2001 年河南专升本高等数学真题和详细答案

2001 年河南省普通高等学校选拔专科优秀毕业生进入本科学校学习考试

一、选择题 （每小题 1 分，共 30 分，每小题选项中只有一个是正确的，请将正确答案的序号填在括号内）.

1. 函数 $y=\frac{1}{\sqrt{x}}\ln(3-x)$ 的定义域为（　）

A. [0，3）　　**B.**（0，3）　　**C.**（0，3]　　**D.** [0，3]

2. 已知 $f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^2+\frac{1}{x^2}$，则 $f(x)$ 等于（　）

A. x^2+2　　**B.** $(x+2)^2$　　**C.** x^2-2　　**D.** $(x-2)^2$

3. 设 $f(x)=1-\cos 2x$，$g(x)=x^2$，则当 $x\to 0$ 时，$f(x)$ 是 $g(x)$ 的（　）

A. 高阶无穷小　　**B.** 低阶无穷小

C. 等价无穷小　　**D.** 同阶但不等价无穷小

4. 对于函数 $y=\frac{x^2-4}{x(x-2)}$，下列结论中正确的是（　）

A. $x=0$ 是第一类间断点，$x=2$ 是第二类间断点；

B. $x=0$ 是第二类间断点，$x=2$ 是第一类间断点；

C. $x=0$ 是第一类间断点，$x=2$ 是第一类间断点；

D. $x=0$ 是第二类间断点，$x=2$ 是第二类间断点.

5. 设 $f'(0)=2$ ，则 $\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(-h)}{h}$ 的值为（　）

A. 1　　B. 2　　C. 0　　D. 4

6. 设 $y=\cos e^x$ ，则 dy 等于（　）

A. $-e^x \sin e^x dx$

B. $-e^x \sin e^x$

C. $e^x \sin e^x dx$

D. $-\sin e^x dx$

7. 已知椭圆的参数方程为 $\begin{cases} x=a\cos t, \\ y=b\sin t, \end{cases} (a>0,b>0)$ ，则椭圆在 $t=\frac{\pi}{4}$ 对应点处切线的斜率为（　）

A. $\frac{b}{a}$　　B. $\frac{a}{b}$　　C. $-\frac{b}{a}$　　D. $-\frac{a}{b}$

8. 函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导是它在 x_0 处连续的（　）

A. 充分必要条件　　B. 必要条件

C. 充分条件　　D. 以上都不对

9. 曲线 $y=x^3-3x^2$ 的拐点为（　）

A. $(1,-2)$ **B.** 1 **C.** $(0,0)$

D. $(2,-4)$

10. 下列函数中，在$[-1,1]$上满足罗尔定理条件的是（　）

A. $y=|x|$ **B.** x^3 **C.** x^2

D. $\frac{1}{x}$

11. 设$F(x)$是$f(x)$的一个原函数，则$\int f(2x)dx$等于（　）

A. $\frac{1}{2}F(x)+C$ **B.** $\frac{1}{2}F(2x)+C$

C. $F(x)+C$ **D.** $\frac{1}{2}F(x)+C$

12. 下列式子中正确的是（　）

A. $\int dF(x)=F(x)$ **B.** $d\int dF(x)=F(x)+C$

C. $\frac{d}{dx}\int f(x)dx=f(x)dx$ **D.** $d\int f(x)=f(x)dx$

13. 设$I_1=\int_0^1 x^2\,dx$，$I_2=\int_0^1 e^{x^2}dx$，则它们的大小关系是（　）

A. $I_1>I_2$ **B.** $I_1=I_2$

C. $I_1<I_2$ **D.** $I_1\geq I_2$

14. 定积分$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x \tan^2 t\,dt}{x^3}$等于（　）

A. $+\infty$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** 0

D. $\frac{1}{3}$

15. 下列广义积分中收敛的是（　　）

A. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}}dx$

B. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}dx$

C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x}dx$

D. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\ln x}dx$

16. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{\sqrt{xy+1}-1}{xy}$ 等于（　　）

A. 0

B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. $+\infty$

17. 设 $z = xy \quad x_3$，则 $dz|_{\substack{y\\ x=1}}$ 等于（　）

A. $dx + 4dy$

B. $dx + dy$

C. $4dx + dy$

D. $3dx + dy$

18. 函数 $f(x,y) = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1$ 的驻点是（　　）

A. $(0,0)$

B. $(0,1)$

C. $(1,0)$

D. $(1,1)$

19. 平面 $3x + 2y - z + 5 = 0$ 与 $x - 2y - z - 4 = 0$ 的位置关系是（　）

A. 平行　　B. 垂直　　C. 重合

D. 斜交

20. 设 $D = \{(x,y) | x^2 + y^2 \le R^2, y \ge 0\}$，则在极坐标系下，$\iint\limits_D f(x^2 + y^2)dxdy$ 可表示为（　　）

A. $\int_0^{\pi} d\theta \int_0^{R} f\left(r^2\right) dr$ **B.** $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{R} f\left(r^2\right) r dr$

C. $\int_0^{\pi} d\theta \int_0^{R} f\left(r^2\right) r dr$ **D.** $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} d\theta \int_0^{R} f\left(r^2\right) r dr$

21. 设级数$\sum_{n=1}^{\infty}(1-u_n)$收敛，则$\lim_{n\to\infty} u_n$等于（ ）

A.1 **B. 0** **C.** $+\infty$

D. 不确定 **22**

. 下列级数中收敛的是（ ）

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ **B.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n}$ **C.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}$

D. $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{n^2}+\left(\frac{4}{3}\right)^n\right]$

23. 设正项级数$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$收敛，则下列级数中一定收敛的是（ ）

A. $\sum_{n=1}^{\infty} n u_n$ **B.** $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{u_n}$ **C.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{u_n}$

D. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$

24. 下列级数中，条件收敛的是（ ）

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\frac{1}{n^2}$ **B.** $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2}$ **C.** $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$

D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2^n}$

25. 设幂级数$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$（$a_n$为常数，$n=1,2,$）在点$x=2$处收敛，则该级数$x=-1$处（ ）

A 发散 **B.** 条件收

敛

C．绝对收敛　　D．敛散性

无法判定

26. 某二阶常微分方程的下列解中为通解的是（　　）

A. $y = C\sin x$　　B. $y = C_1\sin x + C_2\cos x$

C. $y = \sin x + \cos x$　　D. $y = (C_1 + C_2)\cos x$

27. 下列常微分方程中为线性方程的是（　　）

A. $y' = e^{x-y}$　　B. $yy' + y = \sin x$

C. $x^2dx = (y' + 2xy)dy$　　D. $xy' + y - e^{2x} = 0$

28. 微分方程$y' = x$的通解是（　　）

A. $y = \frac{1}{24}x^4 + C_1x^2 + C_2x + C_3$　　B. $y = \frac{1}{12}x^3 + C_1x^2 + C_2x + C_3$

C. $y = \frac{1}{12}x^4 + C_1x^2 + C_2x + C_3$　　D. $y = \frac{1}{18}x^3 + C_1x^2 + C_2x + C_3$

29. 微分方程$y' - 4y = 0$的通解是（　　）

A. $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-2x}$　　B. $y = (C_1 + C_2x)e^{2x}$

C. $y = C_1 + C_2e^{2x}$　　D. $y = C_1\cos 2x + C_2\sin 2x$

30. 对于微分方程$y' - 2y = x^2$利用待定系数法求特解y^*时，下列特解设法正确的是（　　）

A. $y^* = ax^2 + bx + c.$ **B.** $y^* = x^2(ax^2 + bx + c)$

C. $y^* = x(ax + b)$ **D.** $y^* = x(ax^2 + bx + c)$

二、填空题 （每小题 2 分，共 20 分）

1. $\lim_{x\to 0}(1+\sin x)^{\frac{1}{x}} =$ ＿＿.

2. 设 $f(x) = x^3 + 3^x$，则 $f^{(4)}(0) =$ ＿＿＿＿＿＿.

3. 曲线 $y = \arctan 2x$ 在 $(0,0)$ 点的法线方程为＿＿＿＿＿.

4. $\int e^x \sin e^x dx =$ ＿＿＿＿＿＿.

5. 由曲线 $y = x^2, y = 0, x = 1$ 所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所生成的旋转体的体积是＿＿＿＿＿.

6. 设 $z = x^y + y^x$，则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ ＿＿＿＿＿＿.

7. 交换积分 $I = \int_0^1 dx \int_x^1 f(x,y)dy$ 的积分次序，则 $I =$ ＿＿＿＿＿＿.

8. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{\sqrt{n}}$ 的收敛半径为＿＿＿＿＿.

9. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n!}$ 的和函数 $s(x)$ 为＿＿＿＿＿.

10. 方程 $\sec^2 x \tan y dx + \sec^2 y \tan x dy = 0$ ①的通解为＿＿＿＿＿.

三、计算题 （每小题 4 分，共 36 分）

1. 求极限 $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln \cot x}{\ln x}$

2. 求函数 $y = (1+2x)^{1+2x}$ 的导数.

3. 已知 $z = f(xy, x+y)$ 且 f 可微分，求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

4. 计算 $\int x \ln(1+x^2)dx$.

5. 计算 $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{1}{x^2\sqrt{1+x^2}}dx$.

6. 计算 $I=\iint_D xy^2dxdy$，其中 D 为 $x^2+y^2=4, x\geq 0$ 所围的右半圆.

7. 计算积分 $\int_L (x^3+y)dx+(x+\sin y)dy$，其中 L 是曲线 $y=x^2$ 上从点 $(0,0)$ 到点 $(1,1)$ 之间的一段有向弧.

8. 求过点 $P(1,1,1)$ 且平行于平面 $\pi_1: 2x+3y+z+4=0$ 与 $\pi_2: x+y+z+6=0$ 的直线方程.

9. 将函数 $f(x)=\frac{1}{2+3x+x^2}$ 展开为麦克劳林级数，并写出收敛区间.

四、应用题 （每小题 5 分，共 10 分）

1. 某工厂生产某产品需两种原料 A、B，且产品的产量 z 与所需 A 原料数 x 及 B 原料数 y 的关系式为 $z=x^2+8xy+7y^2$.已知 A 原料数 x 的单价为 1 万元/吨，B 原料数的单价为 2 万元/吨.现有 100 万元，如何购置原料，才能使该产品的产量最大？

2. 已知位于第一象限的凸曲线经过原点 $(0,0)$ 和点 $A(1,1)$ 且对于该曲线上的任一点 $P(x,y)$，曲线弧 $\overset{\frown}{OP}$ 与直线 $\overline{OP}$ 所围成的平面图形的面积为 x^3. 求曲线弧的方程.

五、证明题 （4 分）

证明方程 $e^x - \frac{2}{2} - \int_0^x \frac{dt}{1+t^2} = 0$ 在区间 $(0,1)$ 内有唯一实根.

答案

1，

【答案】A.

【解析】 $\sqrt{x}$ 要求 $x \geq 0$；$\ln(3-x)$ 要求 $3-x>0$，即 $x<3.$ 取二者之交集，得 $0 \leq x < 3.$ 应选 A.

2，

【答案】C.

【解析】因为 $f\left(x+\frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 2$，故 $f(x) = x^2 - 2$，应选 C.

3，

【答案】D.

【解析】因为 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{1}{2}(2x)^2}{x^2}=2$，所以由定义知，$f(x)$是$g(x)$的同阶但不等价无穷小.选 D.

4，

【答案】B.

【解析】 因为 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-4}{x(x-2)}=\infty$， 故$x=0$第二类间断点，且$x=0$为无穷型间断点；

又因为 $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x(x-2)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x+2)}{x(x-2)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+2}{x}=2$， 故$x=2$是第一类间断点，且为可去型间断点.所以选 B.　5

，

【答案】D.

【解析】

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(-h)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{[f(h)-f(0)]-[f(-h)-f(0)]}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}+\lim_{h\to 0}\frac{f[0+(-h)]-f(0)}{-h}$$

$=f'(0)+f'(0)=4.$ 选 D.

6，

【答案】A.

【解析】因为 $y'=(\cos e^x)'=-\sin e^x(e^x)'=-e^x\sin e^x$， 所以 $dy=y'dx=-e^x\sin e^x dx$，故选 A.

7，

【答案】C.

【解析】 $\frac{dy}{dt}=b\cos t$ ， $\frac{dx}{dt}=-a\sin t$ ，所以 $\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\Big/\frac{dx}{dt}=-\frac{b}{a}\cot t.$

故椭圆在 $t=\frac{\pi}{4}$ 对应点处切线斜率为 $y'\left(\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{b}{a}$ ，应选 **C.**

8，

【答案】选 C.

9，

【答案】A.

【解析】 $f'(x)=3x^2-6x$ ； $f'(x)=6x-6=6(x-1)$.令 $f'(x)=0$ ，得 $x=1$ ；无二阶不可导点.又当 $x<1$ 时， $f'(x)<0$ ，而当 $x>1$ 时， $f'(x)>0$ ，故 $(1,-2)$ 为拐点，选 **A.**

10，

【答案】C.

【解析】

（1）. $|x|$ 在 $x=0$ 处不可导，故 $|x|$ 在 $(-1,1)$ 内不可导，排除 **A；**

（2）. x^3 在端点 $x=-1$ 及 $x=1$ 处的值不相等，排除 **B；**

（3）. $\frac{1}{x}$在$x=0$处无定义，故$\frac{1}{x}$在$[-1,1]$上不连续，排除 D.

选 C.

11，

【答案】B.

【解析】$\int f(2x)dx=\frac{1}{2}\int f(2x)d(2x)=\frac{1}{2}F(2x)+C.$ 选 B.

12，

【答案】D.

13，

【答案】C.

【解析】因为当$x\in[0,1]$时，$x^2\le 1$，而$e^{x^2}\ge 1$，且e^{x^2}不恒等于x^2，故$I_1<I_2$，选 C.

14，

【答案】D.

【解析】 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x \tan^2 t dt}{x^3}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan^2 x}{3x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{3x^2}=\dfrac{1}{3}.$ 选 D.

15,

【答案】A.

【解析】 $\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{x\sqrt{x}}dx=\int_1^{+\infty}x^{-\frac{3}{2}}dx=-2\dfrac{1}{\sqrt{x}}\Big|_1^{+\infty}=-2\left[\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x}}-1\right]=-2(0-1)=2$，故 $\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{x\sqrt{x}}dx$ 收敛，选 A.

16,

【答案】B.

【解析】 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{\sqrt{xy+1}-1}{xy}=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{1}{\sqrt{xy+1}+1}=\dfrac{1}{2}$，选 B.

17,

【答案】C.

【解析】 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=y+3x^2$；$\dfrac{\partial z}{\partial y}=x$. 故 $dz=\dfrac{\partial z}{\partial x}dx+\dfrac{\partial z}{\partial y}dy=\left(y+3x^2\right)dx+xdy.$

所以，$dz\big|_{\substack{x=1\\ y=1}}=4dx+dy$. 选 C.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
https://d.book118.com/298137004044006051