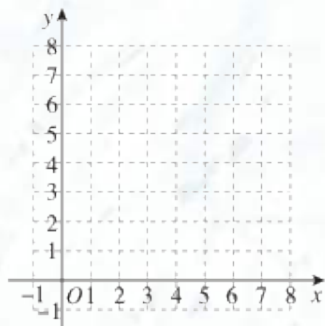




# 阶段拔尖专训7 反比例函数与整点 问题

## 题型1 确定整点个数

1.[2024株洲一模] 在平面直角坐标系中, 双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 分别与直线 $y = 2x + 1$ 和 $x = 3$ 交于 $A, B$ 两点, 点 $A$ 的坐标为 $(1, 3)$ .

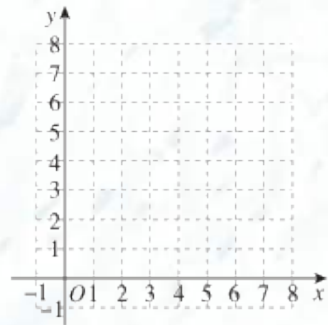


(1) 求双曲线的表达式；

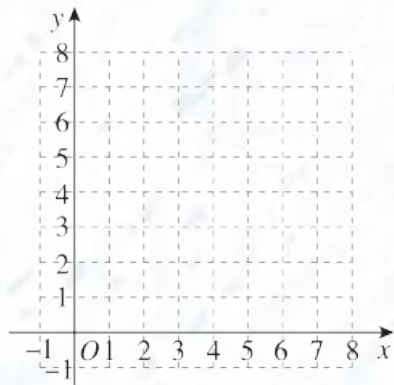
【解】 ∵ 点A在双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 上，

∴  $k = 1 \times 3 = 3$ ， ∴ 双曲线的表达式为

$$y = \frac{3}{x} (x > 0).$$



(2) 我们把横、纵坐标都为整数的点叫做“整点”.若双曲线与两条直线围成的区域(不含边界上的点)为 $P$ , 试求区域 $P$ 内的整点个数.



∵  $A(1,3)$ , 双曲线  $y = \frac{3}{x} (x > 0)$  与直线  $x = 3$  交于点  $B$ ,

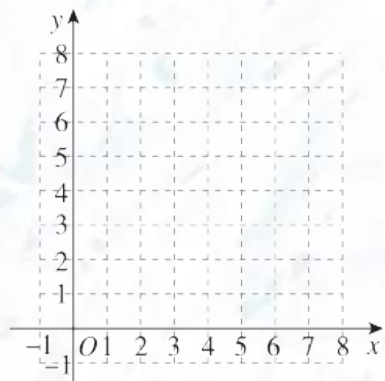
∴ 在区域  $P$  内  $x$  的取值范围为  $1 < x < 3$ .

在一次函数  $y = 2x + 1$  中, 当  $x = 2$  时,

$$y = 2 \times 2 + 1 = 5,$$

在反比例函数  $y = \frac{3}{x} (x > 0)$  中, 当  $x = 2$  时,  $y = 1.5$ ,

∴ 当  $x = 2$  时, 在区域  $P$  内  $y$  的取值范围为  $1.5 < y < 5$ , ∴ 区域  $P$  内的整点有  $(2,2), (2,3), (2,4)$ , 即区域  $P$  内的整点个数为 3.

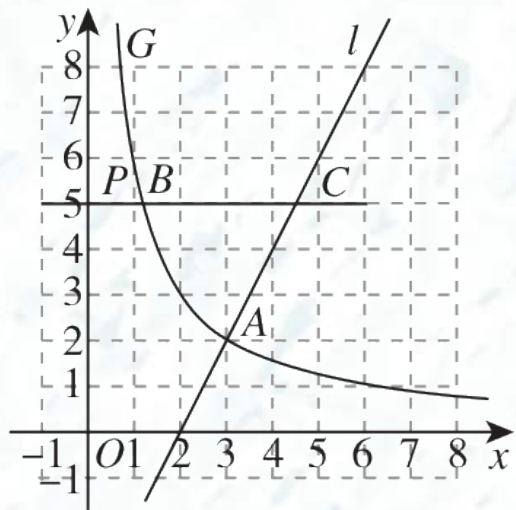


2. 在平面直角坐标系中, 反比例函数的图象  $G: y = \frac{k}{x} (x > 0)$  与直线  $l: y = 2x - 4$  交于点  $A(3, a)$ .


(1) 求  $k$  的值, 并在如图的平面直角坐标系  $xOy$  中画出反比例函数的图象  $G$  和直线  $l$ ;

**【解】** 把  $A(3, a)$  的坐标代入  $y = 2x - 4$ , 得  $a = 6 - 4 = 2$ ,  $\therefore$  点  $A$  的坐标为  $(3, 2)$ .  $\therefore$  点  $A$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象上,  $\therefore k = 3 \times 2 = 6$ .

画图象 $G$ 和直线 $l$ 如图.







(2) 已知点 $P(0, n)(n > 0)$ , 过点 $P$ 作平行于 $x$ 轴的直线, 与图象 $G$ 交于点 $B$ , 与直线 $l$ 交于点 $C$ . 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记图象 $G$ 在点 $A, B$ 之间的部分与线段 $AC, BC$ 围成的区域 (不含边界) 为 $W$ . 当 $n = 5$ 时, 直接写出区域 $W$ 内的整点个数.

区域 $W$ 内的整点个数为3.





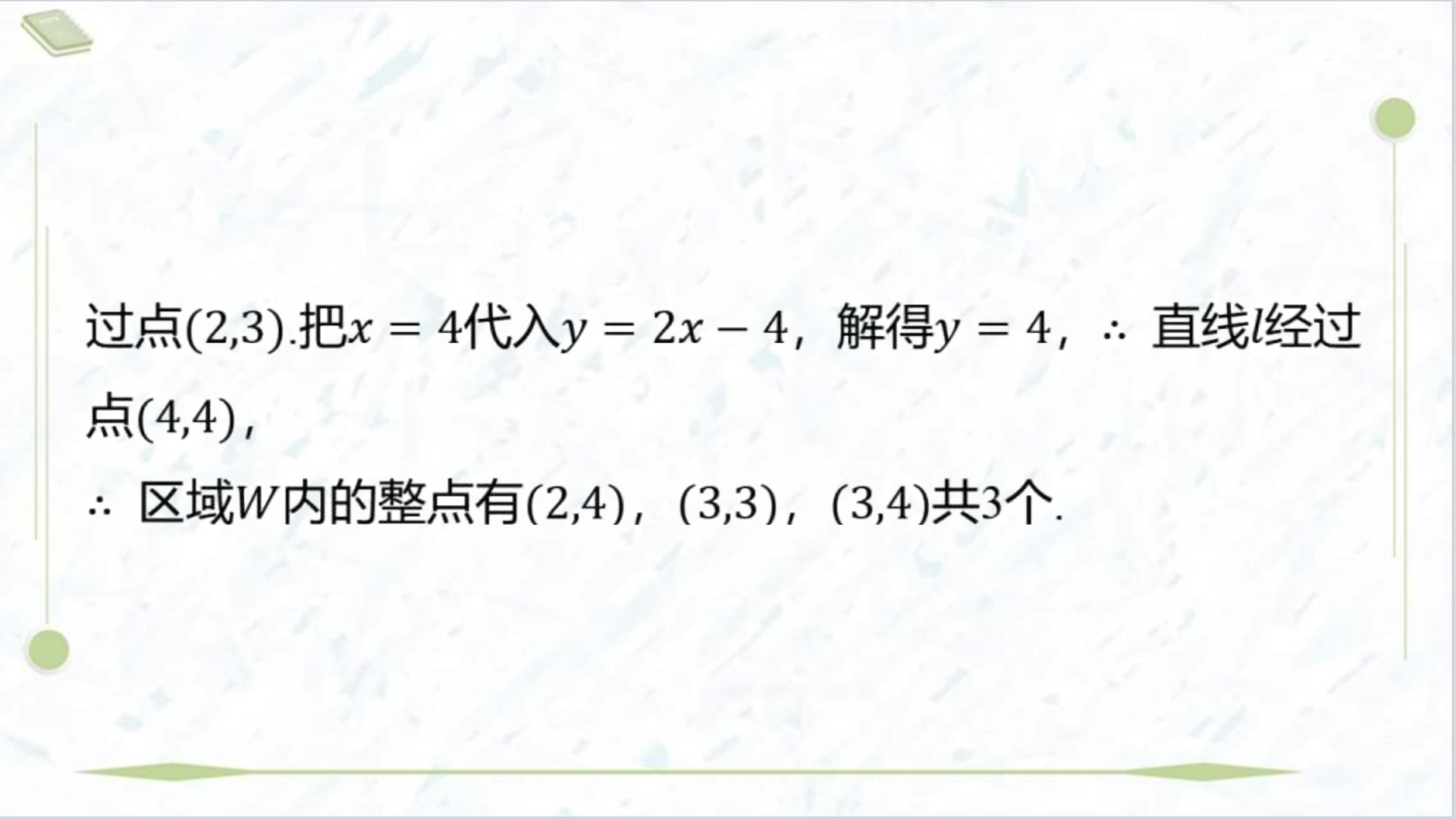
**【点拨】**如图, 由(1)知, 反比例函数的表达式为

$$y = \frac{6}{x} (x > 0).$$

把 $y = 5$ 代入 $y = \frac{6}{x}$ 得 $5 = \frac{6}{x}$ , 解得 $x = \frac{6}{5}$ ,  $\therefore$  点 $B$ 的坐标为

$(\frac{6}{5}, 5)$ . 把 $y = 5$ 代入 $y = 2x - 4$ 得 $5 = 2x - 4$ , 解得 $x = \frac{9}{2}$ ,  $\therefore$

点 $C$ 的坐标为 $(\frac{9}{2}, 5)$ . 把 $x = 2$ 代入 $y = \frac{6}{x}$ , 得 $y = 3$ ,  $\therefore$  图象 $G$ 经



过点 $(2,3)$ .把 $x = 4$ 代入 $y = 2x - 4$ , 解得 $y = 4$ ,  $\therefore$  直线 $l$ 经过点 $(4,4)$ ,

$\therefore$  区域 $W$ 内的整点有 $(2,4)$ ,  $(3,3)$ ,  $(3,4)$ 共3个.

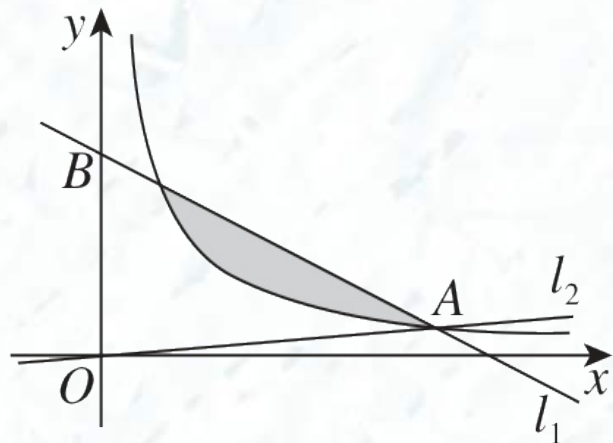
## 题型2 确定整点坐标

3.[2024荆州二模] 如图, 直线

$l_1: y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$  与  $y$  轴交于点  $B$ , 与直

线  $l_2: y = \frac{1}{12}x$  交于点  $A$ , 双曲线

$y = \frac{k}{x} (x > 0)$  过点  $A$ .



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/305122124112012012>