金学导航大联考 2024 年高三第一次调研测试数学试卷

注意事项:

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

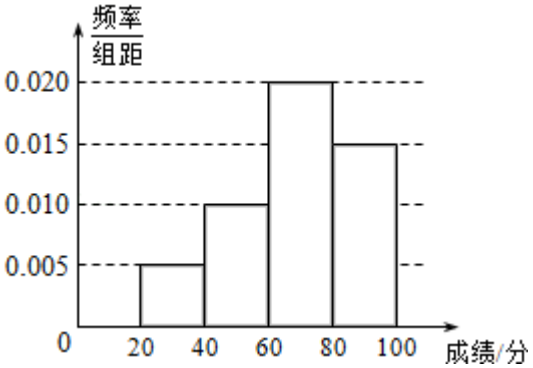
5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．一小商贩准备用 50 元钱在一批发市场购买甲、乙两种小商品，甲每件进价 4 元，乙每件进价 7 元，甲商品每卖出去 1 件可赚 1 元，乙商品每卖出去 1 件可赚 1.8 元.该商贩若想获取最大收益，则购买甲、乙两种商品的件数应分别为（　　）

A． 甲 7 件，乙 3 件　**B．** 甲 9 件，乙 2 件　**C．** 甲 4 件，乙 5 件　**D．** 甲 2 件，乙 6 件

2．某学校组织学生参加英语测试，成绩的频率分布直方图如图，数据的分组依次为 $[20,40),[40,60),[60,80),[80,100]$，若低于 **60** 分的人数是 **18** 人，则该班的学生人数是（　　）



A．45　**B．50**　**C．55**　**D．60**

3．已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|3\le x<7\}$，$B=\{x|x^2-7x+10<0\}$，则 $\complement_U(A\cap B)=$（　　）

A． $(-\infty,3)\cup(5,+\infty)$　**B．** $(-\infty,3]\cup(5,+\infty)$

C． $(-\infty,3]\cup[5,+\infty)$　**D．** $(-\infty,3)\cup[5,+\infty)$

4．若 x,y 满足 $\begin{cases}3x-y-2\le 0\\ x-y\ge 0\\ 2x+y\ge 0\end{cases}$，且目标函数 $z=ax+2by(a>0,b>0)$ 的最大值为 **2**，则 4^a+16^b 的最小值为(　　)

A．8　**B．4**　**C．** $2\sqrt{2}$　**D．6**

5．已知 $a,b\in\mathbf{R}$，$3+ai=b-(2a-1)i$，则 $|3a+bi|=$（　　）

A． $\sqrt{10}$　**B．** $2\sqrt{3}$　**C．3**　**D．4**

6．已知 x,y 满足 $\begin{cases}x-y\ldots 0\\ x+y\ldots 0\\ x\ldots 1\end{cases}$，则 $\dfrac{y-3}{x-2}$ 的取值范围为（　　）

A．$\left[\dfrac{3}{2},4\right]$　　B．$(1,2]$　　C．$(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$　　D．$(-\infty,1)\cup[2,+\infty)$

7．设函数 $f\left(x\right)=\ln\left(1+\left|x\right|\right)-\dfrac{1}{1+x^2}$，则使得 $f\left(x\right)>f\left(1\right)$ 成立的 x 的取值范围是（　　）.

A．$\left(1,+\infty\right)$　　B．$\left(-\infty,-1\right)\cup\left(1,+\infty\right)$

C．$\left(-1,1\right)$　　D．$\left(-1,0\right)\cup\left(0,1\right)$

8．已知 $f\left(x\right)$ 是定义是 R 上的奇函数，满足 $f\left(-\dfrac{3}{2}+x\right)=f\left(\dfrac{3}{2}+x\right)$，当 $x\in\left(0,\dfrac{3}{2}\right)$ 时，$f\left(x\right)=\ln\left(x^2-x+1\right)$，则函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,6\right]$ 上的零点个数是（　　）

A．3　　B．5　　C．7　　D．9

9．若复数 $z=\dfrac{2}{1+\mathrm{i}}$，其中 i 为虚数单位，则下列结论正确的是（　）

A．z 的虚部为 $-i$　　B．$\left|z\right|=2$　　C．z 的共轭复数为 $-1-i$　　D．z^2 为纯虚数

10．已知 AB 是过抛物线 $y^2=4x$ 焦点 F 的弦，O 是原点，则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=$（　　）

A．－2　　B．－4　　C．3　　D．－3

11．已知等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_3=7$，$S_3=9$，则 $a_{10}=$（　　）

A．25　　B．32　　C．35　　D．40

12．若复数 z 满足 $z(1-2i)=10$,则复数 z 在复平面内对应的点在(　　)

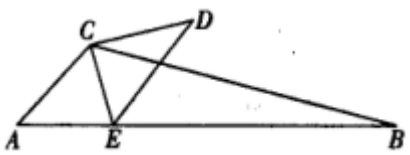
A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知 ΔABC 中，$AB=BC$，点 D 是边 BC 的中点，ΔABC 的面积为 2，则线段 AD 的取值范围是_____.

14．如图，在 ΔABC 中，$BC=2$，$AB=\sqrt{6}$，$\angle ACB=\dfrac{2\pi}{3}$，点 E 在边 AB 上，且 $\angle ACE=\angle BCE$，将射线 CB 绕着 C 逆时针方向旋转 $\dfrac{\pi}{6}$，并在所得射线上取一点 D，使得 $CD=\sqrt{3}-1$，连接 DE，则 ΔCDE 的面积为

_____.



15．已知$\{a_n\}$是等比数列,若$\vec{a}=(a_2,2)$，$\vec{b}=(a_3,3)$,且$\vec{a}\parallel\vec{b}$,则$\dfrac{a_2+a_4}{a_3+a_5}=$_____.

16．设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_2=3$，$S_4=16$，则数列$\{a_n\}$的公差$d=$_____，通项公式$a_n=$_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）在锐角三角形ABC中，角A,B,C的对边分别为a,b,c．已知$\tan A,\tan B,\tan C$成等差数列，$\cos A,\sqrt{\cos C},\cos B$成等比数列.

（1）求A的值；

（2）若$\triangle ABC$的面积为1,求c的值.

18．（12分）已知函数$f(x)=\dfrac{x-a}{x+1}+\ln(x+1),a\in R$.

（1）讨论$f(x)$的单调性；

（2）函数$g(x)=x^2+\dfrac{2}{x}$，若对于$\forall x_1\in(-1,+\infty),\exists x_2\in[1,2]$，使得$f(x_1)\geq g(x_2)$成立，求$a$的取值范围.

19．（12分）在一次电视节目的答题游戏中，题型为选择题，只有“*A*”和“*B*”两种结果，其中某选手选择正确的概率为*p*，选择错误的概率为*q*，若选择正确则加1分，选择错误则减1分，现记“该选手答完*n*道题后总得分为S_n”.

（1）当$p=q=\dfrac{1}{2}$时，记$\xi=S_3$，求ξ的分布列及数学期望；

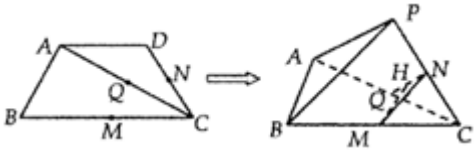
（2）当$p=\dfrac{1}{3}$，$q=\dfrac{2}{3}$时，求$S_8=2$且$S_i\geq 0(i=1,2,3,4)$的概率.

20．（12分）已知$x\in R$，设$\vec{m}=(2\cos x,\ \sin x+\cos x)$，$\vec{n}=(\sqrt{3}\sin x,\ \sin x-\cos x)$，记函数$f(x)=\vec{m}\cdot\vec{n}$.

（1）求函数$f(x)$取最小值时x的取值范围；

（2）设$\triangle ABC$的角A，B，C所对的边分别为a，b，c，若$f(C)=2$，$c=\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$的面积S的最大值.

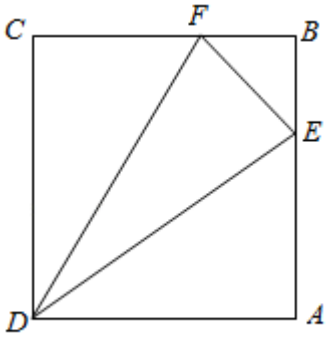
21．（12分）如图,在等腰梯形$ABCD$中,$AD\parallel BC$，$AD=AB=CD=2$，$BC=4$，M，N，Q分别为BC，CD，AC的中点，以AC为折痕将$\triangle ACD$折起，使点D到达点P位置（$P\notin$平面ABC）.



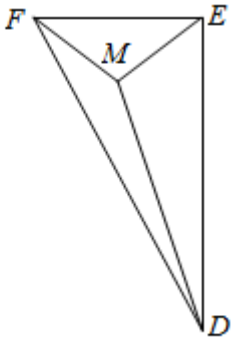
（1）若H为直线QN上任意一点，证明：$MH\parallel$平面ABP；

（2）若直线AB与直线MN所成角为$\dfrac{\pi}{4}$，求二面角$A-PC-B$的余弦值.

22.（10 分）一张边长为 $2m$ 的正方形薄铝板 $ABCD$（图甲），点 E，F 分别在 AB，BC 上，且 $AE=CF=x$（单位：m）.现将该薄铝板沿 EF 裁开，再将 ΔDAE 沿 DE 折叠，ΔDCF 沿 DF 折叠，使 DA，DC 重合，且 A,C 重合于点 M，制作成一个无盖的三棱锥形容器 $D-MEF$（图乙），记该容器的容积为 V（单位：m^3），（注：薄铝板的厚度忽略不计）



图甲



图乙

（1）若裁开的三角形薄铝板 EFB 恰好是该容器的盖，求 x，V 的值；

（2）试确定 x 的值，使得无盖三棱锥容器 $D-MEF$ 的容积 V 最大.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

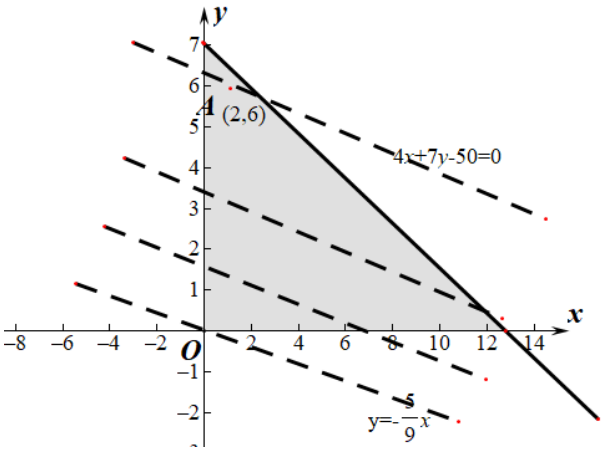
【解析】

由题意列出约束条件和目标函数，数形结合即可解决.

【详解】

设购买甲、乙两种商品的件数应分别 x，y 利润为 z 元，由题意 $\begin{cases}4x+7y\le 50,\\ x,y\in N^*,\end{cases}$ $z=x+1.8y$，

画出可行域如图所示，



显然当 $y=-\frac{5}{9}x+\frac{5}{9}z$ 经过 $A(2,6)$ 时， z 最大.

故选：D.

【点睛】

本题考查线性目标函数的线性规划问题，解决此类问题要注意判断 x ， y 是否是整数，是否是非负数，并准确的画出可行域，本题是一道基础题.

2、D

【解析】

根据频率分布直方图中频率＝小矩形的高×组距计算成绩低于 60 分的频率，再根据样本容量＝$\frac{\text{频数}}{\text{频率}}$ 求出班级人数.

【详解】

根据频率分布直方图，得：低于 60 分的频率是（0.005+0.010）×20＝0.30，

∴样本容量（即该班的学生人数）是 $\frac{18}{0.30}=60$（人）.

故选：D.

【点睛】

本题考查了频率分布直方图的应用问题，也考查了频率＝$\frac{\text{频数}}{\text{样本容量}}$ 的应用问题，属于基础题

3、D

【解析】

先计算集合 B ，再计算 $A\cap B$ ，最后计算 $\complement_U(A\cap B)$.

【详解】

解：$\because B=\{x|x^2-7x+10<0\}$

$\therefore B=\{x|2<x<5\}$ ，

Q $A=\{x|3\le x<7\}$

$\therefore A\cap B=\{x|3\le x<5\}$，

$\therefore \complement_U(A\cap B)=(-\infty,3)\cup[5,+\infty)$.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了集合的交，补混合运算，注意分清集合间的关系，属于基础题.

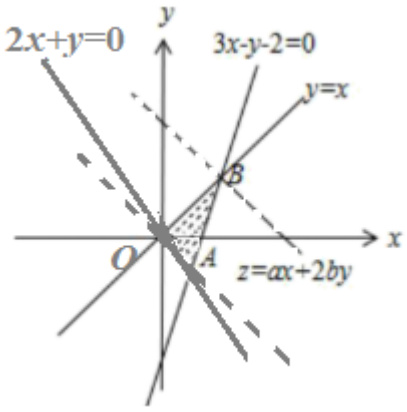
4、A

【解析】

作出可行域，由$z=ax+2by(a>0,b>0)$，可得$y=-\frac{a}{2b}x+\frac{z}{2b}$.当直线$y=-\frac{a}{2b}x+\frac{z}{2b}$过可行域内的点$B(1,1)$时，$z$最大，可得$a+2b=2$.再由基本不等式可求$4^a+16^b$的最小值.

【详解】

作出可行域，如图所示



由$z=ax+2by(a>0,b>0)$，可得$y=-\frac{a}{2b}x+\frac{z}{2b}$.

平移直线$y=-\frac{a}{2b}x+\frac{z}{2b}$，当直线过可行域内的点$B$时，$\frac{z}{2b}$最大，即$z$最大，最大值为2.

解方程组$\begin{cases}3x-y-2=0\\x-y=0\end{cases}$，得$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases},\therefore B(1,1)$.

$\therefore a+2b=2(a>0,b>0)$.

$\therefore 4^a+16^b=4^a+4^{2b}\ge 2\sqrt{4^a\times 4^{2b}}=2\sqrt{4^{a+2b}}=2\sqrt{4^2}=8$，

当且仅当$4^a=4^{2b}$，即$\begin{cases}a=2b\\a+2b=2\end{cases},\begin{cases}a=1\\b=\frac{1}{2}\end{cases}$时，等号成立.

$\therefore 4^a+16^b$的最小值为8.

故选：A.

【点睛】

本题考查简单的线性规划，考查基本不等式，属于中档题.

5、A

【解析】

根据复数相等的特征，求出$3a$和b，再利用复数的模公式，即可得出结果.

【详解】

因为$3+ai=b-(2a-1)i$，所以$\begin{cases}b=3,\\-(2a-1)=a,\end{cases}$，

解得$\begin{cases}b=3,\\3a=1,\end{cases}$

则$|3a+bi|=|1+3i|=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查相等复数的特征和复数的模，属于基础题.

6、C

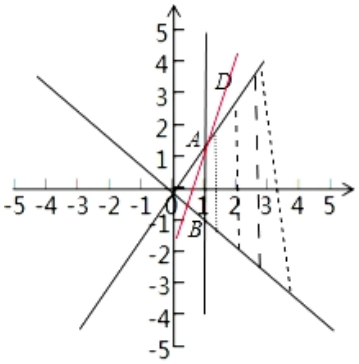
【解析】

设$k=\dfrac{y-3}{x-2}$，则k的几何意义为点(x,y)到点$(2,3)$的斜率，利用数形结合即可得到结论.

【详解】

解：设$k=\dfrac{y-3}{x-2}$，则k的几何意义为点$P(x,y)$到点$D(2,3)$的斜率，

作出不等式组对应的平面区域如图：



由图可知当过点D的直线平行于x轴时，此时$k=\dfrac{y-3}{x-2}=0$成立；

$k=\dfrac{y-3}{x-2}$取所有负值都成立；

当过点A时，$k=\dfrac{y-3}{x-2}$取正值中的最小值，$\begin{cases}x=1\\x-y=0\end{cases}\Rightarrow A(1,1)$，此时$k=\dfrac{y-3}{x-2}=\dfrac{1-3}{1-2}=2$；

故$\dfrac{y-3}{x-2}$的取值范围为$(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$；

故选：*C*.

【点睛】

本题考查简单线性规划的非线性目标函数函数问题，解题时作出可行域，利用目标函数的几何意义求解是解题关键. 对于直线斜率要注意斜率不存在的直线是否存在.

7、B

【解析】

由奇偶性定义可判断出$f\left(x\right)$为偶函数，由单调性的性质可知$f\left(x\right)$在$\left[0,+\infty\right)$上单调递增，由此知$f\left(x\right)$在$\left(-\infty,0\right]$上单调递减，从而将所求不等式化为$\left|x\right|>1$，解绝对值不等式求得结果.

【详解】

由题意知：$f\left(x\right)$定义域为R，

$\because f\left(-x\right)=\ln\left(1+\left|-x\right|\right)-\dfrac{1}{1+\left(-x\right)^2}=\ln\left(1+\left|x\right|\right)-\dfrac{1}{1+x^2}=f\left(x\right)$，$\therefore f\left(x\right)$为偶函数，

当$x\geq0$时，$f\left(x\right)=\ln\left(1+x\right)-\dfrac{1}{1+x^2}$，

$\because y=\ln\left(1+x\right)$在$\left[0,+\infty\right)$上单调递增，$y=\dfrac{1}{1+x^2}$在$\left[0,+\infty\right)$上单调递减，

$\therefore f\left(x\right)$在$\left[0,+\infty\right)$上单调递增，则$f\left(x\right)$在$\left(-\infty,0\right]$上单调递减，

由$f\left(x\right)>f\left(1\right)$得：$\left|x\right|>1$，解得：$x<-1$或$x>1$，

$\therefore$ x的取值范围为$\left(-\infty,-1\right)\cup\left(1,+\infty\right)$.

故选：B.

【点睛】

本题考查利用函数的单调性和奇偶性求解函数不等式的问题；奇偶性的作用是能够确定对称区间的单调性，单调性的作用是能够将函数值的大小关系转化为自变量的大小关系，进而化简不等式.

8、D

【解析】

根据 $f\left(x\right)$ 是定义是 R 上的奇函数，满足 $f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$，可得函数 $f\left(x\right)$ 的周期为 3，再由奇函数的性质结合已知可得 $f(-\frac{3}{2})=f(-1)=f(0)=f(1)=f(\frac{3}{2})=0$ ，利用周期性可得函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,6\right]$ 上的零点个数.

【详解】

$\because f\left(x\right)$ 是定义是 R 上的奇函数，满足 $f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$，$\therefore f(-\frac{3}{2}+x+\frac{3}{2})=f(\frac{3}{2}+x+\frac{3}{2})$ ，可得

$f(x+3)=f(x)$，

函数 $f\left(x\right)$ 的周期为 3，

$\because$当 $x\in\left(0,\frac{3}{2}\right)$ 时，　$f\left(x\right)=\ln\left(x^2-x+1\right)$，

令 $f\left(x\right)=0$，则 $x^2-x+1=1$，解得 $x=0$ 或 1，

又$\because$函数 $f\left(x\right)$ 是定义域为 R 的奇函数，

$\therefore$在区间 $[-\frac{3}{2},\frac{3}{2}]$ 上，有 $f(-1)=-f(1)=0$，$f(0)=0$.

由 $f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$，取 $x=0$，得 $f(-\frac{3}{2})=f(\frac{3}{2})$ ，得 $f(\frac{3}{2})=f(-\frac{3}{2})=0$，

$\therefore f(-\frac{3}{2})=f(-1)=f(0)=f(1)=f(\frac{3}{2})=0$.

又$\because$函数 $f\left(x\right)$ 是周期为 3 的周期函数，

$\therefore$方程 $f\left(x\right)$=0 在区间 $\left[0,6\right]$ 上的解有 $0,1,\frac{3}{2},2,3,4,\frac{9}{2},5,6$. 共 9 个，

故选 D.

【点睛】

本题考查根的存在性及根的个数判断，考查抽象函数周期性的应用，考查逻辑思维能力与推理论证能力，属于中档题.

9、D

【解析】

将复数 z 整理为 $1-i$ 的形式，分别判断四个选项即可得到结果.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/305234204310011221