

北师大版数学七年级下册压轴大题练习

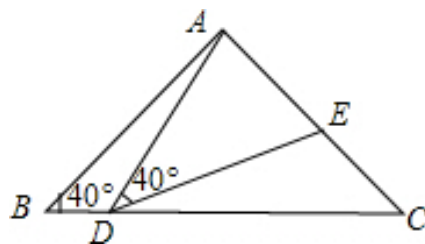
1、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=2$ ， $\angle B=\angle C=40^\circ$ ，点 D 在线段 BC 上运动

(D 不与 B 、 C 重合)，连接 AD ，作 $\angle ADE=40^\circ$ ， DE 交线段 AC 于 E 。

(1) 当 $\angle BDA=115^\circ$ 时， $\angle EDC=$ ____ $^\circ$ ， $\angle DEC=$ ____ $^\circ$

(2) 当 DC 等于多少时， $\triangle ABD \cong \triangle DCE$ ，请说明理由；

(3) 在点 D 的运动过程中， $\triangle ADE$ 的形状可以是等腰三角形吗？若可以，请直接写出 $\angle BDA$ 的度数。若不可以，请说明理由。



2、【问题背景】如图1，在等边 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别为边 BC 、 AC 上任意一点，连接 AD 、 BE ， AD 与 BE 相交于点 O ，且 $BD=CE$ 。

请直接写出线段 AD 与 BE 之间的数量关系：____； $\angle AOE=$ ____。

【推广探究】如图2，在等边 $\triangle ABC$ 中， P 、 M 分别为边 AB 、 AC 上的点，且 $AM=BP$ ，过点 P 作 $PQ \parallel BE$ 交 AC 于点 Q ，过点 M 作 $MN \parallel AD$ 交 BC 于点 N ， PQ 与 MN 交于点 F 。

(1) $\angle MFQ=$ ____；

(2) 求证： $PQ=MN$ 。

【深入探究】如图3，在“推广探究”的条件下，令四边形 $APFM$ 的周长为 C_1 ，四边形 $CNFQ$ 的周长为 C_2 ， $MF=a$ ， $FQ=b$ ， $FN=c$ ，则 $C_1 - C_2=$ ____ (请用含有 a 、 b 的代数式表示)。

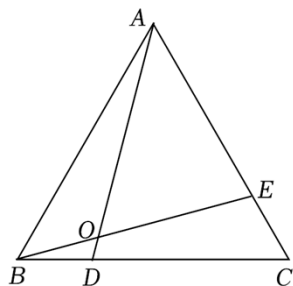


图1

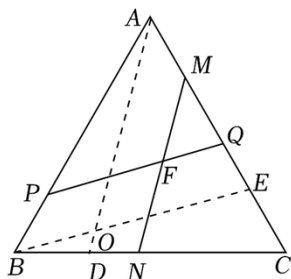


图2

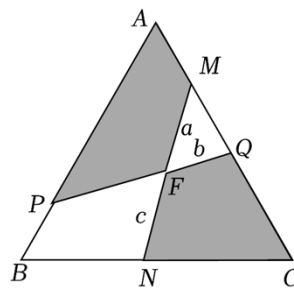
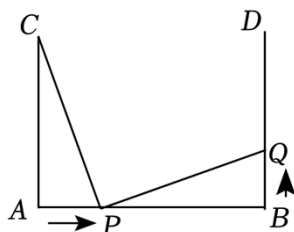
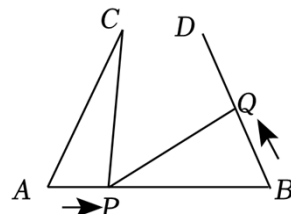


图3

- 3、如图（1）， $AB=7\text{cm}$ ， $AC\perp AB$ ， $BD\perp AB$ 垂足分别为 A 、 B ， $AC=5\text{cm}$ ．点 P 在线段 AB 上以 2cm/s 的速度由点 A 向点 B 运动，同时点 Q 在射线 BD 上运动．它们运动的时间为 t （s）（当点 P 运动结束时，点 Q 运动随之结束）．



图（1）



图（2）

- （1） $AP=$ ____ cm ， $BP=$ ____ cm （用含 t 的代数式表示）；
- （2）若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度相等，当 $t=1$ 时， $\triangle ACP$ 与 $\triangle BPQ$ 是否全等，并判断此时线段 PC 和线段 PQ 的位置关系，请分别说明理由；
- （3）如图（2），若“ $AC\perp AB$ ， $BD\perp AB$ ”改为“ $\angle CAB=\angle DBA$ ”，点 Q 的运动速度为 $x\text{ cm/s}$ ，其它条件不变，当点 P 、 Q 运动到何处时有 $\triangle ACP$ 与 $\triangle BPQ$ 全等，求出相应的 x 的值．

- 4、在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=90^\circ$ ，点 D 为 AC 上一动点．

- （1）如图 1，点 E 、点 F 均是射线 BD 上的点并且满足 $AE=AF$ ， $\angle EAF=90^\circ$ ．求证： $\triangle ABE\cong\triangle ACF$ ；
- （2）在（1）的条件下，求证： $CF\perp BD$ ；
- （3）由（1）我们知道 $\angle AFB=45^\circ$ ，如图 2，当点 D 的位置发生变化时，过点 C 作 $CF\perp BD$ 于 F ，连接 AF ．那么 $\angle AFB$ 的度数是否发生变化？请证明你的结论．

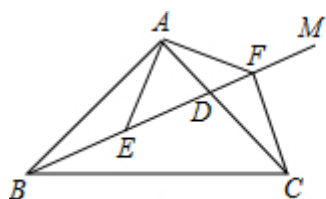


图1

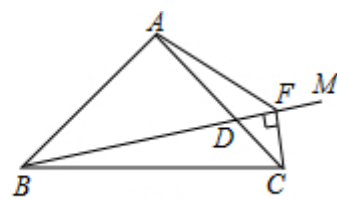
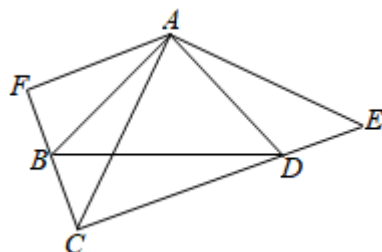


图2

5、如图， $\angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$ ， $AB = AD$ ， $AE = AC$ ， $AF \perp CF$ ，垂足为 F 。

- (1) 求证： $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ；
- (2) 若 $AC = 10$ ，求四边形 $ABCD$ 的面积；
- (3) 求 $\angle FAE$ 的度数。

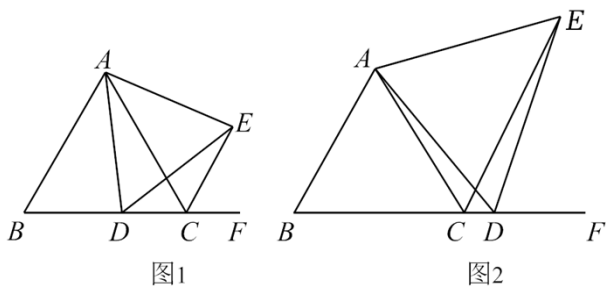


6、已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形，点 D 为直线 BC 上一动点（点 D 不与点 B ，点 C 重合）。以 AD 为边作等边三角形 ADE ，连接 CE 。

(1) 如图 1，当点 D 在边 BC 上时。

- ① 求证： $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ；
- ② 直接判断结论 BC ， DC ， CE 的关系_____（不需证明）；

(2) 如图 2，当点 D 在边 BC 的延长线上时，其他条件不变，请写出 BC ， DC ， CE 之间存在的数量关系，并写出证明过程。



7、【阅读理解】课外兴趣小组活动时，老师提出了如下问题：

如图 1， $\triangle ABC$ 中，若 $AB=8$ ， $AC=6$ 求 BC 边上的中线 AD 的取值范围．小明在组内经过合作交流，得到了如下的解决方法：延长 AD 到点 E ，使 $DE=AD$ ，请根据小明的方法思考：

(1) 由已知和作图能得到 $\triangle ADC \cong \triangle EDB$ 的理由是_____．

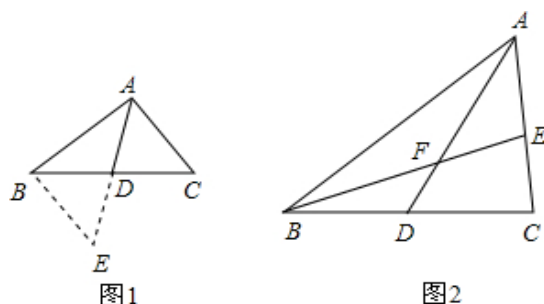
A. SSS B. SAS C. AAS D. HL

(2) 求得 AD 的取值范围是_____．

A. $6 < AD < 8$ B. $6 \leq AD \leq 8$ C. $1 < AD < 7$ D. $1 \leq AD \leq 7$

【感悟】解题时，条件中若出现“中点”“中线”字样，可以考虑延长中线构造全等三角形，把分散的已知条件和所求证的结论集合到同一个三角形中．

【问题解决】(3) 如图 2， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， BE 交 AC 于 E ，交 AD 于 F 且 $AE=EF$ 求证： $AC=BF$ ．

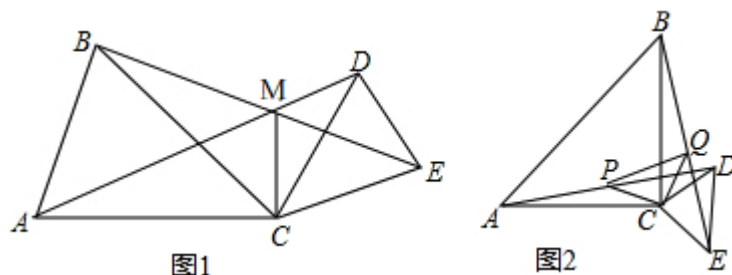


8、如图 1， $AC=BC$ ， $CD=CE$ ， $\angle ACB=\angle DCE=\alpha$ ， AD 、 BE 相交于点 M ，连接 CM ．

(1) 求证： $BE=AD$ ；

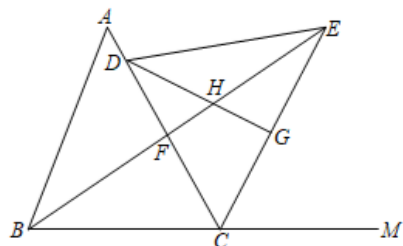
(2) 用含 α 的式子表示 $\angle AMB$ 的度数（直接写出结果）；

(3) 当 $\alpha=90^\circ$ 时，取 AD ， BE 的中点分别为点 P 、 Q ，连接 CP ， CQ ， PQ ，如图 2，判断 $\triangle CPQ$ 的形状，并加以证明．



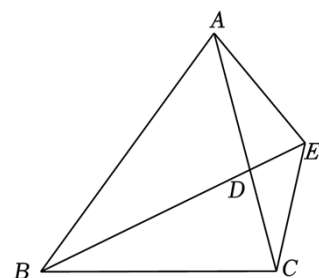
- 9、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=60^\circ$ ， D 为 $\triangle ABC$ 边 AC 上一点， $BC=CD$ ，点 M 在 BC 的延长线上， CE 平分 $\angle ACM$ ，且 $AC=CE$ 。连接 BE 交 AC 于 F ， G 为边 CE 上一点，满足 $CG=CF$ ，连接 DG 交 BE 于 H 。

- (1) $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ 吗？为什么？
- (2) 求 $\angle DHF$ 的度数；
- (3) 若 EB 平分 $\angle DEC$ ，则 BE 平分 $\angle ABC$ 吗？请说明理由。



- 10、已知：如图， BD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，且 $BD=BC$ ， E 为 BD 延长线上的一点， $BE=BA$ 。

- (1) AD 与 CB 相等吗？请证明你的结论。
- (2) 若 $\angle BCD=75^\circ$ ，求 $\angle ACE$ 的度数；
- (3) 若 $\angle BCE=\alpha$ ， $\angle ACE=\beta$ ，则 α 、 β 之间满足一定的数量关系，请直接写出这个结论。

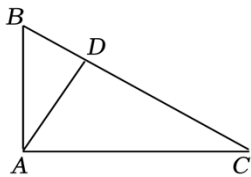


11、问题情境：如图 1，在直角三角形 ABC 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ，可知： $\angle BAD=\angle C$ （不需要证明）；

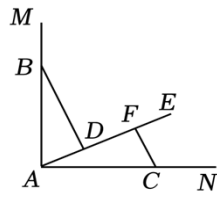
特例探究：如图 2， $\angle MAN=90^\circ$ ，射线 AE 在这个角的内部，点 $B、C$ 在 $\angle MAN$ 的边 $AM、AN$ 上，且 $AB=AC$ ， $CF \perp AE$ 于点 F ， $BD \perp AE$ 于点 D 。证明： $\triangle ABD \cong \triangle CAF$ ；

归纳证明：如图 3，点 $B、C$ 在 $\angle MAN$ 的边 $AM、AN$ 上，点 $E、F$ 在 $\angle MAN$ 内部的射线 AD 上， $\angle 1、\angle 2$ 分别是 $\triangle ABE、\triangle CAF$ 的外角。已知 $AB=AC$ ， $\angle 1=\angle 2=\angle BAC$ 。求证： $\triangle ABE \cong \triangle CAF$ ；

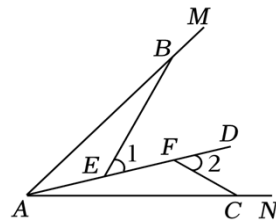
拓展应用：如图 4，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $AB>BC$ 。点 D 在边 BC 上， $CD=2BD$ ，点 $E、F$ 在线段 AD 上， $\angle 1=\angle 2=\angle BAC$ 。若 $\triangle ABC$ 的面积为 15，则 $\triangle ACF$ 与 $\triangle BDE$ 的面积之和为 ____。



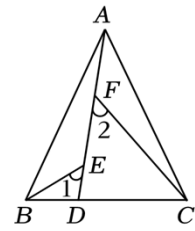
图①



图②



图③



图④

12、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=AC$ ， D 是 AC 边上一动点， $CE \perp BD$ 于 E 。

（1）如图（1），若 BD 平分 $\angle ABC$ 时，

①求 $\angle ECD$ 的度数；

②延长 CE 交 BA 的延长线于点 F ，补全图形，探究 BD 与 EC 的数量关系，并证明你的结论；

（2）如图（2），过点 A 作 $AF \perp BE$ 于点 F ，猜想线段 BE ， CE ， AF 之间的数量关系，并证明你的猜想。

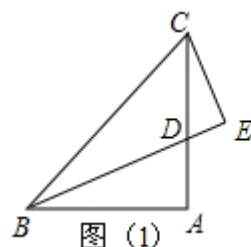


图 (1)

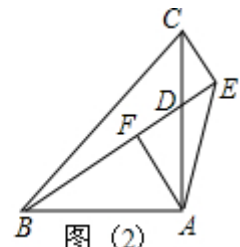
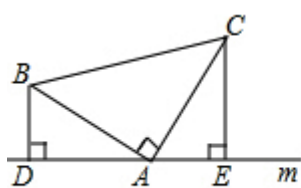


图 (2)

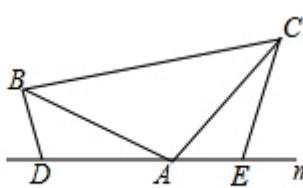
13、(1) 如图①，已知： $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=AC$ ，直线 m 经过点 A ， $BD \perp m$ 于 D ， $CE \perp m$ 于 E ，求证： $DE=BD+CE$ ；

(2) 拓展：如图②，将 (1) 中的条件改为： $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， D 、 A 、 E 三点都在直线 m 上，并且 $\angle BDA=\angle AEC=\angle BAC=\alpha$ ， α 为任意锐角或钝角，请问结论 $DE=BD+CE$ 是否成立？如成立，请证明；若不成立，请说明理由；

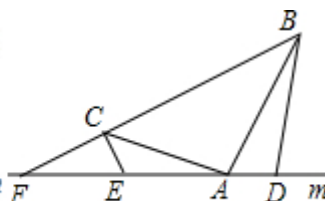
(3) 应用：如图③，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC$ 是钝角， $AB=AC$ ， $\angle BAD > \angle CAE$ ， $\angle BDA=\angle AEC=\angle BAC$ ，直线 m 与 BC 的延长线交于点 F ，若 $BC=2CF$ ， $\triangle ABC$ 的面积是 12，求 $\triangle ABD$ 与 $\triangle CEF$ 的面积之和。



图①



图②



图③

14、如图 1，在等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=BC$ ，点 D 是 AB 边上的一动点。

(1) 如图 1，连接 DC 并延长使 $CE=CD$ ，过点 E 作 $EF \parallel AB$ 交 AC 的延长线于点 F ，试说明： $AD=FE$ ；

(2) 如图 2，当点 D 运动到 AB 中点时，点 E 是 DC 延长线上的一点，连接 AE 、 BE ， BE 与 AC 延长交于点 Q 。

①试说明： $\angle CBE=\angle CAE$ ；

②点 P 是 AC 延长线上的点，且 $PE=BE$ ，连接 BP ，若 $\triangle BPQ$ 的面积为 26， $AE=8$ ，求 EQ 的长。

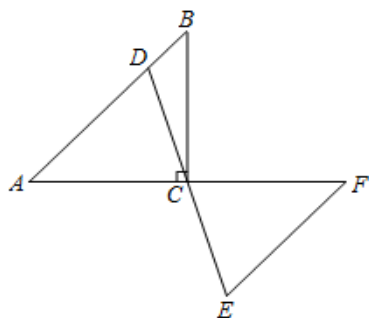


图1

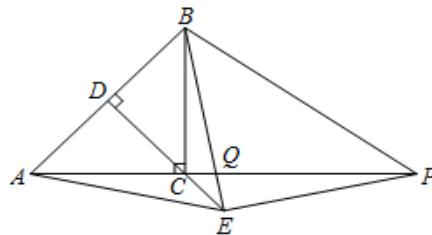


图2

- 15、 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $\angle ABC=90^\circ$ ，点 D 在 AB 边上（不与点 A 、 B 重合），以 CD 为腰作等腰直角 $\triangle CDE$ ， $\angle DCE=90^\circ$ 。

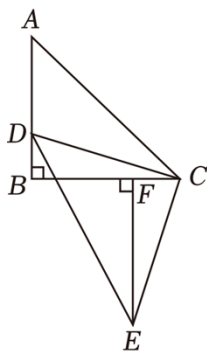


图 1

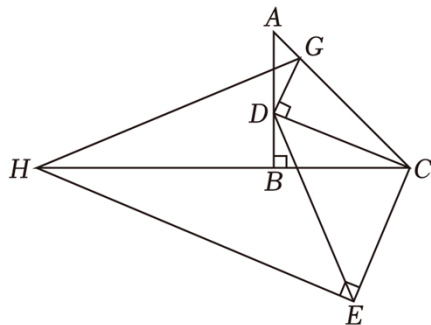
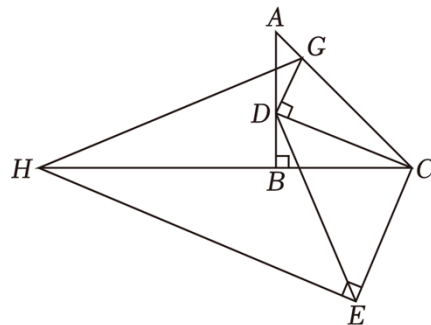


图 2

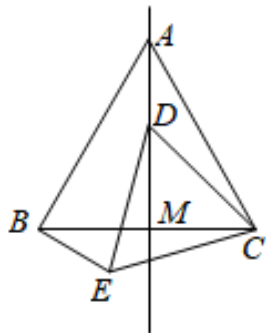


备用图

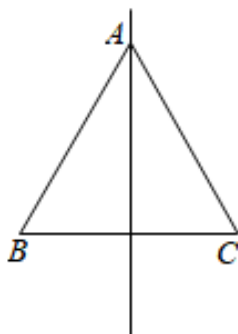
- (1) 如图 1，作 $EF \perp BC$ 于 F ，求证： $\triangle DBC \cong \triangle CFE$ ；
- (2) 如图 1，在 (1) 的条件下，连接 AE 交 BC 于 M ，求 $\frac{MF}{AD}$ 的值；
- (3) 如图 2，过点 E 作 $EH \perp CE$ 交 CB 的延长线于点 H ，过点 D 作 $DG \perp DC$ ，交 AC 于点 G ，连接 GH 当点 D 在边 AB 上运动时，式子 $\frac{2GH}{HE-GD}$ 的值会发生变化吗？若不变，求出该值；若变化请说明理由。

- 16、如图，在等边 $\triangle ABC$ 中，线段 AM 为 BC 边上的中线。动点 D 在直线 AM 上时，以 CD 为一边在 CD 的下方作等边 $\triangle CDE$ ，连结 BE 。

- (1) 求 $\angle CAM$ 的度数；
- (2) 若点 D 在线段 AM 上时，求证： $\triangle ADC \cong \triangle BEC$ ；
- (3) 当动点 D 在直线 AM 上时，设直线 BE 与直线 AM 的交点为 O ，试判断 $\angle AOB$ 是否为定值？并说明理由。



备用图 1



备用图 2

北师大版数学七年级下册压轴大题练习

参考答案

1、解：（1） 25° ， 115°

（2）当 $DC=2$ 时， $\triangle ABD \cong \triangle DCE$ ，理由如下：

$$\because \angle BAD + \angle ADB = 140^\circ$$

$$\angle CDE + \angle ADB = 140^\circ$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CDE$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle DCE$ 中，

$$\angle B = \angle C = 40^\circ, AB = DC = 2, \angle BAD = \angle CDE$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle DCE$$

（3）当 $\angle BDA$ 的度数为 110° 或 80° 时， $\triangle ADE$ 的形状是等腰三角形，理由如下：

当 $\angle BDA = 110^\circ$ 时，

$$\because \angle B = \angle C = 40^\circ$$

$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - 40^\circ - 110^\circ = 30^\circ$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$$

$$\therefore \angle DAC = 100^\circ - 30^\circ = 70^\circ$$

$$\therefore \angle AED = 180^\circ - 40^\circ - 70^\circ = 70^\circ$$

$$\therefore \angle DAC = \angle AED$$

$\therefore \triangle ADE$ 的形状是等腰三角形

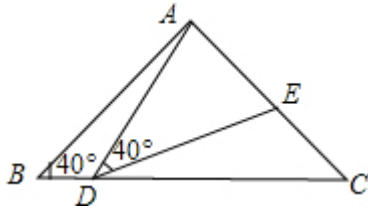
当 $\angle BDA = 80^\circ$ 时，

$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - 40^\circ - 80^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle DAC = 100^\circ - 60^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ADE = 40^\circ$$

$\therefore \triangle ADE$ 的形状是等腰三角形



2、【问题背景】 $AD=BE$; 60°

【推广探究】(1) 60°

(2) 证明: $\because \angle APQ + \angle PAQ + \angle PQA = 180^\circ$

$$\angle MFQ + \angle MQF + \angle FMQ = 180^\circ$$

$$\angle PAQ = \angle MFQ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle APQ = \angle FMQ$$

$$\because AM = BP$$

$$\therefore AP = CM$$

在 $\triangle PAQ$ 和 $\triangle MCN$ 中, $\angle PAQ = \angle C$, $AP = CM$, $\angle APQ = \angle FMQ$

$$\therefore \triangle PAQ \cong \triangle MCN$$

$$\therefore PQ = MN$$

【深入探究】 $2a - 2b$

3、解: (1) $2t$, $7 - 2t$.

(2) $\triangle CAP \cong \triangle PBQ$, $PC \perp PQ$.

证明: 由题意, 得 $t=1$ 时, $AP=BQ=2$ (cm), $BP=7-2=5$ (cm)

$$\because AC=5$$
 (cm), $\angle A = \angle B = 90^\circ$

在 $\triangle CAP$ 和 $\triangle PBQ$ 中, $BP=AC=5$, $\angle A = \angle B$, $AP=BQ$

$$\therefore \triangle CAP \cong \triangle PBQ$$

$$\therefore \angle ACP = \angle BPQ$$

$$\because \angle ACP + \angle CPA = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BPQ + \angle CPA = 90^\circ$$

$$\therefore PC \perp PQ$$

(3) ①当 $AC=PB$, $AP=BQ$ 时, $\triangle ACP$ 与 $\triangle BPQ$ 全等

此时 $AC=PB=5$, $AP=BQ=7-5=2$ (cm)

$$\therefore AP=BQ=2 \text{ (cm)}$$

$$x=2\text{cm/s}$$

②当 $AC=BQ$, $AP=PB$ 时, $\triangle ACP$ 与 $\triangle BPQ$ 全等

$$\text{此时 } AC=BQ=5, AP=PB=\frac{7}{2} \text{ (cm)},$$

$$\therefore AP=2t=\frac{7}{2} \text{ (cm)}$$

$$\text{解得 } t=\frac{7}{4}s$$

$$\therefore BQ=\frac{7}{4}x=5 \text{ (cm)}$$

$$\therefore x=\frac{20}{7}\text{cm/s}$$

4、(1) 证明: $\because \angle BAC = \angle BAE + \angle EAD = 90^\circ$

$$\angle EAF = \angle CAF + \angle EAD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CAF$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACF$ 中, $AB=AC$, $\angle BAE = \angle CAF$, $AE=AF$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$$

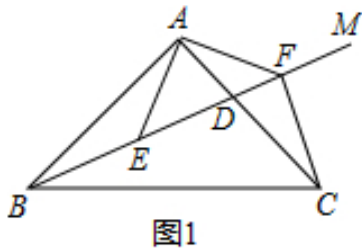


图1

(1) 证明: $\because \triangle ABE \cong \triangle ACF$

$$\therefore \angle ABE = \angle ACF$$

又 $\because \angle ADB = \angle CDF$

$$\therefore \angle DFC = \angle BAD = 90^\circ$$

$$\therefore CF \perp BD$$

(2) 不变, 理由如下:

过 A 作 $AE \perp AF$ 交 BM 于 E

$$\because \angle BAC = \angle BAE + \angle EAD = 90^\circ$$

$$\angle EAF = \angle CAF + \angle EAD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CAF$$

由题意，得 $\angle DFC = \angle BAC = 90^\circ$

$$\text{又} \because \angle ADB = \angle CDF$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACF$$

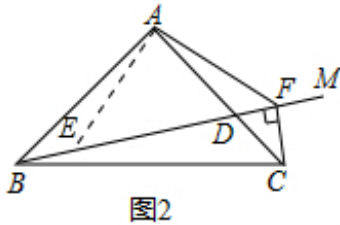
在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACF$ 中， $\angle ABD = \angle ACF$ ， $AB = AC$ ， $\angle BAE = \angle CAF$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$$

$$\therefore AE = AF$$

$$\text{又} \because \angle EAF = 90^\circ$$

$$\therefore \angle AFB = \angle AEF = 45^\circ$$



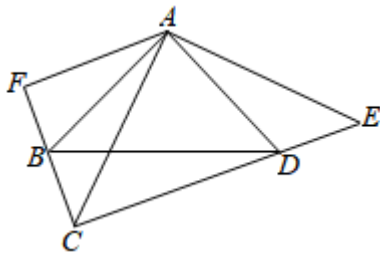
5、证明：（1） $\because \angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$

$$\therefore \angle BAD - \angle CAD = \angle CAE - \angle CAD$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中， $AB = AD$ ， $\angle BAC = \angle DAE$ ， $AC = AE$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE$$



（2） $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$

$$\therefore AE = AC = 10$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADE}$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$$

$$(3) \because AF \perp BC$$

$$\therefore \angle AFC = 90^\circ$$

$$\because \angle CAE = 90^\circ, AC = AE$$

$$\therefore \angle E = \angle ACE = 45^\circ$$

$$\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$$

$$\therefore \angle BCA = \angle E = 45^\circ$$

$$\therefore \angle FAC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\therefore \angle FAE = \angle CAE + \angle FAC = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$$

6、解：(1) ①证明： $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形

$$\therefore AB = BC = AC, AD = DE = AE, \angle BAC = \angle DAE = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$$

$$\text{即 } \angle BAD = \angle EAC$$

$$\text{在 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle ACE \text{ 中, } AB = AC, \angle BAD = \angle EAC, AD = AE$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$$

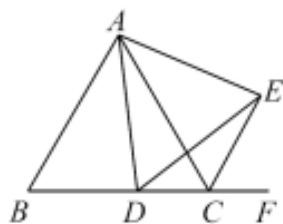


图1

$$\textcircled{2} BC = CE + CD$$

$$(2) BC + CD = CE$$

证明： $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形

$$\therefore AB = BC = AC, AD = DE = AE, \angle BAC = \angle DAE = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BAC + \angle DAC = \angle DAE + \angle DAC$$

$$\text{即 } \angle BAD = \angle EAC$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/306055135130010211>