辽宁省名校联盟2022-2023学年高三上学期9月联考数学试题

一、单选题

1．设集合$A=\{x|x>a\}$，集合$B=\{0,1\}$，若$A\cap B\neq\varnothing$，则实数a的取值范围是（　　）

A．$a\le 1$　　B．$a<1$　　C．$a<0$　　D．$a\le 0$

2．已知命题p：$\exists x<-1$，$2^x-x-1<0$，则$\neg p$为（　　）

A．$\forall x\ge -1$，$2^x-x-1\ge 0$　　B．$\forall x<-1$，$2^x-x-1\ge 0$

C．$\exists x<-1$，$2^x-x-1\ge 0$　　D．$\exists x\ge -1$，$2^x-x-1\ge 0$

3．“点A的坐标是$\left(\frac{k\pi}{2},0\right)$，$k\in Z$”是“$f(x)=\tan x$的图象关于点A对称”的（　　）

A．充要条件　　B．充分不必要条件　　C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

4．若函数$y=f(x)$，$y=g(x)$定义域为R，且都不恒为零，则

A．若$y=f(g(x))$为周期函数，则$y=g(x)$为周期函数

B．若$y=f(g(x))$为偶函数，则$y=g(x)$为偶函数

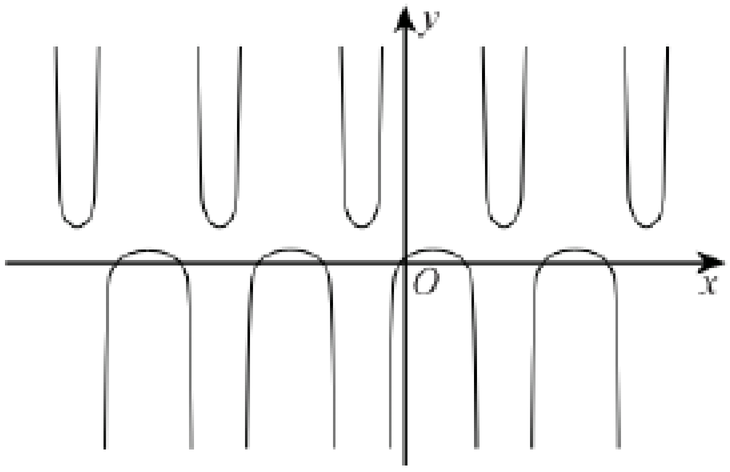
C．若$y=f(x)$，$y=g(x)$均为单调递增函数，则$y=f(x)\cdot g(x)$为单调递增函数

D．若$y=f(x)$，$y=g(x)$均为奇函数，则$y=f(g(x))$为奇函数

5．荀子《劝学》中说：“不积跬步，无以至千里；不积小流，无以成江海．”所以说学习是日积月累的过程，每天进步一点点，前进不止一小点．我们可以把$(1+1\%)^{365}$看作是每天的“进步”率都是1%，一年后是$1.01^{365}\approx 37.7834$；而把$(1-1\%)^{365}$看作是每天“退步”率都是$1\%$，一年后是$0.99^{365}\approx 0.0255$.若“进步”的值是“退步”的值的100倍，大约经过(参考数据：$\lg 101\approx 2.0043$，$\lg 99\approx 1.9956$)　（　　）天．

A．200天　　B．210天　　C．220天　　D．230天

6．已知函数$f(x)=\dfrac{\sin x}{1+2\sin x}$的部分图象如图所示，将此图象分别作以下变换，那么变换后的图象可以与原图象重合的变换方式有（　　）



①绕着 x 轴上一点旋转 $180°$；

②沿 x 轴正方向平移；

③以 x 轴为轴作轴对称；

④以 x 轴的某一条垂线为轴作轴对称.

A．①③　　B．③④　　C．②③　　D．②④

7．已知函数 $f\left(x\right)=\lg\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\frac{2}{2^x+1}$，则不等式 $f\left(2x+1\right)+f\left(x\right)>-2$ 的解集为（　　）

A．$\left(-\frac{1}{3},+\infty\right)$　　B．$\left(-\frac{1}{3},100\right)$　　C．$\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$　　D．$\left(-\frac{2}{3},100\right)$

8．已知 $a=\mathrm{e}^{0.2}-1,b=\ln1.2,c=\tan0.2$，其中 $\mathrm{e}=2.71828\cdots$ 为自然对数的底数，则（　　）

A．$c>a>b$　　B．$a>c>b$

C．$b>a>c$　　D．$a>b>c$

二、多选题

9．已知实数 a，b，c 满足 $0<a<b<c$，则下列说法正确的是（　　）

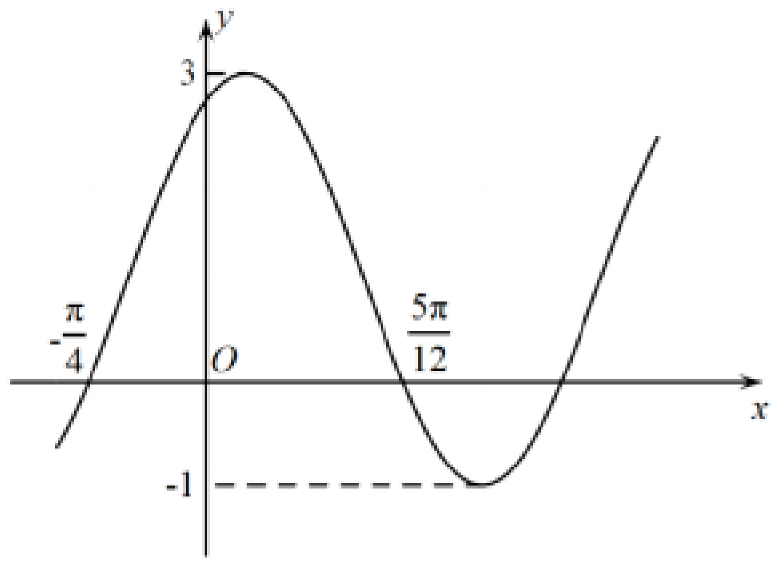
A．$\frac{1}{a\left(c-a\right)}>\frac{1}{b\left(c-a\right)}$　　B．$\frac{b}{a}>\frac{b+c}{a+c}$

C．$ab+c^2>ac+bc$　　D．$(a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$ 的最小值为 4

10．高斯是德国著名的数学家，近代数学奠基者之一，享有“数学王子”的称号，设 $x\in\mathbf{R}$，用 $\left[x\right]$ 表示不超过 x 的最大整数，$y=\left[x\right]$ 也被称为“高斯函数”，例如：$\left[1.6\right]=1,\left[-2.1\right]=-3$，设函数 $f\left(x\right)=x+1-\left[x\right]$，则下列关于函数 $f\left(x\right)$ 叙述正确的是（　　）

A．$f\left(x\right)$ 为奇函数　　B．$\left[f\left(x\right)\right]=1$　　C．$f\left(x\right)$ 在 $\left(0,1\right)$ 上单调递增　　D．$f\left(x\right)$ 有最大值无最小值

11．函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)+b\left(\omega>0,|\varphi|<\pi\right)$ 的部分图象如图所示，下列说法正确的是（　　）



A．函数 $f\left(x\right)$ 的解析式为 $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1$

B．函数 $f\left(x\right)$ 的单调递增区间为 $\left(-\frac{5\pi}{12}+k\pi,\frac{\pi}{12}+k\pi\right)(k\in \mathrm{Z})$

C．函数 $f\left(x\right)$ 的图象关于点 $\left(\frac{k\pi}{2},1\right)(k\in \mathrm{Z})$ 对称

D．为了得到函数 $f\left(x\right)$ 的图象，只需将函数 $g(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度，再向上平移一个单位长度

12．若过点 $P\left(1,\lambda\right)$ 最多可作出 $n\left(n\in \mathbf{N}^*\right)$ 条直线与函数 $f\left(x\right)=\left(x-1\right)e^x$ 的图象相切，则（　　）

A．$\lambda+n<3$

B．当 $n=2$ 时，λ 的值不唯一

C．λn 可能等于 -4

D．当 $n=1$ 时，λ 的取值范围是 $\left(-\infty,-\frac{4}{e}\right)\cup\left\{0\right\}$

三、填空题

13．当 $x\in\left(0,+\infty\right)$ 时，幂函数 $y=\left(m^2-m-1\right)x^{m^2-2m-3}$ 为减函数，则 $m=$_________.

14．已知直线 $y=-x+3$ 分别与函数 $y=e^x$ 和 $y=\ln x$ 的图象交于点 $A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$，则 $x_1+x_2=$_________.

15．若 $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$，$\tan\theta=-3$，则 $\frac{(1+\sin 2\theta+\cos 2\theta)(\sin\theta-\cos\theta)}{\sqrt{2+2\cos 2\theta}}=$_________.

四、双空题

16. 记 $f'(x),g'(x)$ 分别为函数 $f(x),g(x)$ 的导函数.若存在 $x_0\in R$，满足 $f(x_0)=g(x_0)$ 且 $f'(x_0)=g'(x_0)$，则称 x_0 为函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的一个“S 点”.

（1）以下函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 存在“S 点”的是__________

①函数 $f(x)=x$ 与 $g(x)=x^2+2x-2$；

②函数 $f(x)=x+1$ 与 $g(x)=e^x$；

③函数 $f(x)=\sin x$ 与 $g(x)=\cos x$.

（2）已知：$m,n\in R$，若函数 $f(x)=mx^2+nx$ 与 $g(x)=\ln x$ 存在“S 点”，则实数 m 的取值范围为__________.

五、解答题

17. 命题 p：实数 x 满足不等式 $\frac{4-x}{x+2}\geq 0$；命题 q：实数 x 满足不等式 $x^2-4mx-5m^2<0$ 其中 $m\neq 0$. 若 p 是 q 的充分不必要条件，求实数 m 的取值范围.

18．已知函数 $f\left(x\right)=x^3+ax$.

(1)若函数 $g\left(x\right)=f\left(x\right)+bx^2+b^2$ 在 $x=1$ 处的极值为 10，求实数 a，b 的值；

(2)若函数 $h\left(x\right)=f\left(x\right)+ax^2+1$ 在区间 $\left(-2,-1\right)$ 内存在单调递减区间，求实数 a 的取值范围.

19. 已知定义在 R 上的函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f\left(-x\right)-f\left(x\right)=0$，且 $f(x)=\log_2\left(2^x+1\right)-kx$，$g\left(x\right)=f\left(x\right)+x$.

(1)若不等式 $g\left(4^x-a\cdot 2^x+2\right)>g(-2)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围；

(2)设 $h(x)=x^4+x\ln x-2mx+1$，若对任意的 $x_1\in[0,3]$，存在 $x_2\in\left[\mathrm{e},\mathrm{e}^2\right]$，使得 $g\left(x_1\right)\geq h\left(x_2\right)$，求实数 m 的取值范围.

20．已知函数 $f(x)=2\sin\omega x\cos\varphi+2\sin\varphi-4\sin^2\frac{\omega x}{2}\sin\varphi\left(\omega>0,|\varphi|<\pi\right)$，其图象的一条对称轴与相邻对称中心的横坐标相差 $\frac{\pi}{4}$，_________，从以下两个条件中任选一个补充在空白横线中.

①函数 $f\left(x\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的图象关于 y 轴对称且 $f\left(0\right)<0$；

②函数 $f\left(x\right)$ 的图象的一条对称轴为直线 $x=-\frac{\pi}{3}$ 且 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)<f\left(1\right)$.

(1)求函数 $f\left(x\right)$ 的解析式；

(2)若 $x\in\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right]$，函数 $h\left(x\right)=f\left(x\right)-a$ 存在两个不同零点 x_1,x_2，求 x_1+x_2 的值.

21．已知函数 $f\left(x\right)=x+x^{-1}-2$.

(1)若 $\exists x\in\left[-1,1\right]$ 时，$f\left(2^x\right)-k\cdot 2^x\geq 0$，求实数 k 的取值范围；

(2)设 $g(x)=\left|2^x-3\right|$，若方程 $f(g(x))+\frac{2k}{g(x)}-3k=0$ 有三个不同的实数解，求实数 k 的取值范围.

22．已知函数 $f(x)=x\left(1+\mathrm{e}^{-x}\right)-\ln x$．

(1)求函数 $f(x)$ 的最值；

(2)若 $f(x)\geq x\left(\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^{x}\right)+mx+1$ 恒成立，求实数 m 的取值范围；

(3)求证：$\sum_{i=1}\frac{1}{i}>\ln n\left(n\in\mathbf{N}_{+}\right)$.

参考答案：

1．B 直接由$A\cap B\neq\varnothing$求解即可

解：因为集合$A=\{x|x>a\}$，集合$B=\{0,1\}$， $A\cap B\neq\varnothing$，

所以$a<1$，

故选：B

2．B 由存在量词命题的否定为全称量词命题即得.

解：∵命题p：$\exists x<-1$，$2^x-x-1<0$，

∴$\neg p$为：$\forall x<-1$，$2^x-x-1\geq 0$.

故选：B.

3．A 根据正切函数的性质及充要条件的概念即得.

解：若$f(x)=\tan x$的图象关于点A对称，可得点A的坐标是$\left(\frac{k\pi}{2},0\right)$，$k\in Z$，

若点A的坐标是$\left(\frac{k\pi}{2},0\right)$，$k\in Z$，可得$f(x)=\tan x$的图象关于点A对称，

故“点A的坐标是$\left(\frac{k\pi}{2},0\right)$，$k\in Z$”是“$f(x)=\tan x$的图象关于点A对称”的充要条件.

故选：A.

4．D【解析】举例说明A，B，C错误；利用函数奇偶性的定义证明D正确.

解：选项A: $f(x)=\sin x$，$g(x)=2x$，$y=f(g(x))=\sin 2x$为周期函数，$g(x)=2x$不是周期函数，故错误；

选项B: $f(x)=\cos x$，$g(x)=2x$，$y=f(g(x))=\cos 2x$为偶函数，$g(x)=2x$不是偶函数，故错误；

选项C: $f(x)=x$，$g(x)=2x$，$y=f(x)\cdot g(x)=2x^2$不是单调函数，故错误；

选项D: $f(g(-x))=f(-g(x))\Rightarrow f(g(-x))=-f(g(x))$，所以$y=f(g(x))$为奇函数，故正确.

故选：D

点评本题考查复合函数的单调性，奇偶性，周期性，通过代入特殊函数，可很快排除错误选项，是基础题.

5．D 根据题意可列出方程$100\times 0.99^x=1.01^x$，求解即可.

解：设经过x天“进步”的值是“退步”的值的100倍，则$100\times 0.99^x=1.01^x$，即$\left(\frac{1.01}{0.99}\right)^x=100$，

$$\therefore x=\log_{\frac{1.01}{0.99}}100=\frac{\lg 100}{\lg\frac{1.01}{0.99}}=\frac{\lg 100}{\lg\frac{101}{99}}=\frac{2}{\lg 101-\lg 99}$$

$\approx \frac{2}{2.0043-1.9956}=\frac{2}{0.0087}\approx 230$.

故选：D.

6．D【解析】计算得到$f\left(x+2k\pi\right)=f\left(x\right)$，$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=f\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$，故函数是周期函数，轴对称图形，故②④正确，根据图像知①③错误，得到答案.

解：$f\left(x\right)=\frac{\sin x}{1+2\sin x}$，$f\left(x+2k\pi\right)=\frac{\sin\left(x+2k\pi\right)}{1+2\sin\left(x+2k\pi\right)}=\frac{\sin x}{1+2\sin x}=f\left(x\right)$，$k\in Z$，

当沿x轴正方向平移$2k\pi, k\in Z$个单位时，重合，故②正确；

$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{1+2\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}=\frac{\cos x}{1+2\cos x}$，$f\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}{1+2\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}=\frac{\cos x}{1+2\cos x}$，

故$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=f\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$，函数关于$x=\frac{\pi}{2}$对称，故④正确；

根据图像知：①③不正确；

故选：D.

点评本题考查了根据函数图像判断函数性质，意在考查学生对于三角函数知识和图像的综合应用.

7．A 由题意可计算$f\left(x\right)+f\left(-x\right)=-2$，构造函数$g(x)=f(x)+1$，可证明其为奇函数且单调递增，由此将$f\left(2x+1\right)+f\left(x\right)>-2$化为$g\left(2x+1\right)>-g\left(x\right)=g(-x)$，求得答案.

解：由$f\left(x\right)=\lg\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\frac{2}{2^x+1}$可知，$x\in \mathrm{R}$，

故$f\left(x\right)+f\left(-x\right)=\lg\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\frac{2}{2^x+1}+\lg\left(-x+\sqrt{x^2+1}\right)-\frac{2}{2^{-x}+1}$

$=\lg\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\left(-x+\sqrt{x^2+1}\right)-(\frac{2}{2^x+1}+\frac{2\cdot 2^x}{2^x+1})$

$=\lg 1-2=-2$，

即$f\left(x\right)+1+f\left(-x\right)+1=0$，

令$g(x)=f(x)+1$，则$g\left(x\right)+g\left(-x\right)=0$，即$g(x)=f(x)+1$为奇函数，

因为函数$y=\lg\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$为R上的单调增函数，$y=\frac{2}{2^x+1}$为R上的单调减函数

故$f\left(x\right)=\lg\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\frac{2}{2^x+1}$为单调增函数，则$g(x)=f(x)+1$也单调递增；

不等式$f\left(2x+1\right)+f\left(x\right)>-2$，即$f\left(2x+1\right)+1+f\left(x\right)+1>0$，

即$g\left(2x+1\right)+g\left(x\right)>0, g\left(2x+1\right)>-g\left(x\right)=g(-x)$，

故 $2x+1>-x, x>-\frac{1}{3}$ ，即 $f\left(2x+1\right)+f\left(x\right)>-2$ 解集为 $\left(-\frac{1}{3},+\infty\right)$，

故选:A

8．B 观察 $a=\mathrm{e}^{0.2}-1, b=\ln 1.2, c=\tan 0.2$ ，发现都含有 0.2 ，把 0.2 换成 x ，自变量在　　或其子集范围内构造函数，利用导数证明其单调性，比较 a,b,c 的大小.

解：令 $f(x)=\mathrm{e}^{x}-1-\tan x=\frac{\cos x\mathrm{e}^{x}-\cos x-\sin x}{\cos x}$， $0<x<\frac{\pi}{4}$ ，

令 $g(x)=\cos x\mathrm{e}^{x}-\cos x-\sin x$， $g'(x)=(-\sin x+\cos x)\mathrm{e}^{x}+\sin x-\cos x=(\mathrm{e}^{x}-1)\cdot(\cos x-\sin x)$ ，

当 $0<x<\frac{\pi}{4}$ 时， $g'(x)>0$， $g(x)$ 单调递增，

又 $g(0)=1-1=0$，所以 $g(x)>0$， 又 $\cos x>0$，

所以 $f(x)>0$ ，在 $(0,\frac{\pi}{4})$ 成立，所以 $f(0.2)>0$ 即 $a>c$ ，

令 $h(x)=\ln(x+1)-x$， $h'(x)=\frac{1}{x+1}-1=\frac{-x}{x+1}$， $h(x)$ 在 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 为减函数，所以 $h(x)<h(0)=0$ ，即 $\ln(x+1)<x$，

令 $m(x)=x-\tan x$ ，$m'(x)=1-\frac{1}{\cos^{2}x}$ ，$m(x)$ 在 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 为减函数，所以 $m(x)<m(0)=0$ ，即 $x<\tan x$，

所以 $\ln(x+1)<x<\tan x$， $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 成立，

令 $x=0.2$，则上式变为 $\ln(0.2+1)<0.2<\tan 0.2$， 所以 $b<0.2<c$

所以 $b<c$，

所以 $b<c<a$.

故答案为：B.

点评比较大小题目，是高考的热点，也是难点，通过观察和构造函数是基本的解题要求，难点在于构造后的证明，需要平时多积累常见的结论，达到深入理解，举一反三，融会贯通.

9．ABC 根据实数 a ， b ， c 满足 $0<a<b<c$ ，分别化简选项 A、B、C 中的不等式即可判断；选项 D 的判断要注意基本不等式取等条件的检验.

解：由题 $0<a<b<c$ ，所以有

$\frac{1}{a\left(c-a\right)}>\frac{1}{b\left(c-a\right)}\Rightarrow\frac{1}{a}>\frac{1}{b}\Rightarrow b>a$，故 A 正确；

$\frac{b}{a}>\frac{b+c}{a+c}\Rightarrow b\left(a+c\right)>a\left(b+c\right)\Rightarrow bc>ac\Rightarrow b>a$，故 B 正确；

$ab+c^{2}>ac+bc\Rightarrow c\left(c-b\right)-a\left(c-b\right)>0\Rightarrow\left(c-a\right)\left(c-b\right)>0$，故 C 正确；

$(a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})=2+\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geq 2+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{b}}=4$，当且仅当 $\frac{a}{b}=\frac{b}{a}$ 即 $a=b$ 时取等，

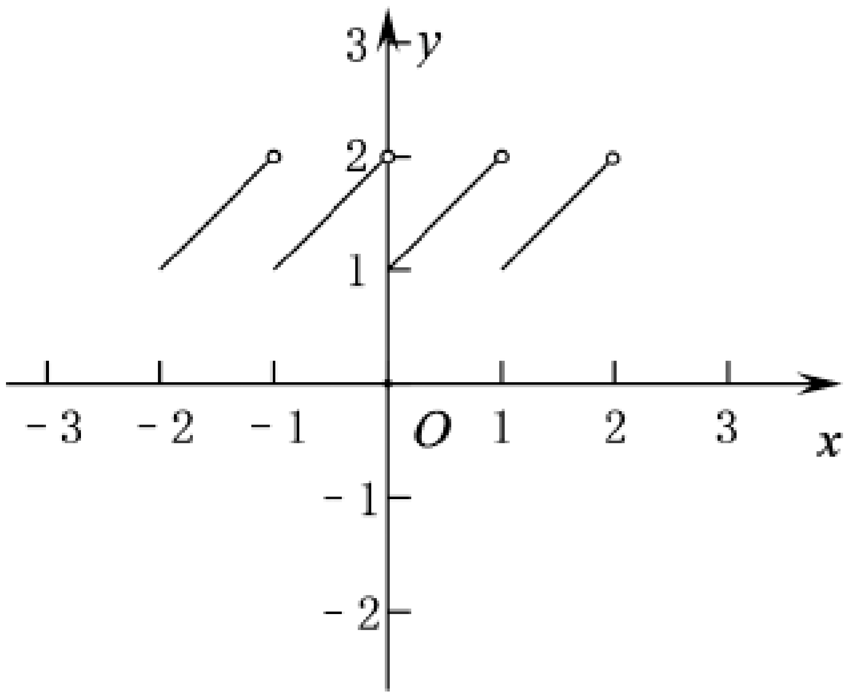
又因为$0<a<b$，所以$(a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})>4$，即$(a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$无最小值，故D错误.

故选：ABC.

10．BC 根据$[x]$的定义，将函数$f(x)$写成分段函数的形式，再画出函数的图象，根据函数图象判断函数的性质.

解：由题意：$[x]=\begin{cases}\cdots\\-2,-2\le x<-1\\-1,-1\le x<-0\\0,0\le x<1\\1,1\le x<2\\\cdots\end{cases}$，所以$f(x)=\begin{cases}\cdots\\x+3,-2\le x<-1\\x+2,-1\le x<-0\\x+1,0\le x<1\\x,1\le x<2\\\cdots\end{cases}$

所以$f(x)$的图象如下图，



由图象分析： $f(0)=1$，所以A不正确；$[f(x)]=1$，所以B正确；

$f(x)$在$(0,1)$上单调递增，所以C正确；$f(x)$有最小值无最大值，所以D不正确.

故选：BC.

11．ABD 由题意求出$f(x)$的解析式可判断A；利用正弦函数的单调性和对称性可判断BC；由三角函数的平移变换可判断D.

解：对于A，由图可知，$\begin{cases}A+b=3\\-A+b=-1\end{cases}$，可得$\begin{cases}A=2\\b=1\end{cases}$，

由$\begin{cases}\sin\left[\omega\times\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\varphi\right]=-\frac{1}{2}\\\sin\left(\omega\times\frac{5\pi}{12}+\varphi\right)=-\frac{1}{2}\end{cases}$，则$\begin{cases}-\frac{\omega\pi}{4}+\varphi=-\frac{\pi}{6}+2k_1\pi,k_1\in Z\\\frac{5\pi}{12}\omega+\varphi=\frac{7\pi}{6}+2k_2\pi,k_2\in Z\end{cases}$，

两式相减得：

$\frac{2\pi}{3}\omega=\frac{4\pi}{3}+2\left(k_1-k_2\right)\pi$，

所以$\omega=2+3\left(k_1-k_2\right)$①，

又因为$\begin{cases}\frac{T}{2}\le\frac{5\pi}{12}+\frac{\pi}{4}\\T\ge\frac{5\pi}{12}+\frac{\pi}{4}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{\pi}{\omega}\le\frac{2\pi}{3}\\\frac{2\pi}{\omega}\ge\frac{2\pi}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\omega\ge\frac{3}{2}\\\omega\le3\end{cases}$，

所以$\frac{3}{2}\le\omega\le3$，结合①，$\omega=2$，

因为$\frac{-\frac{\pi}{4}+\frac{5\pi}{12}}{2}=\frac{\pi}{12}$，

所以$2\times\frac{\pi}{12}+\varphi=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{3}$，

所以$f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1$，故 A 正确；

对于 B，$-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathrm{Z}$，

解得：$-\frac{5\pi}{12}+k\pi\le x\le\frac{\pi}{12}+k\pi,\left(k\in\mathrm{Z}\right)$，故 B 正确；

对于 C，令$2x+\frac{\pi}{3}=\pi+k\pi,k\in\mathrm{Z}$，解得：$x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathrm{Z}$，

函数$f\left(x\right)$的图象关于点$\left(\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2},1\right)\left(k\in\mathrm{Z}\right)$对称，所以 C 不正确；

对于 D，将函数$2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位得到$2\cos\left[2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，向上平移一个单位长度可得$y=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1$，故 D 正确.

故选：ABD.

12．ACD 由题设切点为$(x_0,(x_0-1)e^{x_0})$，进而得$\lambda=-e^{x_0}(x_0^2-2x_0+1)$，再构造函数$g(x)=-e^x(x^2-2x+1)$，将问题转化为$y=g(x)$与$y=\lambda$的交点个数问题，再数形结合求解即可.

解：解：不妨设切点为$(x_0,(x_0-1)e^{x_0})$，因为$f'(x)=xe^x$，

所以切线方程为$y-\lambda=x_0e^{x_0}(x-1)$，

所以$(x_0-1)e^{x_0}-\lambda=x_0e^{x_0}(x_0-1)$，整理得$\lambda=-e^{x_0}(x_0^2-2x_0+1)$，

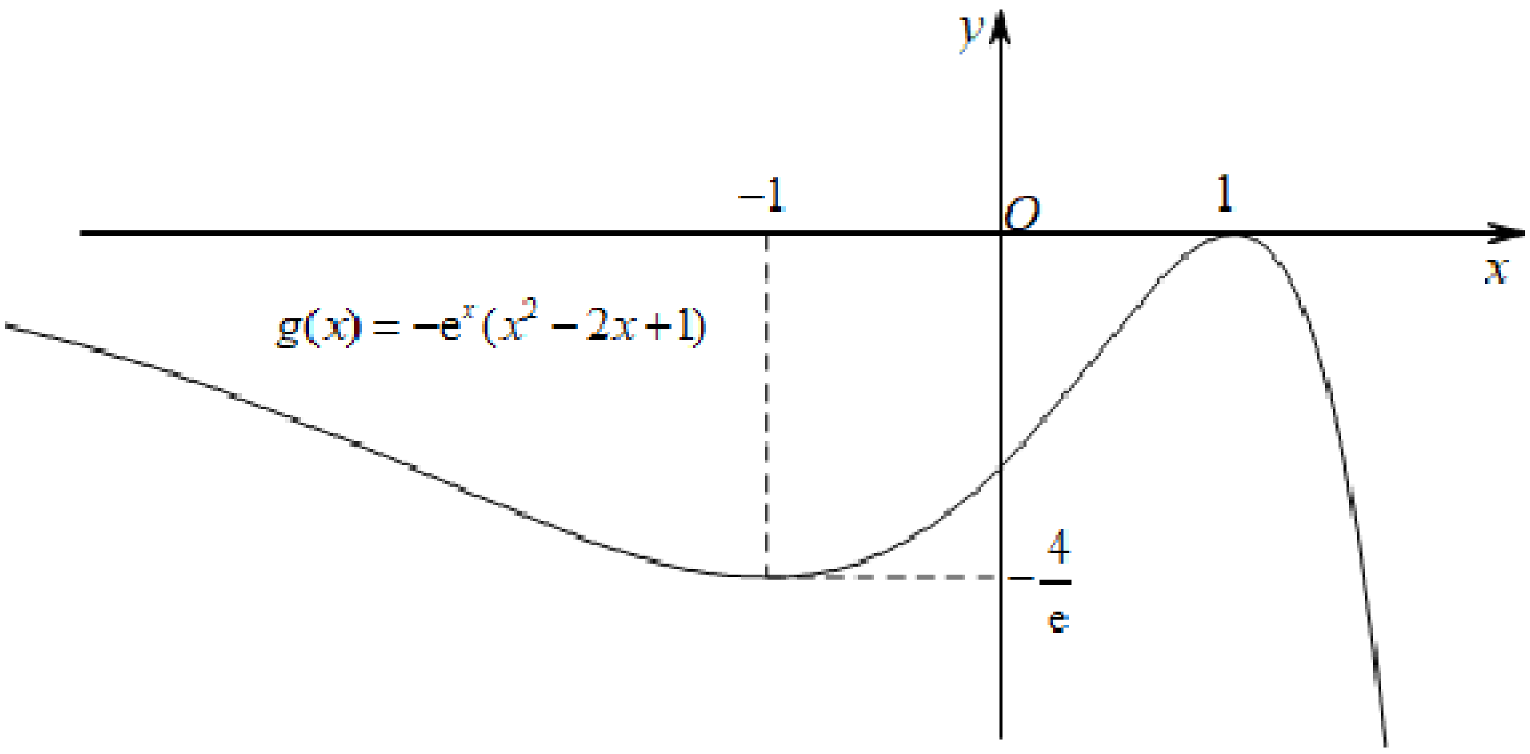
所以令$g(x)=-e^x(x^2-2x+1)$，则$g'(x)=-e^x(x^2-1)$，

所以，令$g'(x)=0$得$x=\pm1$.

所以，当$x<-1$或$x>1$时，$g'(x)<0$，$g(x)<0$，当$-1<x<1$时，$g'(x)>0$，

因为，当 x 趋近于 $-\infty$ 时，$g(x)$ 趋近于 0，$g(-1)=-\frac{4}{\mathrm{e}}$，$g(0)=-1$，$g(1)=0$，当 x 趋近于 $+\infty$ 时，$g(x)$ 趋近于 $-\infty$，

所以，函数 $g(x)$ 的图像大致如图，



所以，当 $n=2$ 时，$\lambda=g(-1)=-\frac{4}{\mathrm{e}}$，故 B 错误，此时 $\lambda+n<3$ 成立；

当 $n=3$ 时，$\lambda\in\left(-\frac{4}{\mathrm{e}},0\right)$，所以 $\lambda+n<3,-\frac{12}{e}<\lambda n<0,-\frac{12}{e}<-4$，故 λn 可能等于 -4，C 正确；

当

当 $n=1$ 时，$\lambda\in(-\infty,-\frac{4}{e})\cup\{0\}$，显然 $\lambda+n<3$，故 D 正确；

综上，$\lambda+n<3$，A 正确.

故选：ACD

13．2 利用幂函数定义即可得到结果.

解：$\because$ 函数为幂函数，则 $m^2-m-1=1$，解得 $m=-1$ 或 $m=2$，

又因为函数在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

可得 $m^2-2m-3<0$，可得 $m=2$，

故答案为：2

14．3 根据函数 $y=\mathrm{e}^x$ 和 $y=\ln x$ 互为反函数，关于 $y=x$ 对称，求出 AB 的中点坐标，即可得到结果.

解：函数 $y=\mathrm{e}^x$ 和 $y=\ln x$ 互为反函数，则函数 $y=\mathrm{e}^x$ 和 $y=\ln x$ 关于 $y=x$ 对称，

将 $y=-x+3$ 与 $y=x$ 联立求得交点为 $(\frac{3}{2},\frac{3}{2})$，

由直线 $y=-x+3$ 分别与函数 $y=\mathrm{e}^x$ 和 $y=\ln x$ 的图象交于点为 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，

则点 $A(x_1,\ y_1)$ 和 $B(x_2,\ y_2)$ 的中点坐标为 $(\frac{3}{2},\frac{3}{2})$，