

新疆乌鲁木齐市十中 2024 届高三上数学期末联考模拟试题

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. $\frac{(1-2x)^7}{x}$ 的展开式中 x^2 的系数为 ()

- A. -84 B. 84 C. -280 D. 280

2. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线 $2x + y - 4 = 0$ 与 y 轴交于点 A ,

线段 AF_2 与 E 交于点 B . 若 $|AB| = |BF_1|$, 则 E 的方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{36} = 1$ B. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$ C. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{6} = 1$ D. $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$

3. 函数 $f(x) = \sin 2x + m \sin x + 3x$ 在 $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递减的充要条件是 ()

- A. $m \leq -3$ B. $m \leq -4$ C. $m \leq -\frac{8\sqrt{3}}{3}$ D. $m \leq 4$

4. 我们熟悉的卡通形象“哆啦 A 梦”的长宽比为 $\sqrt{2}:1$. 在东方文化中通常称这个比例为“白银比例”, 该比例在设计和建筑领域有着广泛的应用. 已知某电波塔自下而上依次建有第一展望台和第二展望台, 塔顶到塔底的高度与第二展望台到塔底的高度之比, 第二展望台到塔底的高度与第一展望台到塔底的高度之比皆等于“白银比例”, 若两展望台间高度差为 100 米, 则下列选项中与该塔的实际高度最接近的是 ()

- A. 400 米 B. 480 米
C. 520 米 D. 600 米

5. 设 $\vec{a}, \vec{b}$ 是非零向量, 若对于任意的 $\lambda \in R$, 都有 $|\vec{a} - \vec{b}| \leq |\vec{a} - \lambda \vec{b}|$ 成立, 则

- A. $\vec{a} // \vec{b}$ B. $\vec{a} \perp \vec{b}$ C. $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{a}$ D. $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b}$

6. 若不等式 $2x \ln x - x^2 + ax$ 对 $x \in [1, +\infty)$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 ()

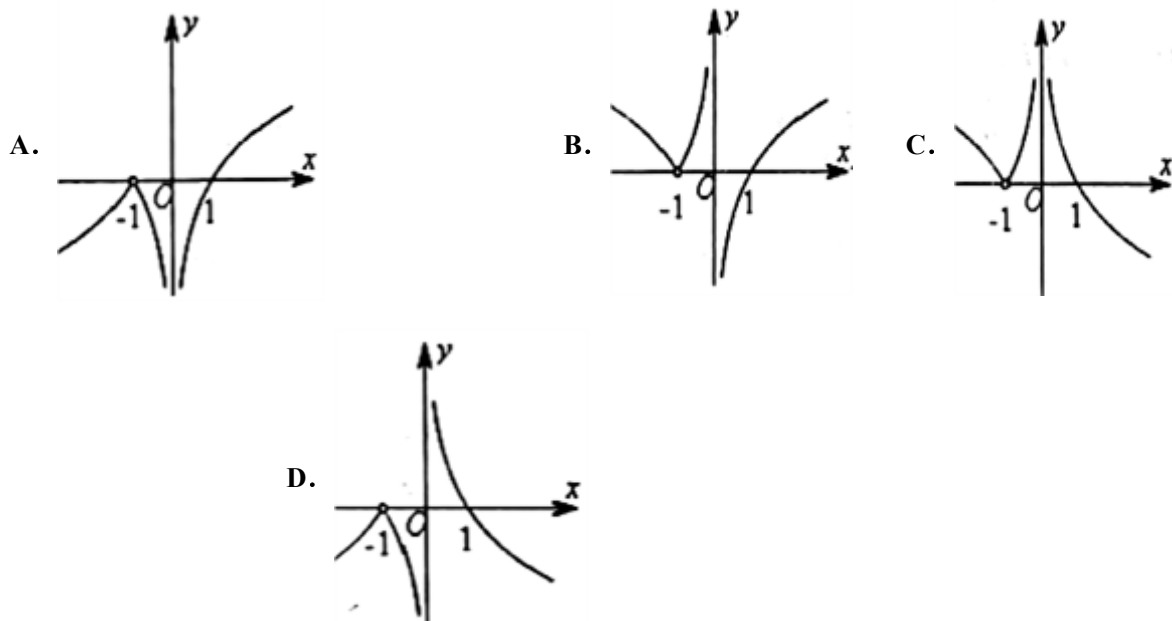
- A. $(-\infty, 0)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $(0, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

7. 欧拉公式为 $e^{ix} = \cos x + i \sin x$, (i

虚数单位)是由瑞士著名数学家欧拉发现的，它将指数函数的定义域扩大到复数，建立了三角函数和指数函数的关系，它在复变函数论里非常重要，被誉为“数学中的天桥”。根据欧拉公式可知， $e^{\frac{\pi}{3}i}$ 表示的复数位于复平面中的（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

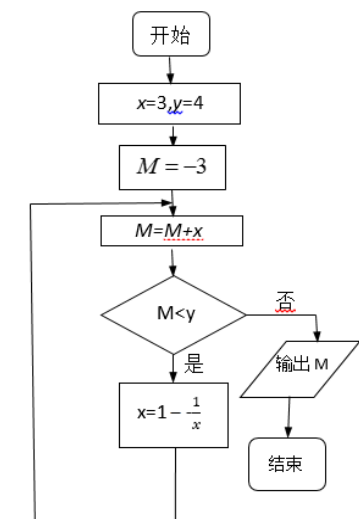
8. 函数 $f(x) = \frac{x+1}{|x+1|} \log_a |x|$ ($0 < a < 1$) 的图象的大致形状是（ ）



9. 已知点 P 不在直线 l, m 上，则“过点 P 可以作无数个平面，使得直线 l, m 都与这些平面平行”是“直线 l, m 互相平行”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

10. 执行如图所示的程序框图，输出的结果为（ ）



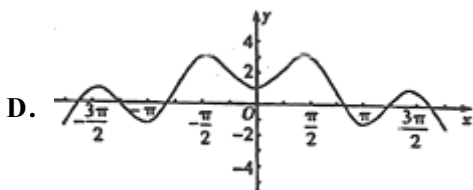
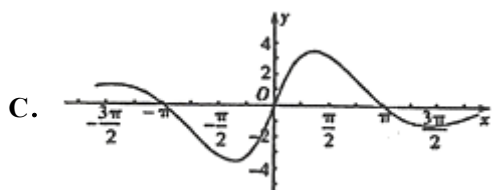
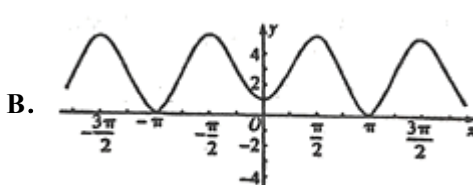
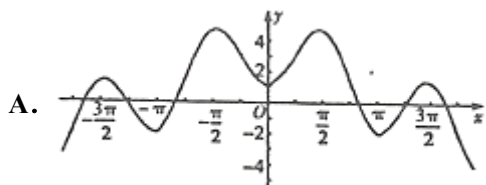
- A. $\frac{19}{3}$ B. 4 C. $\frac{25}{4}$ D. $\frac{13}{2}$

11. 已知命题 $p: m=1$ 是“直线 $x-my=0$ 和直线 $x+my=0$ 互相垂直”的充要条件；命题 q ：对任意

$a \in R, f(x) = x^2 + a$ 都有零点；则下列命题为真命题的是 ()

- A. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ B. $p \wedge (\neg q)$ C. $p \vee q$ D. $p \wedge q$

12. 函数 $f(x) = 6^{|\sin x|} - \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}$ 的图象大致为 ()



二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 抛物线 $y = 4x^2$ 的焦点 F 到准线 l 的距离为_____。

14. 若实数 x, y 满足不等式组
$$\begin{cases} x + y - 4 \leq 0, \\ 2x - 3y - 8 \leq 0, \\ x \geq 1, \end{cases}$$
 则目标函数 $z = 3x - y$ 的最大值为_____。

15. 若函数 $f(x) = x^2 + \frac{ax^2}{2^x + 1}$ 为奇函数，则 $a =$ _____。

16. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点都在球 O 的球面上， $PA = BC = 5, PB = AC = \sqrt{15}, PC = AB = 2\sqrt{5}$ ，则球 O 的表面积为_____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知数列的前 n 项和为 S_n ，且满足 $a_n = \frac{1}{2}S_n + 1 (n \in N^*)$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 若 $b_n = \log_2 a_n$ ， $c_n = \frac{1}{b_n b_{n+1}}$ ，且数列 $\{c_n\}$ 前 n 项和为 T_n ，求 T_n 的取值范围。

18. (12 分) 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$ ，且满足 $f(xy) = f(x) + f(y)$ ，当 $x \in (1, +\infty)$ 时，有 $f(x) > 0$ ，且 $f(2) = 1$ 。

(1) 求不等式 $f(4t) - f(1-t) < 2$ 的解集；

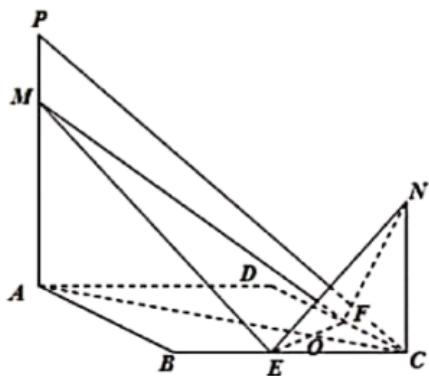
(2) 对任意 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, $f\left[2\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 2\sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 5a + 2\right] \dots f(6 - 2a)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = ax^2 + \cos x (a \in \mathbb{R})$

(1) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 证明 $f'(x) \geq 0$, 在 $[0, +\infty)$ 恒成立;

(2) 若 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处取得极大值, 求 a 的取值范围.

20. (12 分) 如图, 已知 E, F 分别是正方形 $ABCD$ 边 BC, CD 的中点, EF 与 AC 交于点 O , PA, NC 都垂直于平面 $ABCD$, 且 $PA = AB = 4, NC = 2, M$ 是线段 PA 上一动点.



(1) 当 $MO \perp$ 平面 EFN , 求 $AM : MP$ 的值;

(2) 当 M 是 PA 中点时, 求四面体 $M - EFN$ 的体积.

21. (12 分) 已知 O 为坐标原点, 单位圆与角 x 终边的交点为 P , 过 P 作平行于 y 轴的直线 l , 设 l 与 $\frac{\pi}{3}$ 终边所在直线的交点为 Q , $f(x) = \vec{OP} \cdot \vec{OQ}$.

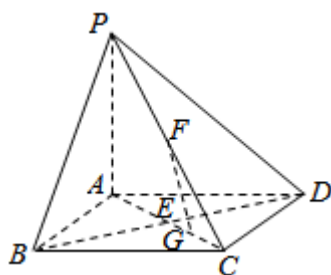
(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ 上的值域.

22. (10 分) 如图, 四棱锥 $P - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, BD 交 AC 于点 E , F 是线段 PC 中点, G 为线段 EC 中点.

(I) 求证: $FG \parallel$ 平面 PBD ;

(II) 求证: $BD \perp FG$.



参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

由题意，根据二项式定理展开式的通项公式 $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$ ，得 $(1-2x)^7$ 展开式的通项为 $T_{k+1} = (-2)^k C_7^k x^k$ ，则

$\frac{(1-2x)^7}{x}$ 展开式的通项为 $T_{k+1} = (-2)^k C_7^k x^{k-1}$ ，由 $k-1=2$ ，得 $k=3$ ，所以所求 x^2 的系数为 $(-2)^3 C_7^3 = -280$ 。故选

C.

点睛：此题主要考查二项式定理的通项公式的应用，以及组合数、整数幂的运算等有关方面的知识，属于中低档题，也是常考知识点。在二项式定理的应用中，注意区分二项式系数与系数，先求出通项公式 $T_{r+1} = C_n^r a^{n-r} b^r$ ，再根据所求问题，通过确定未知的次数，求出 r ，将 r 的值代入通项公式进行计算，从而问题可得解。

2、D

【解析】

由题可得 $A(0,4)$ ， $F_2(2,0)$ ，所以 $c=2$ ，又 $|AB|=|BF_1|$ ，所以 $2a=|BF_1|+|BF_2|=|AF_2|=2\sqrt{5}$ ，得 $a=\sqrt{5}$ ，故可得椭圆的方程。

【详解】

由题可得 $A(0,4)$ ， $F_2(2,0)$ ，所以 $c=2$ ，

又 $|AB|=|BF_1|$ ，所以 $2a=|BF_1|+|BF_2|=|AF_2|=2\sqrt{5}$ ，得 $a=\sqrt{5}$ ， $\therefore b=1$ ，

所以椭圆的方程为 $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 。

故选：D

【点睛】

本题主要考查了椭圆的定义，椭圆标准方程的求解.

3、C

【解析】

先求导函数，函数在 $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递减则 $f'(x) \leq 0$ 恒成立，对导函数不等式换元成二次函数，结合二次函数的性质和图象，列不等式组求解可得.

【详解】

依题意， $f'(x) = 2\cos 2x + m\cos x + 3 = 4\cos^2 x + m\cos x + 1$,

令 $\cos x = t$ ，则 $t \in [\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ ，故 $4t^2 + mt + 1 \leq 0$ 在 $[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ 上恒成立；

结合图象可知， $\begin{cases} 4 \times \frac{1}{4} + m \times \frac{1}{2} + 1 \leq 0 \\ 4 \times \frac{3}{4} + m \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \leq 0 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \leq -\frac{8\sqrt{3}}{3} \end{cases}$

故 $m \leq -\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查求三角函数单调区间. 求三角函数单调区间的两种方法：

(1)代换法：就是将比较复杂的三角函数含自变量的代数式整体当作一个角 u (或 t)，利用基本三角函数的单调性列不等式求解；

(2)图象法：画出三角函数的正、余弦曲线，结合图象求它的单调区间.

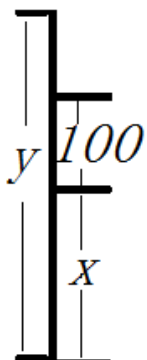
4、B

【解析】

根据题意，画出几何关系，结合各线段比例可先求得第一展望台和第二展望台的距离，进而由比例即可求得该塔的实际高度.

【详解】

设第一展望台到塔底的高度为 x 米，塔的实际高度为 y 米，几何关系如下图所示：



由题意可得 $\frac{100+x}{x} = \sqrt{2}$ ，解得 $x = 100(\sqrt{2} + 1)$ ；

且满足 $\frac{y}{x+100} = \sqrt{2}$ ，

故解得塔高 $y = (x+100)\sqrt{2} = 200(\sqrt{2} + 1) \approx 480$ 米，即塔高约为 480 米。

故选：B

【点睛】

本题考查了对中国文化的理解与简单应用，属于基础题。

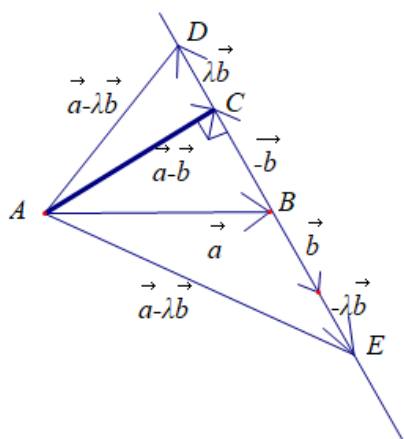
5、D

【解析】

画出 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ，根据向量的加减法，分别画出 $(\vec{a} - \lambda\vec{b})$ 的几种情况，由数形结合可得结果。

【详解】

由题意，得向量 $(\vec{a} - \vec{b})$ 是所有向量 $(\vec{a} - \lambda\vec{b})$ 中模长最小的向量，如图，



当 $AC \perp BC$ ，即 $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b}$ 时， $|\vec{AC}|$ 最小，满足 $|\vec{a} - \vec{b}| \leq |\vec{a} - \lambda\vec{b}|$ ，对于任意的 $\lambda \in R$ ，

所以本题答案为 D。

【点睛】

本题主要考查了空间向量的加减法，以及点到直线的距离最短问题，解题的关键在于用有向线段正确表示向量，属于基础题.

6、B

【解析】

转化 $2x \ln x - x^2 + ax, x \in [1, +\infty)$ 为 $a \geq 2 \ln x + x$ ，构造函数 $h(x) = 2 \ln x + x, x \in [1, +\infty)$ ，利用导数研究单调性，求函数最值，即得解.

【详解】

由 $2x \ln x - x^2 + ax, x \in [1, +\infty)$ ，可知 $a \geq 2 \ln x + x$.

设 $h(x) = 2 \ln x + x, x \in [1, +\infty)$ ，则 $h'(x) = \frac{2}{x} + 1 > 0$ ，

所以函数 $h(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增，

所以 $h(x)_{\min} = h(1) = 1$.

所以 $a \geq h(x)_{\min} = 1$.

故 a 的取值范围是 $(-\infty, 1]$.

故选：B

【点睛】

本题考查了导数在恒成立问题中的应用，考查了学生综合分析，转化划归，数学运算的能力，属于中档题.

7、A

【解析】

计算 $e^{\frac{\pi}{3}i} = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ，得到答案.

【详解】

根据题意 $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ ，故 $e^{\frac{\pi}{3}i} = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ，表示的复数在第一象限.

故选：A.

【点睛】

本题考查了复数的计算，意在考查学生的计算能力和理解能力.

8、C

【解析】

对 x 分类讨论，去掉绝对值，即可作出图象.

【详解】

$$f(x) = \frac{x+1}{|x+1|} \log_a |x| = \begin{cases} -\log_a(-x), & x < -1, \\ \log_a(-x), & -1 < x < 0, \\ \log_a x, & x > 0. \end{cases}$$

故选 C.

【点睛】

识图常用的方法

(1)定性分析法：通过对问题进行定性的分析，从而得出图象的上升(或下降)的趋势，利用这一特征分析解决问题；

(2)定量计算法：通过定量的计算来分析解决问题；

(3)函数模型法：由所提供的图象特征，联想相关函数模型，利用这一函数模型来分析解决问题.

9、C

【解析】

根据直线和平面平行的性质，结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】

Q 点 P 不在直线 l 、 m 上，

$\therefore$ 若直线 l 、 m 互相平行，则过点 P 可以作无数个平面，使得直线 l 、 m 都与这些平面平行，即必要性成立，

若过点 P 可以作无数个平面，使得直线 l 、 m 都与这些平面平行，则直线 l 、 m 互相平行成立，反证法证明如下：

若直线 l 、 m 互相不平行，则 l 、 m 异面或相交，则过点 P 只能作一个平面同时和两条直线平行，则与条件矛盾，即充分性成立

则“过点 P 可以作无数个平面，使得直线 l 、 m 都与这些平面平行”是“直线 l 、 m 互相平行”的充要条件，

故选：C.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，结合空间直线和平面平行的性质是解决本题的关键.

10、A

【解析】

模拟执行程序框图，依次写出每次循环得到的 x, M 的值，当 $x = 3$ ， $M = \frac{19}{3} > 4$ ，退出循环，输出结果.

【详解】

程序运行过程如下：

$$x = 3, M = 0; \quad x = \frac{2}{3}, M = \frac{2}{3}; \quad x = -\frac{1}{2}, M = \frac{1}{6};$$

$$x = 3, M = \frac{19}{6}; \quad x = \frac{2}{3}, M = \frac{23}{6};$$

$$x = -\frac{1}{2}, M = \frac{10}{3}; x = 3, M = \frac{19}{3} > 4, \text{退出循环, 输出结果为 } \frac{19}{3},$$

故选：A.

【点睛】

该题考查的是有关程序框图的问题，涉及到的知识点有判断程序框图输出结果，属于基础题目.

11、A

【解析】

先分别判断每一个命题的真假，再利用复合命题的真假判断确定答案即可.

【详解】

当 $m = 1$ 时，直线 $x - my = 0$ 和直线 $x + my = 0$ ，即直线为 $x - y = 0$ 和直线 $x + y = 0$ 互相垂直，

所以“ $m = 1$ ”是直线 $x - my = 0$ 和直线 $x + my = 0$ 互相垂直“的充分条件，

当直线 $x - my = 0$ 和直线 $x + my = 0$ 互相垂直时， $m^2 = 1$ ，解得 $m = \pm 1$.

所以“ $m = 1$ ”是直线 $x - my = 0$ 和直线 $x + my = 0$ 互相垂直“的不必要条件.

p ：“ $m = 1$ ”是直线 $x - my = 0$ 和直线 $x + my = 0$ 互相垂直“的充分不必要条件，故 p 是假命题.

当 $a = 1$ 时， $f(x) = x^2 + 1$ 没有零点，

所以命题 q 是假命题.

所以 $(\neg p) \wedge (\neg q)$ 是真命题， $p \wedge (\neg q)$ 是假命题， $p \vee q$ 是假命题， $p \wedge q$ 是假命题.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查充要条件的判断和两直线的位置关系，考查二次函数的图象，考查学生对这些知识的理解掌握水平.

12、A

【解析】

用偶函数的图象关于 y 轴对称排除 C , 用 $f(\pi) < 0$ 排除 B , 用 $f(\frac{\pi}{2}) > 4$ 排除 D . 故只能选 A .

【详解】

$$\text{因为 } f(-x) = 6^{|\sin(-x)|} - \frac{(-x)^2}{\sqrt{1+(-x)^2}} = 6^{|\sin x|} - \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} = f(x),$$

所以函数 $f(x)$ 为偶函数, 图象关于 y 轴对称, 故可以排除 C ;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/298073030007006051>