

期末复习（易错题 60 题 23 个考点）

一. 同底数幂的乘法（共 1 小题）

1. 阅读以下材料：

指数与对数之间有密切的联系，它们之间可以互化.

对数的定义：一般地，若 $a^x=N$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$)，那么 x 叫做以 a 为底 N 的对数，记作 $x=\log_a N$ ，比如指数式 $2^4=16$ 可以转化为对数式 $4=\log_2 16$ ，对数式 $2=\log_5 25$ ，可以转化为指数式 $5^2=25$.

我们根据对数的定义可得到对数的一个性质：

$\log_a (M\cdot N) = \log_a M + \log_a N$ ($a>0$, $a\neq 1$, $M>0$, $N>0$)，理由如下：

设 $\log_a M=m$, $\log_a N=n$ ，则 $M=a^m$, $N=a^n$,

$\therefore M\cdot N=a^m\cdot a^n=a^{m+n}$ ，由对数的定义得 $m+n=\log_a (M\cdot N)$

又 $\because m+n=\log_a M+\log_a N$,

$\therefore \log_a (M\cdot N) = \log_a M + \log_a N$.

请解决以下问题：

(1) 将指数式 $3^4=81$ 转化为对数式 $4=\log_3 81$ ；

(2) 求证： $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ ($a>0$, $a\neq 1$, $M>0$, $N>0$)；

(3) 拓展运用：计算 $\log_6 9 + \log_6 8 - \log_6 2 =$ 2.

【答案】(1) $4=\log_3 81$.

(2) 证明见解题过程.

(3) 2.

【解答】解：(1) 根据指数与对数关系得： $4=\log_3 81$.

故答案为： $4=\log_3 81$.

(2) 设 $\log_a M=m$, $\log_a N=n$ ，则 $M=a^m$, $N=a^n$,

$\therefore \frac{M}{N} = a^m \div a^n = a^{m-n}$.

$\therefore \log_a \frac{M}{N} = \log_a a^{m-n} = m - n = \log_a M - \log_a N$.

$\therefore \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$.

(3) 原式 $= \log_6 (9 \times 8 \div 2)$

$= \log_6 36$

$=2$.

故答案为：2.

二. 幂的乘方与积的乘方（共3小题）

2. 已知 $a=81^{31}$, $b=27^{41}$, $c=9^{61}$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

A. $a>b>c$

B. $a>c>b$

C. $a<b<c$

D. $b>c>a$

【答案】A

【解答】解： $\because a=81^{31}=(3^4)^{31}=3^{124}$

$b=27^{41}=(3^3)^{41}=3^{123}$;

$c=9^{61}=(3^2)^{61}=3^{122}$.

则 $a>b>c$.

故选：A.

3. 若 x, y 均为正整数, 且 $2^{x+1} \cdot 4^y = 128$, 则 $x+y$ 的值为 ()

A. 3

B. 5

C. 4 或 5

D. 3 或 4 或 5

【答案】C

【解答】解： $\because 2^{x+1} \cdot 4^y = 2^{x+1+2y}$, $2^7 = 128$,

$\therefore x+1+2y=7$, 即 $x+2y=6$

$\because x, y$ 均为正整数,

$$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$$

$\therefore x+y=5$ 或 4 ,

故选：C.

4. 计算 $(\frac{3}{2})^{2019} \cdot (-\frac{2}{3})^{2020}$ 的结果是 ()

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $-\frac{2}{3}$

D. $-\frac{3}{2}$

【答案】A

【解答】解： $(\frac{3}{2})^{2019} \cdot (-\frac{2}{3})^{2020}$

$$= (\frac{3}{2})^{2019} \cdot (\frac{2}{3})^{2019} \cdot \frac{2}{3}$$

$$= (\frac{3}{2} \times \frac{2}{3})^{2019} \cdot \frac{2}{3}$$

$$= 1 \times \frac{2}{3}$$

$$=\frac{2}{3}.$$

故选：A.

三. 多项式乘多项式（共 2 小题）

5. 如 $(x+m)$ 与 $(x+3)$ 的乘积中不含 x 的一次项，则 m 的值为（ ）

A. -3

B. 3

C. 0

D. 1

【答案】A

【解答】解：∵ $(x+m)(x+3) = x^2 + 3x + mx + 3m = x^2 + (3+m)x + 3m$,

又∵ $(x+m)$ 与 $(x+3)$ 的乘积中不含 x 的一次项，

$$\therefore 3+m=0,$$

解得 $m = -3$.

故选：A.

6. 计算：

$$(1) (-2x)^3 (2x^3 - \frac{1}{2}x - 1) - 2x(2x^3 + 4x^2);$$

$$(2) (x+3)(x-7) - x(x-1).$$

【答案】见试题解答内容

【解答】解：(1) 原式 $= -8x^3(2x^3 - \frac{1}{2}x - 1) - (4x^4 + 8x^3) = -16x^6 + 4x^4 + 8x^3 - 4x^4 - 8x^3 = -16x^6$;

$$(2) \text{原式} = x^2 - 7x + 3x - 21 - x^2 + x = -3x - 21.$$

四. 完全平方公式（共 3 小题）

7. 若 $a+b=10$, $ab=11$, 则代数式 $a^2 - ab + b^2$ 的值是（ ）

A. 89

B. -89

C. 67

D. -67

【答案】C

【解答】解：把 $a+b=10$ 两边平方得：

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 100,$$

把 $ab=11$ 代入得：

$$a^2 + b^2 = 78,$$

$$\therefore \text{原式} = 78 - 11 = 67,$$

故选：C.

8. 南宋数学家杨辉在其著作《详解九章算法》中揭示了 $(a+b)^n$ (n 为非负整数) 展开式的项数及各项系

数的有关规律如下，后人也将右表称为“杨辉三角”

$$(a+b)^0=1$$

$$(a+b)^1=a+b$$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

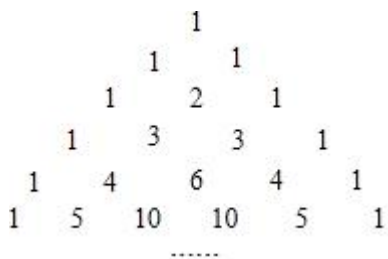
$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

$$(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$$

$$(a+b)^5=a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$$

...

则 $(a+b)^9$ 展开式中所有项的系数和是 ()



A. 128

B. 256

C. 512

D. 1024

【答案】C

【解答】解：当 $n=0$ 时，展开式中所有项的系数和为 $1=2^0$ ，

当 $n=1$ 时，展开式中所有项的系数和为 $2=2^1$ ，

当 $n=2$ 时，展开式中所有项的系数和为 $4=2^2$ ，

...

当 $n=9$ 时，展开式的项系数和为 $=2^9=512$ ，

故选：C.

9. 若 $x-y=6$, $xy=7$, 则 x^2+y^2 的值等于 50.

【答案】见试题解答内容

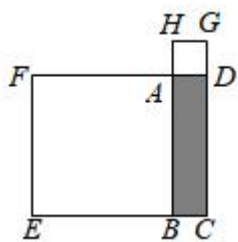
【解答】解：因为 $x-y=6$, $xy=7$,

所以 $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy=6^2+2\times 7=50$,

故答案为：50.

五. 完全平方公式的几何背景 (共 6 小题)

10. 如图, 矩形 $ABCD$ 的周长是 10cm , 以 AB , AD 为边向外作正方形 $ABEF$ 和正方形 $ADGH$, 若正方形 $ABEF$ 和 $ADGH$ 的面积之和为 17cm^2 , 那么矩形 $ABCD$ 的面积是 ()



- A. 3cm^2 B. 4cm^2 C. 5cm^2 D. 6cm^2

【答案】B

【解答】解：设 $AB=x$ ， $AD=y$ ，

$\because$ 正方形 $ABEF$ 和 $ADGH$ 的面积之和为 17cm^2

$$\therefore x^2 + y^2 = 17,$$

$\because$ 矩形 $ABCD$ 的周长是 10cm

$$\therefore 2(x+y) = 10,$$

$$\therefore (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2,$$

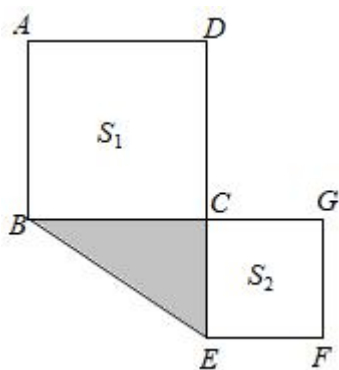
$$\therefore 25 = 17 + 2xy,$$

$$\therefore xy = 4,$$

$$\therefore \text{矩形 } ABCD \text{ 的面积为: } xy = 4\text{cm}^2,$$

故选：B.

11. 如图，点 C 是线段 BG 上的一点，以 BC ， CG 为边向两边作正方形，面积分别是 S_1 和 S_2 ，两正方形的面积和 $S_1 + S_2 = 40$ ，已知 $BG = 8$ ，则图中阴影部分面积为（ ）



- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

【答案】A

【解答】解：设 $BC=a$ ， $CG=b$ ，则 $S_1=a^2$ ， $S_2=b^2$ ， $a+b=BG=8$ 。

$$\therefore a^2 + b^2 = 40.$$

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 64,$$

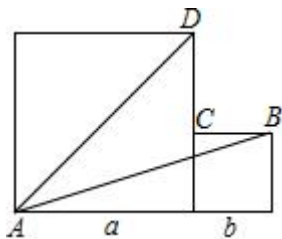
$$\therefore 2ab = 64 - 40 = 24,$$

$$\therefore ab = 12,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积等于 } \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 12 = 6.$$

故选：A.

12. 如图，两个正方形的边长分别为 a , b , 若 $a+b=10$, $ab=20$, 则四边形 $ABCD$ 的面积为 20.



【答案】见试题解答内容

【解答】解：根据题意可得，四边形 $ABCD$ 的面积

$$= (a^2 + b^2) - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}b(a+b)$$

$$= \frac{1}{2}(a^2 + b^2 - ab)$$

$$= \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + 2ab - 3ab)$$

$$= \frac{1}{2}[(a+b)^2 - 3ab];$$

代入 $a+b=10$, $ab=20$, 可得:

$$\text{四边形 } ABCD \text{ 的面积} = (10 \times 10 - 20 \times 3) \div 2 = 20.$$

故答案为：20.

13. 对于一个图形，通过两种不同的方法计算它的面积，可以得到一个数学等式，例如图 1 可以得到 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 请解答下列问题:

$^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 请解答下列问题:

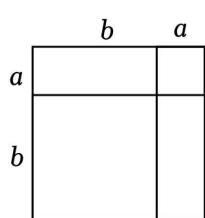


图1

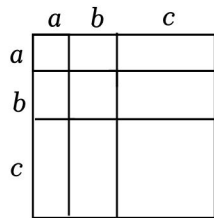


图2

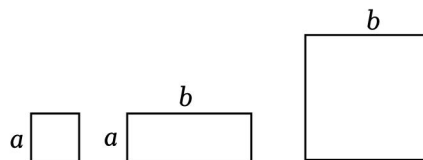


图3

(1) 写出图 2 中所表示的数学等式 $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$.

(2) 根据整式乘法的运算法则，通过计算验证上述等式.

(3) 利用 (1) 中得到的结论，解决下面的问题:

若 $a+b+c=10$, $ab+ac+bc=35$, 则 $a^2+b^2+c^2=\underline{30}$.

(4) 小明同学用图 3 中 x 张边长为 a 的正方形, y 张边长为 b 的正方形 z 张边长分别为 a 、 b 的长方形纸片拼出一个面积为 $(5a+7b)(9a+4b)$ 长方形, 则 $x+y+z=\underline{156}$.

【答案】见试题解答内容

【解答】解: (1) $\because$ 正方形的面积 $= (a+b+c)^2$; 正方形的面积 $= a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$.

$$\therefore (a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc.$$

故答案为: $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$.

(2) 证明: $(a+b+c)(a+b+c)$,

$$= a^2+ab+ac+ab+b^2+bc+ac+bc+c^2,$$

$$= a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc.$$

(3) $a^2+b^2+c^2 = (a+b+c)^2 - 2ab - 2ac - 2bc$,

$$= 10^2 - 2(ab+ac+bc),$$

$$= 100 - 2 \times 35,$$

$$= 30.$$

故答案为: 30;

(4) 由题可知, 所拼图形的面积为: xa^2+yb^2+zab ,

$$\therefore (5a+7b)(9a+4b),$$

$$= 45a^2+20ab+63ab+28b^2,$$

$$= 45a^2+28b^2+83ab,$$

$$\therefore x=45, y=28, z=83.$$

$$\therefore x+y+z=45+28+83=156.$$

故答案为: 156.

14. 两个边长分别为 a 和 b 的正方形如图放置 (图 1), 其未叠合部分 (阴影) 面积为 S_1 ; 若再在图 1 中大正方形的右下角摆放一个边长为 b 的小正方形 (如图 2), 两个小正方形叠合部分 (阴影) 面积为 S_2 .

(1) 用含 a , b 的代数式分别表示 S_1 、 S_2 ;

(2) 若 $a+b=10$, $ab=20$, 求 S_1+S_2 的值;

(3) 当 $S_1+S_2=30$ 时, 求出图 3 中阴影部分的面积 S_3 .

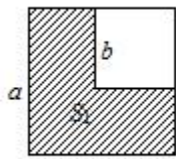


图 1

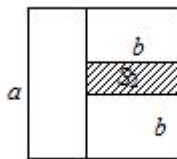


图 2

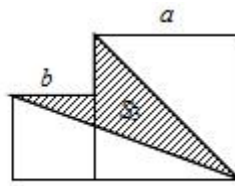


图 3

【答案】见试题解答内容

【解答】解：（1）由图可得， $S_1 = a^2 - b^2$ ，

$$S_2 = a^2 - a(a-b) - b(a-b) - b(a-b) = 2b^2 - ab;$$

$$(2) S_1 + S_2 = a^2 - b^2 + 2b^2 - ab = a^2 + b^2 - ab,$$

$$\because a+b=10, ab=20,$$

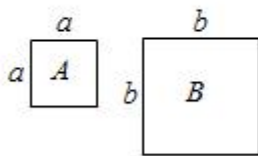
$$\therefore S_1 + S_2 = a^2 + b^2 - ab = (a+b)^2 - 3ab = 100 - 3 \times 20 = 40;$$

$$(3) \text{ 由图可得, } S_3 = a^2 + b^2 - \frac{1}{2}b(a+b) - \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 - ab),$$

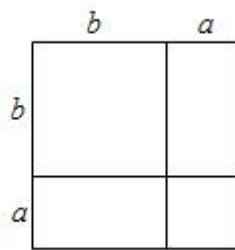
$$\therefore S_1 + S_2 = a^2 + b^2 - ab = 30,$$

$$\therefore S_3 = \frac{1}{2} \times 30 = 15.$$

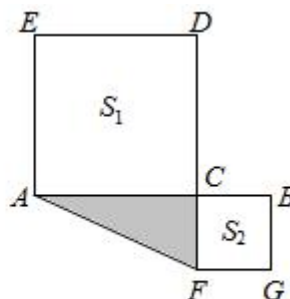
15. 数学活动课上，张老师用图①中的 1 张边长为 a 的正方形 A 纸片、1 张边长为 b 的正方形 B 纸片和 2 张宽和长分别为 a 与 b 的长方形 C 纸片，拼成了如图②中的大正方形。观察图形并解答下列问题。



图①



图②



图③

（1）请用两种不同的方法表示图 2 大正方形的面积（答案直接填写到横线上）；

方法 1: $(a+b)^2$ ；方法 2: $a^2 + 2ab + b^2$ ；从而可以验证我们学习过的一个乘法公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 。

（2）嘉琪用这三种纸片拼出一个面积为 $(2a+b)(a+2b)$ 的大长方形，求需要 A 、 B 、 C 三种纸片各多少张；

（3）如图③，已知点 C 为线段 AB 上的动点，分别以 AC 、 BC 为边在 AB 的两侧作正方形 $ACDE$ 和正方形 $BCFG$ 。若 $AB=6$ ，且两正方形的面积之和 $S_1 + S_2 = 20$ ，利用（1）中得到的结论求图中阴影部分的面积。

积.

【答案】(1) $(a+b)^2$, $a^2+2ab+b^2$, $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

(2) 所需 A 、 B 两种纸片各 2 张, C 种纸片 5 张.

(3) 4.

【解答】解: (1) 大正方形的边长为: $a+b$, 面积为 $(a+b)^2$;

还可以用 1 张 A , B , 两张 C 拼出,

$\therefore$ 面积还可以为: $a^2+2ab+b^2$;

$\therefore (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

故答案为: $(a+b)^2$, $a^2+2ab+b^2$, $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

(2) $\because (2a+b)(a+2b)=2a^2+5ab+2b^2$,

$\therefore$ 所需 A 、 B 两种纸片各 2 张, C 种纸片 5 张.

(3) 设 $AC=a$, $BC=CF=b$ 则 $a+b=6$,

$\therefore S_1+S_2=20$,

$\therefore a^2+b^2=20$

$\therefore (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$,

$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$,

$\therefore 20=6^2-2ab$, $\therefore ab=8$,

$\therefore S_{\text{阴影}}=\frac{1}{2}ab=4$.

六. 完全平方式 (共 1 小题)

16. 如果 $x^2+2mx+9$ 是一个完全平方式, 则 m 的值是 ()

A. 3

B. ± 3

C. 6

D. ± 6

【答案】B

【解答】解: $\because x^2+2mx+9$ 是一个完全平方式,

$\therefore 2m=\pm 6$,

$\therefore m=\pm 3$,

故选: B.

七. 平方差公式 (共 3 小题)

17. 计算 $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4-b^4)$ 的结果是 ()

A. $a^8+2a^4b^4+b^8$

B. $a^8-2a^4b^4+b^8$

C. a^8+b^8

D. a^8-b^8

【答案】B

【解答】解： $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4-b^4)$,
 $= (a^2-b^2)(a^2+b^2)(a^4-b^4)$,
 $= (a^4-b^4)^2$,
 $= a^8-2a^4b^4+b^8$.

故选：B.

18. 若 $(2x+3y)(mx-ny)=9y^2-4x^2$, 则 m 、 n 的值为 ()

A. $m=2, n=3$ B. $m=2, n=-3$ C. $m=-2, n=-3$ D. $m=-2, n=3$

【答案】C

【解答】解： $\because (2x+3y)(mx-ny)=2mx^2-2nxy+3mxy-3ny^2=9y^2-4x^2$,
 $\therefore 2m=-4, -3n=9, -2n+3m=0$,
解得 $m=-2, n=-3$,

故选：C.

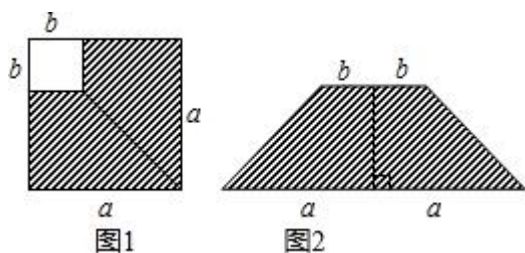
19. 若 $a^2-b^2=-\frac{1}{16}$, $a+b=-\frac{1}{4}$, 则 $a-b$ 的值为 $-\frac{1}{4}$.

【答案】 $\frac{1}{4}$.

【解答】解：因为 $a^2-b^2=-\frac{1}{16}$,
所以 $(a+b)(a-b)=-\frac{1}{16}$,
因为 $a+b=-\frac{1}{4}$,
所以 $a-b=-\frac{1}{16} \div (-\frac{1}{4}) = \frac{1}{4}$.
故答案为： $\frac{1}{4}$.

八. 平方差公式的几何背景 (共 3 小题)

20. 如图 1, 在边长为 a 的正方形中剪去一个边长为 b 的小正方形 ($a>b$), 把剩下部分沿图 1 中的虚线剪开后重新拼成一个梯形 (如图 2), 利用这两幅图形面积, 可以验证的乘法公式是 ()



- A. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ B. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 C. $a(a+b) = a^2 + ab$ D. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

【答案】D

【解答】解：图 1 阴影部分的面积等于 $a^2 - b^2$ ，

图 2 梯形的面积是 $\frac{1}{2}(2a+2b)(a-b) = (a+b)(a-b)$

根据两者阴影部分面积相等，可知 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

比较各选项，只有 D 符合题意

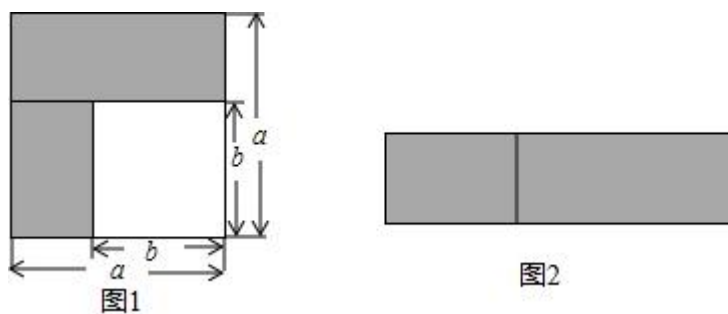
故选：D.

21. (1) 如图 1，阴影部分的面积是 $a^2 - b^2$. (写成平方差的形式)

(2) 若将图 1 中的阴影部分剪下来，拼成如图 2 的长方形，面积是 $(a-b)(a+b)$. (写成多项式相乘的积形式)

(3) 比较两图的阴影部分的面积，可以得到公式： $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.

(4) 应用公式计算： $(1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2})(1 - \frac{1}{5^2}) \cdots (1 - \frac{1}{2017^2})(1 - \frac{1}{2018^2})$.



【答案】见试题解答内容

【解答】解：(1) 如图 (1) 所示，阴影部分的面积是 $a^2 - b^2$ ，

故答案为： $a^2 - b^2$ ；

(2) 根据题意知该长方形的长为 $a+b$ 、宽为 $a-b$ ，

则其面积为 $(a+b)(a-b)$ ，

故答案为： $(a+b)(a-b)$ ；

(3) 由阴影部分面积相等知 $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$,

故答案为: $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$;

$$\begin{aligned} & (4) \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2017^2}\right) \left(1 - \frac{1}{2018^2}\right) \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2018}\right) \left(1 + \frac{1}{2018}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \cdots \times \frac{2017}{2018} \times \frac{2019}{2018} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{2019}{2018} \\ &= \frac{2019}{4036}. \end{aligned}$$

22. 如图 1 所示, 边长为 a 的正方形中有一个边长为 b 的小正方形, 如图 2 中阴影部分剪裁后拼成的一个长方形.

(1) 设如图 1 中阴影部分面积为 S_1 , 如图 2 中阴影部分面积为 S_2 , 请直接用含 a, b 的代数式表示 S_1, S_2 ;

(2) 请写出上述过程所揭示的乘法公式;

(3) 试利用这个公式计算: $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)+1$

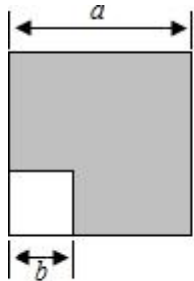


图1

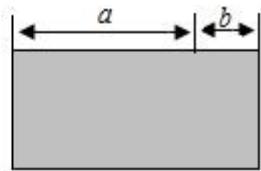


图2

【答案】见试题解答内容

【解答】解: (1) $\because$ 图 1 中阴影部分面积为 S_1 , 图 2 中阴影部分面积为 S_2 ,

$$\therefore S_1 = a^2 - b^2, S_2 = (a+b)(a-b);$$

(2) 依据阴影部分的面积相等, 可得 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$;

(3) 原式 $= (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)+1$

$$= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)+1$$

$$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)+1$$

$$= (2^8-1)(2^8+1)+1$$

$$= (2^{16}-1)+1$$

$$=2^{16}.$$

九. 整式的混合运算—化简求值（共 1 小题）

23. 先化简，再求值： $[(3x+2y)(3x-2y) - (-2y+x)(2y-3x)] \div (-4x)$ ，其中 $x=2$ ， $y=-1$ 。

【答案】 $-3x+2y$ ，原式 $= -8$ 。

【解答】解： $[(3x+2y)(3x-2y) - (-2y+x)(2y-3x)] \div (-4x)$

$$=[9x^2 - 4y^2 - (-4y^2 + 6xy + 2xy - 3x^2)] \div (-4x)$$

$$=(9x^2 - 4y^2 + 4y^2 - 6xy - 2xy + 3x^2) \div (-4x)$$

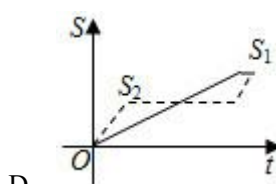
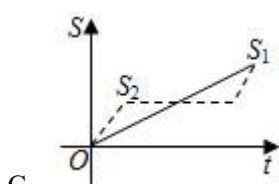
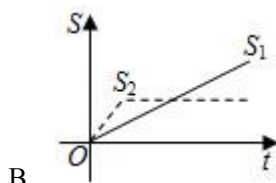
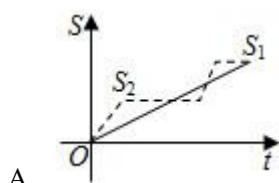
$$=(12x^2 - 8xy) \div (-4x)$$

$$= -3x + 2y,$$

$$\text{当 } x=2, y=-1 \text{ 时, 原式} = -3 \times 2 + 2 \times (-1) = -6 + (-2) = -8.$$

一十. 函数的图象（共 2 小题）

24. 新龟兔赛跑的故事：龟兔从同一地点同时出发后，兔子很快把乌龟远远甩在后头。骄傲自满的兔子觉得自己遥遥领先，就躺在路边呼呼大睡起来。当它一觉醒来，发现乌龟已经超过它，于是奋力直追，最后同时到达终点。用 S_1 、 S_2 分别表示乌龟和兔子赛跑的路程， t 为赛跑时间，则下列图象中与故事情节相吻合的是（ ）



【答案】 C

【解答】解：A. 此函数图象中， S_2 先达到最大值，即兔子先到终点，不符合题意；

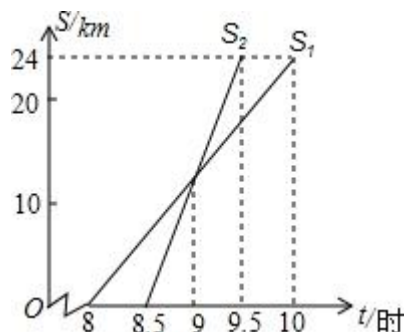
B. 此函数图象中， S_2 第 2 段随时间增加其路程一直保持不变，与“当它一觉醒来，发现乌龟已经超过它，于是奋力直追”不符，不符合题意；

C. 此函数图象中，乌龟和兔子同时到达终点，符合题意；

D. 此函数图象中， S_1 先达到最大值，即乌龟先到终点，不符合题意。

故选：C。

25. 小亮家与姥姥家相距 24km ，小亮 8:00 从家出发，骑自行车去姥姥家。妈妈 8:30 从家出发，乘车沿相同路线去姥姥家。在同一平面直角坐标系中，小亮和妈妈的行进路程 $S(\text{km})$ 与北京时间 $t(\text{时})$ 的函数图象如图所示。根据图象得到小亮结论，其中错误的是 ()



- A. 小亮骑自行车的平均速度是 12km/h
- B. 妈妈比小亮提前 0.5 小时到达姥姥家
- C. 妈妈在距家 12km 处追上小亮
- D. 9:30 妈妈追上小亮

【答案】D

【解答】解：A、根据函数图象小亮去姥姥家所用时间为 $10 - 8 = 2$ 小时，

$\therefore$ 小亮骑自行车的平均速度为： $24 \div 2 = 12 (\text{km/h})$ ，故正确；

B、由图象可得，妈妈到姥姥家对应的时间 $t = 9.5$ ，小亮到姥姥家对应的时间 $t = 10$ ， $10 - 9.5 = 0.5$ (小时)，

$\therefore$ 妈妈比小亮提前 0.5 小时到达姥姥家，故正确；

C、由图象可知，当 $t = 9$ 时，妈妈追上小亮，此时小亮离家的时间为 $9 - 8 = 1$ 小时，

$\therefore$ 小亮走的路程为： $1 \times 12 = 12\text{km}$ ，

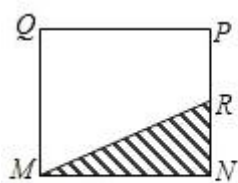
$\therefore$ 妈妈在距家 12km 处追上小亮，故正确；

D、由图象可知，当 $t = 9$ 时，妈妈追上小亮，故错误；

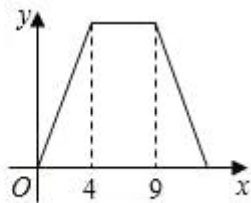
故选：D.

一十一. 动点问题的函数图象 (共 1 小题)

26. 如图①，在矩形 $MNPQ$ 中，动点 R 从点 N 出发，沿 $N \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow M$ 方向运动至点 M 处停止，设点 R 运动的路程为 x ， $\triangle MNR$ 的面积为 y ，如果 y 关于 x 的函数图象如图②所示，则矩形 $MNPQ$ 的面积是 20 .



图①



图②

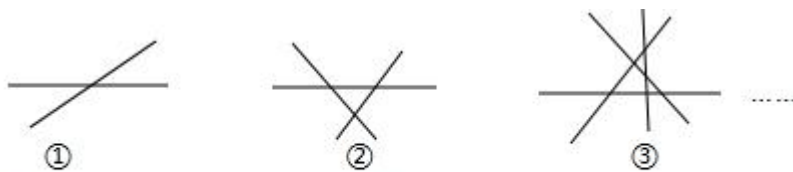
【答案】见试题解答内容

【解答】解：由图象可知， $x=4$ 时，点 R 到达 P ， $x=9$ 时，点 R 到 Q 点，则 $PN=4$ ， $QP=5$

$\therefore$ 矩形 $MNPQ$ 的面积是 20.

一十二. 相交线 (共 1 小题)

27. 观察下列图形，并阅读图形下面的相关文字.



两条直线相交，
最多有 1 个交点

三条直线相交，
最多有 3 个交点

四条直线相交
最多有 6 个交点

则 n 条直线最多有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 个交点.

【答案】见试题解答内容

【解答】解： $\because$ 两条直线相交，最多有 1 个交点，即 $1 = \frac{2(2-1)}{2}$,

三条直线两条直线相交，最多有 3 个交点，即 $3 = \frac{3 \times (3-1)}{2}$

四条直线相交，最多有 6 个交点，即 $6 = \frac{4 \times (4-1)}{2}$

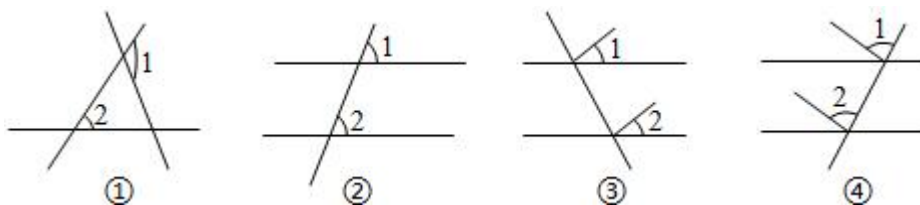
5 条直线相交，最多有 10 个交点，即 $5 = \frac{5 \times (5-1)}{2}$,

$\therefore n$ 条直线相交，最多的交点个数是 $\frac{n(n-1)}{2}$,

故答案为： $\frac{n(n-1)}{2}$.

一十三. 同位角、内错角、同旁内角 (共 1 小题)

28. 下列所示的四个图形中， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同位角的是 ()



A. ②③

B. ①②③

C. ①②④

D. ①④

【答案】C

【解答】解：图①、②、④中， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 在截线的同侧，并且在被截线的同一方，是同位角；

图③中， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的两条边都不在同一条直线上，不是同位角.

故选：C.

一十四. 平行线的性质 (共 14 小题)

29. 如果两个角的两边分别平行, 而其中一个角比另一个角的 4 倍少 30° , 那么这两个角是 ()

A. 42° 、 138°

B. 都是 10°

C. 42° 、 138° 或 10° 、 10°

D. 以上都不对

【答案】C

【解答】解: 如图 1, $\because AB \parallel EF$,

$$\therefore \angle 3 = \angle 2,$$

$$\because BC \parallel DE,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

如图 2, $\because AB \parallel EF$,

$$\therefore \angle 3 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\because BC \parallel DE,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$$

$\therefore$ 如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行, 那么这两个角相等或互补.

设另一个角为 x , 则这一个角为 $4x - 30^\circ$,

(1) 两个角相等, 则 $x = 4x - 30^\circ$,

解得 $x = 10^\circ$,

$$4x - 30^\circ = 4 \times 10^\circ - 30^\circ = 10^\circ;$$

(2) 两个角互补, 则 $x + (4x - 30^\circ) = 180^\circ$,

解得 $x = 42^\circ$,

$$4x - 30^\circ = 4 \times 42^\circ - 30^\circ = 138^\circ.$$

所以这两个角是 42° 、 138° 或 10° 、 10° .

故选：C.

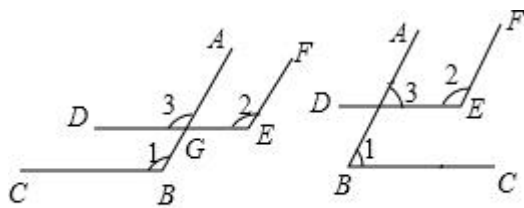
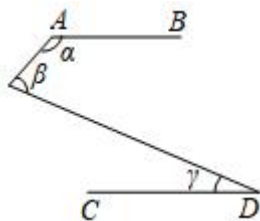


图1

图2

30. 如图， $AB \parallel CD$ ，有图中 α ， β ， γ 三角之间的关系是（ ）



A. $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

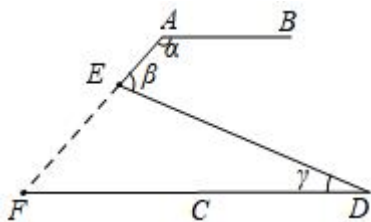
B. $\alpha - \beta + \gamma = 180^\circ$

C. $\alpha + \beta - \gamma = 180^\circ$

D. $\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$

【答案】C

【解答】解：如图，延长AE交直线CD于F，



$\because AB \parallel CD$,

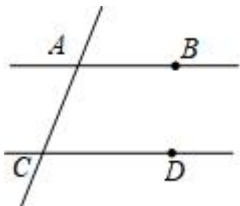
$\therefore \angle \alpha + \angle AFD = 180^\circ$,

$\because \angle AFD = \angle \beta - \angle \gamma$,

$\therefore \angle \alpha + \angle \beta - \angle \gamma = 180^\circ$,

故选：C.

31. 如图，已知直线AB、CD被直线AC所截， $AB \parallel CD$ ，E是平面内任意一点（点E不在直线AB、CD、AC上），设 $\angle BAE = \alpha$ ， $\angle DCE = \beta$. 下列各式：① $\alpha + \beta$ ，② $\alpha - \beta$ ，③ $\beta - \alpha$ ，④ $360^\circ - \alpha - \beta$ ， $\angle AEC$ 的度数可能是（ ）



A. ①②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ①②③④

【答案】D

【解答】解：（1）如图，由 $AB \parallel CD$ ，可得 $\angle AOC = \angle DCE_1 = \beta$ ，

$$\because \angle AOC = \angle BAE_1 + \angle AE_1C,$$

$$\therefore \angle AE_1C = \beta - \alpha.$$

（2）如图，过 E_2 作 AB 平行线，则由 $AB \parallel CD$ ，可得 $\angle 1 = \angle BAE_2 = \alpha$ ， $\angle 2 = \angle DCE_2 = \beta$ ，

$$\therefore \angle AE_2C = \alpha + \beta.$$

（3）如图，由 $AB \parallel CD$ ，可得 $\angle BOE_3 = \angle DCE_3 = \beta$ ，

$$\because \angle BAE_3 = \angle BOE_3 + \angle AE_3C,$$

$$\therefore \angle AE_3C = \alpha - \beta.$$

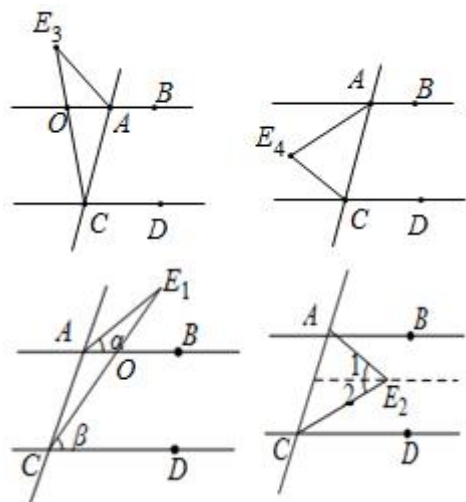
（4）如图，由 $AB \parallel CD$ ，可得 $\angle BAE_4 + \angle AE_4C + \angle DCE_4 = 360^\circ$ ，

$$\therefore \angle AE_4C = 360^\circ - \alpha - \beta.$$

$$\therefore \angle AEC \text{ 的度数可能为 } \beta - \alpha, \alpha + \beta, \alpha - \beta, 360^\circ - \alpha - \beta.$$

（5）当点 E 在 CD 的下方时，同理可得， $\angle AEC = \alpha - \beta$ 或 $\beta - \alpha$ 。

故选：D.



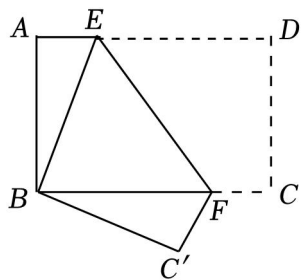
32. 一个人驱车前进时，两次拐弯后，按原来的相反方向前进，这两次拐弯的角度可能是（ ）

A. 向右拐 85° ，再向右拐 95° B. 向右拐 85° ，再向左拐 85° C. 向右拐 85° ，再向右拐 85° D. 向右拐 85° ，再向左拐 95°

【答案】A

【解答】解：因为两次拐弯后，按原来的相反方向前进，
所以两次拐弯的方向相同，形成的角是同旁内角，且互补，
故选：A.

33. 如图所示，将矩形纸片 $ABCD$ 折叠，使点 D 与点 B 重合，点 C 落在点 C' 处，折痕为 EF ，若 $\angle ABE = 20^\circ$ ，那么 $\angle EFC'$ 的度数为（ ）



- A. 115° B. 120° C. 125° D. 130°

【答案】C

【解答】解：Rt $\triangle ABE$ 中， $\angle ABE = 20^\circ$ ，

$$\therefore \angle AEB = 70^\circ;$$

由折叠的性质知： $\angle BEF = \angle DEF$ ；

$$\text{而 } \angle BED = 180^\circ - \angle AEB = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF = 55^\circ;$$

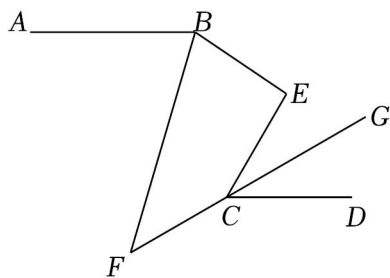
$$\text{易知 } \angle EBC' = \angle D = \angle BC'F = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore BE \parallel C'F,$$

$$\therefore \angle EFC' = 180^\circ - \angle BEF = 125^\circ.$$

故选：C.

34. 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle DCE$ 的角平分线 CG 的反向延长线和 $\angle ABE$ 的角平分线 BF 交于点 F ， $\angle E - \angle F = 33^\circ$ ，则 $\angle E =$ 82° .



【答案】见试题解答内容

【解答】解：如图，过 F 作 $FH \parallel AB$ ，

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore FH \parallel AB \parallel CD$,

$\because \angle DCE$ 的角平分线 CG 的反向延长线和 $\angle ABE$ 的角平分线 BF 交于点 F ,

$\therefore$ 可设 $\angle ABF = \angle EBF = \alpha = \angle BFH$, $\angle DCG = \angle ECG = \beta = \angle CFH$,

$\therefore \angle ECF = 180^\circ - \beta$, $\angle BFC = \angle BFH - \angle CFH = \alpha - \beta$,

$\therefore$ 四边形 $BFCE$ 中, $\angle E + \angle BFC = 360^\circ - \alpha - (180^\circ - \beta) = 180^\circ - (\alpha - \beta) = 180^\circ - \angle BFC$,

即 $\angle E + 2\angle BFC = 180^\circ$, ①

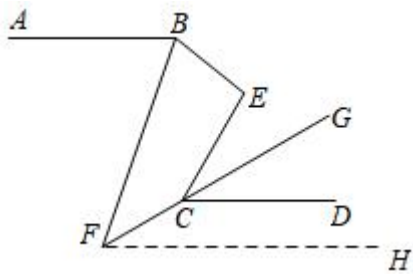
又 $\because \angle E - \angle BFC = 33^\circ$,

$\therefore \angle BFC = \angle E - 33^\circ$, ②

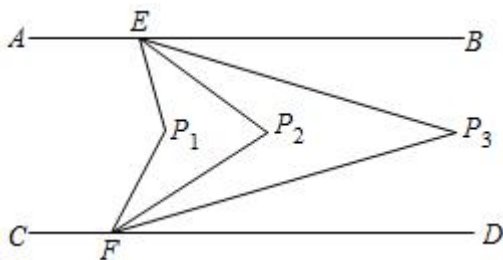
$\therefore$ 由①②可得, $\angle E + 2(\angle E - 33^\circ) = 180^\circ$,

解得 $\angle E = 82^\circ$,

故答案为: 82° .



35. 如图, $AB \parallel CD$, P_2E 平分 $\angle P_1EB$, P_2F 平分 $\angle P_1FD$, 若设 $\angle P_1EB = x^\circ$, $\angle P_1FD = y^\circ$ 则 $\angle P_1 = \underline{(x+y)}$ 度 (用 x, y 的代数式表示), 若 P_3E 平分 $\angle P_2EB$, P_3F 平分 $\angle P_2FD$, 可得 $\angle P_3$, P_4E 平分 $\angle P_3EB$, P_4F 平分 $\angle P_3FD$, 可得 $\angle P_4 \dots$, 依次平分下去, 则 $\angle P_n = \underline{(\frac{1}{2})^{n-1} (x+y)}$ 度.



【答案】(1) $(x+y)$; (2) $(\frac{1}{2})^{n-1} (x+y)$.

【解答】解: (1) 如图, 分别过点 P_1, P_2 作直线 $MN \parallel AB$, $GH \parallel AB$,

$\therefore \angle P_1EB = \angle MP_1E = x^\circ$.

又 $\because AB \parallel CD$,

$\therefore MN \parallel CD$.

$\therefore \angle P_1FD = \angle FP_1M = y^\circ$.

$\therefore \angle EP_1F = \angle EP_1M + \angle FP_1M = x^\circ + y^\circ$.

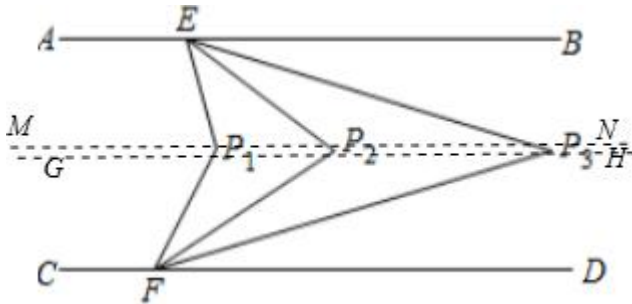
(2) $\because P_2E$ 平分 $\angle BEP_1$, P_2F 平分 $\angle DFP_1$,

$\therefore \angle BEP_2 = \frac{1}{2} \angle BEP_1 = \frac{1}{2} x^\circ$, $\angle DFP_2 = \frac{1}{2} \angle DFP_1 = \frac{1}{2} y^\circ$.

同理可证: $\angle EP_2F = \angle BEP_2 + \angle DFP_2 = \frac{1}{2} x^\circ + \frac{1}{2} y^\circ = \frac{1}{2} (x^\circ + y^\circ)$.

以此类推: $P_3 = (\frac{1}{2})^2 (x^\circ + y^\circ)$, $P_4 = (\frac{1}{2})^3 (x^\circ + y^\circ)$, ..., $P_n = (\frac{1}{2})^{n-1} (x^\circ + y^\circ)$.

故答案为: $(x+y)$, $(\frac{1}{2})^{n-1} (x+y)$.



36. 已知 $AB \parallel CD$, 点 M 、 N 分别是 AB 、 CD 上两点, 点 G 在 AB 、 CD 之间, 连接 MG 、 NG .

(1) 如图 1, 若 $GM \perp GN$, 求 $\angle AMG + \angle CNG$ 的度数;

(2) 如图 2, 若点 P 是 CD 下方一点, MG 平分 $\angle BMP$, ND 平分 $\angle GNP$, 已知 $\angle BMG = 30^\circ$, 求 $\angle MGN + \angle MPN$ 的度数;

(3) 如图 3, 若点 E 是 AB 上方一点, 连接 EM 、 EN , 且 GM 的延长线 MF 平分 $\angle AME$, NE 平分 $\angle CNG$, $2\angle MEN + \angle MGN = 105^\circ$, 求 $\angle AME$ 的度数.

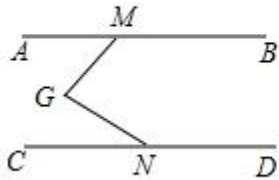


图1

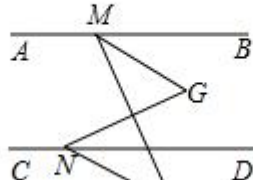


图2

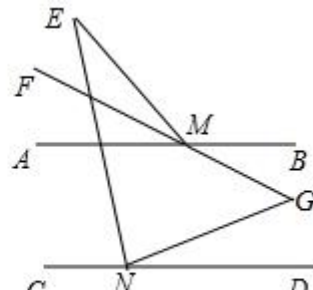


图3

【答案】见试题解答内容

【解答】解: (1) 如图 1, 过 G 作 $GH \parallel AB$,

$\because AB \parallel CD$,
 $\therefore GH \parallel AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle AMG = \angle HGM, \angle CNG = \angle HGN$,
 $\because MG \perp NG$,
 $\therefore \angle MGN = \angle MGH + \angle NGH = \angle AMG + \angle CNG = 90^\circ$;

(2) 如图 2, 过 G 作 $GK \parallel AB$, 过点 P 作 $PQ \parallel AB$, 设 $\angle GND = \alpha$,

$\because GK \parallel AB, AB \parallel CD$,
 $\therefore GK \parallel CD$,
 $\therefore \angle KGN = \angle GND = \alpha$,
 $\because GK \parallel AB, \angle BMG = 30^\circ$,
 $\therefore \angle MGK = \angle BMG = 30^\circ$,
 $\because MG$ 平分 $\angle BMP, ND$ 平分 $\angle GNP$,
 $\therefore \angle GMP = \angle BMG = 30^\circ$,
 $\therefore \angle BMP = 60^\circ$,
 $\because PQ \parallel AB$,
 $\therefore \angle MPQ = \angle BMP = 60^\circ$,
 $\because ND$ 平分 $\angle GNP$,
 $\therefore \angle DNP = \angle GND = \alpha$,
 $\because AB \parallel CD$,
 $\therefore PQ \parallel CD$,
 $\therefore \angle QPN = \angle DNP = \alpha$,
 $\therefore \angle MGN = 30^\circ + \alpha, \angle MPN = 60^\circ - \alpha$,
 $\therefore \angle MGN + \angle MPN = 30^\circ + \alpha + 60^\circ - \alpha = 90^\circ$;

(3) 如图 3, 过 G 作 $GK \parallel AB$, 过 E 作 $ET \parallel AB$, 设 $\angle AMF = x, \angle GND = y$,

$\because AB, FG$ 交于 M, MF 平分 $\angle AME$,
 $\therefore \angle FME = \angle FMA = \angle BMG = x$,
 $\therefore \angle AME = 2x$,

$\because GK \parallel AB,$

$\therefore \angle MGK = \angle BMG = x,$

$\because ET \parallel AB,$

$\therefore \angle TEM = \angle EMA = 2x,$

$\because CD \parallel AB \parallel KG,$

$\therefore GK \parallel CD,$

$\therefore \angle KGN = \angle GND = y,$

$\therefore \angle MGN = x + y,$

$\because \angle CND = 180^\circ$, NE 平分 $\angle CNG$,

$\therefore \angle CNG = 180^\circ - y, \angle CNE = \frac{1}{2} \angle CNG = 90^\circ - \frac{1}{2}y,$

$\because ET \parallel AB \parallel CD,$

$\therefore ET \parallel CD,$

$\therefore \angle TEN = \angle CNE = 90^\circ - \frac{1}{2}y,$

$\therefore \angle MEN = \angle TEN - \angle TEM = 90^\circ - \frac{1}{2}y - 2x, \angle MGN = x + y,$

$\because 2\angle MEN + \angle G = 105^\circ$,

$\therefore 2(90^\circ - \frac{1}{2}y - 2x) + x + y = 105^\circ$,

$\therefore x = 25^\circ$,

$\therefore \angle AME = 2x = 50^\circ$.

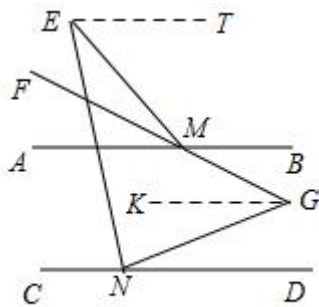


图3

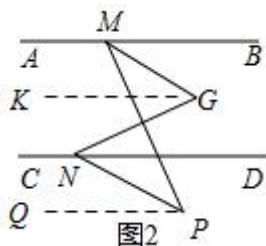


图2

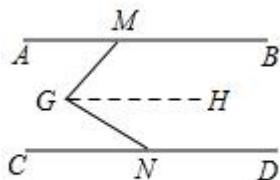


图1

37. 长江汛期即将来临, 防汛指挥部在一危险地带两岸各安置了一探照灯, 便于夜间查看江水及两岸河堤的情况. 如图 1, 灯 A 射线自 AM 顺时针旋转至 AN 便立即回转, 灯 B 射线自 BP 顺时针旋转至 BQ 便立即回转, 两灯不停交叉照射巡视. 若灯 A 转动的速度是 a 度/秒, 灯 B 转动的速度是 b 度/秒, 且 a 、 b 满足 $|a - 3b| + (a + b - 4)^2 = 0$. 假定这一带长江两岸河堤是平行的, 即 $PQ \parallel MN$, 且 $\angle BAN = 45^\circ$

(1) 求 a 、 b 的值;

(2) 若灯 B 射线先转动 20 秒, 灯 A 射线才开始转动, 在灯 B 射线到达 BQ 之前, A 灯转动几秒, 两灯的光束互相平行?

(3) 如图 2, 两灯同时转动, 在灯 A 射线到达 AN 之前. 若 A 射出的光束与 B 射出的光束交于点 C, 过 C 作 $CD \perp AC$ 交 PQ 于点 D, 则在转动过程中, $\angle BAC$ 与 $\angle BCD$ 的数量关系是否发生变化? 若不变, 请求出其数量关系; 若改变, 请求出其取值范围.

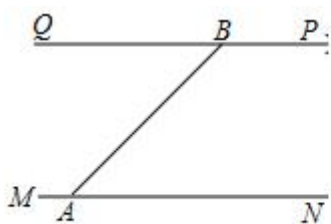


图 1

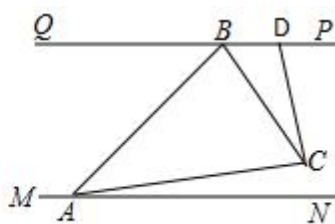


图 2

【答案】见试题解答内容

【解答】解: (1) $\because a$ 、 b 满足 $|a - 3b| + (a + b - 4)^2 = 0$,

$\therefore a - 3b = 0$, 且 $a + b - 4 = 0$,

$\therefore a = 3$, $b = 1$;

(2) 设 A 灯转动 t 秒, 两灯的光束互相平行,

①当 $0 < t < 60$ 时,

$3t = (20 + t) \times 1$,

解得 $t = 10$;

②当 $60 < t < 120$ 时,

$$3t - 3 \times 60 + (20 + t) \times 1 = 180^\circ ,$$

解得 $t = 85$;

③当 $120 < t < 160$ 时,

$$3t - 360 = t + 20,$$

解得 $t = 190 > 160$, (不合题意)

综上所述, 当 $t = 10$ 秒或 85 秒时, 两灯的光束互相平行;

(3) 设 A 灯转动时间为 t 秒,

$$\because \angle CAN = 180^\circ - 3t,$$

$$\therefore \angle BAC = 45^\circ - (180^\circ - 3t) = 3t - 135^\circ ,$$

又 $\because PQ \parallel MN$,

$$\therefore \angle BCA = \angle CBD + \angle CAN = t + 180^\circ - 3t = 180^\circ - 2t,$$

而 $\angle ACD = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ - \angle BCA = 90^\circ - (180^\circ - 2t) = 2t - 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle BAC : \angle BCD = 3 : 2,$$

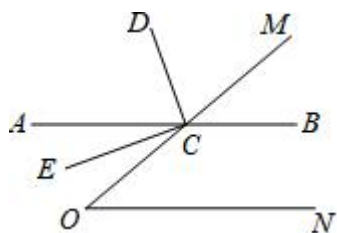
即 $2\angle BAC = 3\angle BCD$.

38. 已知: 如图, 点 C 在 $\angle MON$ 的一边 OM 上, 过点 C 的直线 $AB \parallel ON$, CD 平分 $\angle ACM$, $CE \perp CD$.

(1) 若 $\angle O = 50^\circ$, 求 $\angle BCD$ 的度数;

(2) 求证: CE 平分 $\angle OCA$;

(3) 当 $\angle O$ 为多少度时, CA 分 $\angle OCD$ 成 $1: 2$ 两部分, 并说明理由.



【答案】见试题解答内容

【解答】解: (1) $\because AB \parallel ON$

$$\therefore \angle O = \angle MCB \text{ (两直线平行, 同位角相等)}$$

$$\because \angle O = 50^\circ$$

$$\therefore \angle MCB = 50^\circ$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/298102141072006103>