC=\dfrac{DC}{AC}$，

$\therefore DC=\tan\angle DAC\cdot AC$

$=\tan65^\circ\times10$

$\approx2.145\times10$

$=21.45$（米）.

在 Rt$\triangle DBE$ 中，

$\because \tan\angle DBE=\dfrac{DE}{BE}$，

$\therefore DE=\tan\angle DBE\cdot AC$

$=\tan45^\circ\times10$

$=1\times10$

$=10$（米）.

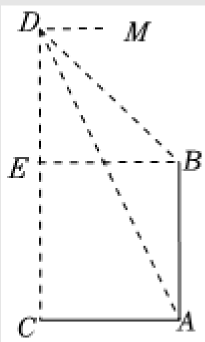
$\therefore AB=DC-DE$

$=21.45-10$

$=11.45$

≈11.5（米）.

故答案为：11.5．

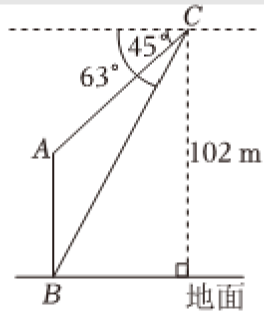


母题呈现 6

【母题来源】（2024•武汉）

【母题再现】

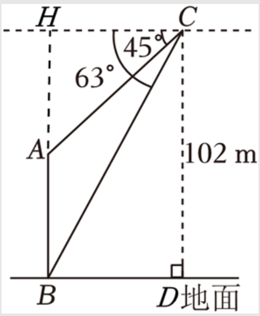
黄鹤楼是武汉市著名的旅游景点，享有“天下江山第一楼”的美誉．在一次综合实践活动中，某数学小组用无人机测量黄鹤楼 AB 的高度．具体过程如下：如图，将无人机垂直上升至距水平地面 $102m$ 的 C 处，测得黄鹤楼顶端 A 的俯角为 45°，底端 B 的俯角为 63°，则测得黄鹤楼的高度是 ____ m．（参考数据：$\tan 63^{\circ} \approx 2$）



【答案】51．

【分析】过点 C 作 $CH//BD$，延长 BA 交 CH 于 H，在 $Rt\Delta BCH$ 中和 $Rt\Delta ACH$ 中，解直角三角形求出 CH，AH，即可求出答案．

【解答】解：过点 C 作 $CH//BD$，延长 BA 交 CH 于 H，



由题意得 $\angle ABD = \angle CDB = 90^{\circ}$，

$\therefore \angle AHC = 180^{\circ} - 90^{\circ} = 90^{\circ}$，

$\therefore$ 四边形 $BDCH$ 是矩形，

$\therefore BH = CD = 102m$，

在 RtΔBCH 中，$\angle BCH = 63°$，$\tan\angle BCH = \dfrac{BH}{CH}$，

$\therefore CH = \dfrac{BH}{\tan 63°} \approx \dfrac{102}{2} = 51(m)$，

在 RtΔACH 中，$\angle ACH = 45°$，

$\therefore \angle CAH = 45° = \angle ACH$，$\therefore AH = CH = 51m$，

$\therefore AB = BH - AH = 51m$．

答：黄鹤楼的高度约为$51m$．

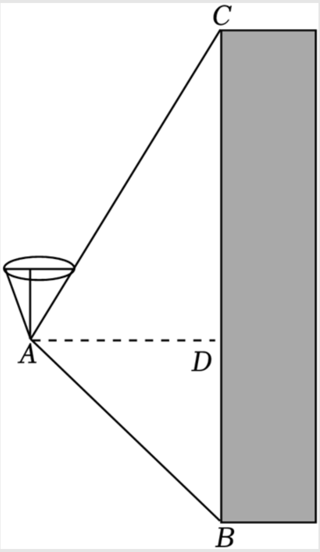
故答案为：51．

母题呈现 7

【母题来源】(2024•绥化)

【母题再现】

如图，用热气球的探测器测一栋楼的高度，从热气球上的点A测得该楼顶部点C的仰角为$60°$，测得底部点B的俯角为$45°$，点A与楼BC的水平距离$AD = 50m$，则这栋楼的高度为____m（结果保留根号）．



【答案】$(50+50\sqrt{3})$．

【分析】根据题意可得：$AD\perp BC$，然后分别在RtΔACD和RtΔABD中，利用锐角三角函数的定义求出CD和BD的长，从而利用线段和差关系进行计算，即可解答．

【解答】解：由题意得：$AD\perp BC$，

在RtΔACD中，$\angle CAD=60^{\circ}$，$AD=50m$，

$\therefore CD=AD\cdot\tan60^{\circ}=50\sqrt{3}(m)$，

在RtΔABD中，$\angle BAD=45^{\circ}$，

$\therefore BD=AD\cdot\tan45^{\circ}=50(m)$，

$\therefore BC=BD+CD=(50+50\sqrt{3})m$，

$\therefore$这栋楼的高度为$(50+50\sqrt{3})m$，

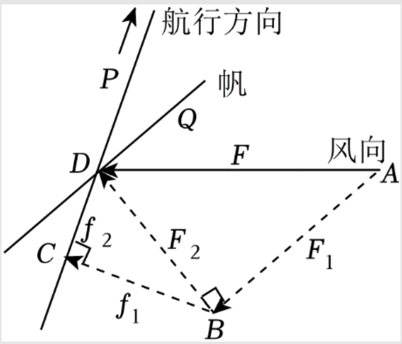
故答案为：$(50+50\sqrt{3})$．

母题呈现　8

【母题来源】（2024•福建）

【母题再现】

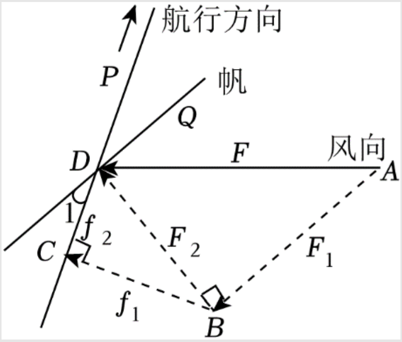
无动力帆船是借助风力前行的．如图是帆船借助风力航行的平面示意图，已知帆船航行方向与风向所在直线的夹角$\angle PDA$为70°，帆与航行方向的夹角$\angle PDQ$为30°，风对帆的作用力F为$400N$．根据物理知识，F可以分解为两个力F_1与F_2，其中与帆平行的力F_1不起作用，与帆垂直的力F_2又可以分解为两个力f_1与f_2，f_1与航行方向垂直，被舵的阻力抵消；f_2与航行方向一致，是真正推动帆船前行的动力．在物理学上常用线段的长度表示力的大小，据此，建立数学模型：$F=AD=400$，则$f_2=CD=$_____．（单位：N）（参考数据：$\sin 40^\circ\approx 0.64$，$\cos 40^\circ\approx 0.77$）



【答案】128．

【分析】先求出$\angle ADQ=40^\circ$，$\angle 1=\angle PDQ=30^\circ$，由$AB//QD$得$\angle BAD=\angle ADQ=40^\circ$，求出$F_2=BD=AD\cdot\sin\angle BAD=256$，求出$\angle BDC=90^\circ-\angle 1=60^\circ$，在Rt△BCD中，根据$f_2=CD=BD\cdot\cos\angle BDC$即可求出答案．

【解答】解：如图，



$\because \angle PDA = 70^\circ$， $\angle PDQ = 30^\circ$，

$\therefore \angle ADQ = \angle PDA - \angle PDQ = 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ$， $\angle 1 = \angle PDQ = 30^\circ$，

$\because AB // QD$，

$\therefore \angle BAD = \angle ADQ = 40^\circ$，

在 Rt△ABD 中， $F = AD = 400$， $\angle ABD = 90^\circ$，

$\therefore F_2 = BD = AD \cdot \sin\angle BAD = 400 \cdot \sin 40^\circ = 400 \times 0.64 = 256$，

由题意可知， $BD \perp DQ$，

$\therefore \angle BDC + \angle 1 = 90^\circ$，

$\therefore \angle BDC = 90^\circ - \angle 1 = 60^\circ$，

在 Rt△BCD 中， $BD = 256$， $\angle BCD = 90^\circ$，

$\therefore f_2 = CD = BD \cdot \cos\angle BDC = 256 \times \cos 60^\circ = 256 \times \frac{1}{2} = 128$，

故答案为：128．

母题呈现 9

【母题来源】（2024•湖南）

【母题再现】

如图，图 1 为《天工开物》记载的用于舂(chōng)捣谷物的工具——“碓(duì)”的结构简图，图 2 为其平面示意图．已知 $AB\perp CD$ 于点 B， AB 与水平线 l 相交于点 O， $OE\perp l$．若 $BC=4$ 分米， $OB=12$ 分米， $\angle BOE=60^{\circ}$，则点 C 到水平线 l 的距离 CF 为 ____分米（结果用含根号的式子表示）.

图1

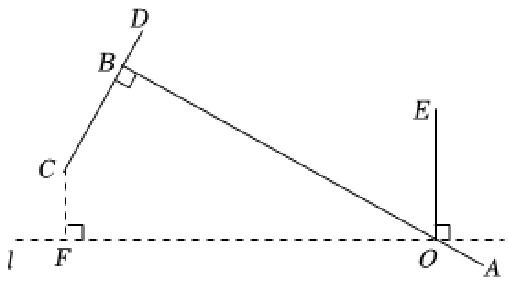


图2

【答案】$(6-2\sqrt{3})$．

【分析】延长 DC 交 l 于点 H，连接 OC，根据题意及解三角形确定 $BH=4\sqrt{3}$，$OH=8\sqrt{3}$，再由等面积法即可求解.

【解答】解：延长 DC 交 l 于点 H，连接 OC，

在 RtΔOBH 中， $\angle BOH=90^{\circ}-60^{\circ}=30^{\circ}$， $OB=12dm$，

$\therefore BH=12\times\tan 30^{\circ}=4\sqrt{3}(dm)$， $OH=8\sqrt{3}(dm)$，

$\because S_{\Delta OBH}=S_{\Delta OCH}+S_{\Delta OBC}$，

$\therefore \frac{1}{2}OB\cdot BH=\frac{1}{2}OH\cdot CF+\frac{1}{2}OB\cdot BC$，

$\therefore \frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 12=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}\times CF+\frac{1}{2}\times 12\times 4$，

$\therefore CF=6-2\sqrt{3}(dm)$，

故答案为：$(6-2\sqrt{3})$．