浙江省选考十校联盟2023-2024学年高三数学第一学期期末质量跟踪监视模拟试题

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回.

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0．5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置.

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符.

4．作答选择题，必须用2B铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用05毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效.

5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合$A=\{0,1,2,3\}$，$B=\{x|-2\le x\le 2\}$，则$A\cap B$等于（　　）

A．$\{0,1,2\}$　　B．$\{-2,-1,0,1,2\}$　　C．$\{-2,-1,0,1,2,3\}$　　D．$\{1,2\}$

2．已知复数z满足$z-\overline{z}=0$，且$z\cdot\overline{z}=9$，则$z=$（　　）

A．3　　B．3i　　C．± 3　　D．± 3i

3．等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_1=3$，$S_5=35$，则数列$\{a_n\}$的公差为（　　）

A．-2　　B．2　　C．4　　D．7

4．已知复数z满足$(1-i)z=4i$，则$|z|=$（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．2　　C．4　　D．3

5．我国南北朝时的数学著作《张邱建算经》有一道题为：“今有十等人，每等一人，宫赐金以等次差降之，上三人先入，得金四斤，持出，下三人后入得金三斤，持出，中间四人未到者，亦依次更给，问各得金几何？”则在该问题中，等级较高的二等人所得黄金比等级较低的九等人所得黄金（　）

A．多1斤　　B．少1斤　　C．多$\frac{1}{3}$斤　　D．少$\frac{1}{3}$斤

6．设复数z满足$z\cdot(1+i)=2i+1$（i为虚数单位），则复数z的共轭复数在复平面内对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

7.在直角梯形$ABCD$中，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$，$\angle B=30^\circ$，$AB=2\sqrt{3}$，$BC=2$，点$E$为$BC$上一点，且$\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，当$xy$的值最大时，$|\overrightarrow{AE}|=$(　　)

A．$\sqrt{5}$　　B．2　　C．$\frac{\sqrt{30}}{2}$　　D．$2\sqrt{3}$

8．已知定义在R上的函数$f(x)$的周期为4，当$x\in[-2,2)$时，$f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x-x-4$，则$f\left(-\log_3 6\right)+f\left(\log_3 54\right)=$（　　）

A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{3}{2}-\log_3 2$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}+\log_3 2$

9．对于定义在R上的函数$y=f(x)$，若下列说法中有且仅有一个是错误的，则错误的一个是（　　）

A．$f(x)$在$(-\infty,0]$上是减函数　　B．$f(x)$在$(0,+\infty)$上是增函数

C．$f(x)$不是函数的最小值　　D．对于$x\in\mathbf{R}$，都有$f(x+1)=f(1-x)$

10．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-y^2=1$的一条渐近线方程是$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$，则双曲线的离心率为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

11．已知EF为圆$(x-1)^2+(y+1)^2=1$的一条直径，点$M(x,y)$的坐标满足不等式组$\begin{cases}x-y+1\le 0,\\ 2x+y+3\ge 0,\\ y\le 1.\end{cases}$则$\overrightarrow{ME}\cdot\overrightarrow{MF}$的取值范围为（　　）

A．$\left[\frac{9}{2},13\right]$　　B．$[4,13]$

C．$[4,12]$　　D．$\left[\frac{7}{2},12\right]$

12．已知平面向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，且$(\sqrt{2}\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{b}$，则$\vec{a},\vec{b}$所夹的锐角为（　　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．0

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．有编号分别为1，2，3，4，5的5个红球和5个黑球，从中随机取出4个，则取出球的编号互不相同的概率为_____.

14．变量x,y满足约束条件$\begin{cases}x-1\le 0\\ x+y+1\ge 0\\ x-y+3\ge 0\end{cases}$，则目标函数$z=-2x+y$的最大值是____.

15．已知$a>0$，$b>0$，$c\ge 4$，且$a+b=2$，则$\frac{ac}{b}+\frac{c}{ab}-\frac{c}{2}+\frac{\sqrt{5}}{c-2}$的最小值为_____.

16．若函数$f(x)=\begin{cases}2,x\ge 0\\ \frac{2}{x},x<0\end{cases}$，则使得不等式$f(f(a))>0$成立的$a$的取值范围为_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）某公司打算引进一台设备使用一年，现有甲、乙两种设备可供选择.甲设备每台 10000 元，乙设备每台 9000 元.此外设备使用期间还需维修，对于每台设备，一年间三次及三次以内免费维修，三次以外的维修费用均为每次 1000 元.该公司统计了曾使用过的甲、乙各 50 台设备在一年间的维修次数，得到下面的频数分布表，以这两种设备分别在 50 台中的维修次数频率代替维修次数发生的概率.

维修次数	2	3	4	5	6
甲设备	5	10	30	5	0
乙设备	0	5	15	15	15

（1）设甲、乙两种设备每台购买和一年间维修的花费总额分别为 X 和 Y，求 X 和 Y 的分布列；

（2）若以数学期望为决策依据，希望设备购买和一年间维修的花费总额尽量低，且维修次数尽量少，则需要购买哪种设备？请说明理由.

18.（12 分）已知抛物线 $C_1:x^2=2py\left(p>0\right)$ 和圆 $C_2:\left(x+1\right)^2+y^2=2$，倾斜角为 45°的直线 l_1 过抛物线 C_1 的焦点，且 l_1 与圆 C_2 相切.

（1）求 p 的值；

（2）动点 M 在抛物线 C_1 的准线上，动点 A 在 C_1 上，若 C_1 在 A 点处的切线 l_2 交 y 轴于点 B，设 $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$．求证点 N 在定直线上，并求该定直线的方程.

19.（12 分）设数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，其前 n 项和为 S_n，且 $a_3=2$，$S_9=54$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）证明：$\sqrt{\frac{1}{a_1+3}}+\sqrt{\frac{1}{a_2+3}}+\sqrt{\frac{1}{a_3+3}}+\cdots+\sqrt{\frac{1}{a_{100}+3}}>13$.

20.（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的左顶点为 A，右焦点为 F，P,Q 为椭圆 C 上两点，圆 $O:x^2+y^2=r^2(r>0)$.

（1）若 $PF\perp x$ 轴，且满足直线 AP 与圆 O 相切，求圆 O 的方程；

（2）若圆 O 的半径为 $\sqrt{3}$，点 P,Q 满足 $k_{OP}\cdot k_{OQ}=-\frac{3}{4}$，求直线 PQ 被圆 O 截得弦长的最大值.

21.（12 分）已知抛物线 $C:x^2=4y$ 与直线 $l:x-2y-2=0$.

（1）求抛物线 *C* 上的点到直线 *l* 距离的最小值；

（2）设点 $P\left(x_0,y_0\right)$ 是直线 *l* 上的动点，$Q(1,1)$ 是定点，过点 *P* 作抛物线 *C* 的两条切线，切点为 *A*，*B*，求证 *A*，*Q*，

B 共线；并在 $\overrightarrow{AQ}=3\overrightarrow{QB}$ 时求点 *P* 坐标.

22.（10 分）已知 $f\left(x\right)=\left|x+1\right|+\left|x+3\right|$.

（1）解不等式 $f\left(x\right)<6$；

（2）若 a,b,c 均为正数，且 $f\left(a\right)+f\left(b\right)+c=10$，求 $a^2+b^2+c^2$ 的最小值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

进行交集的运算即可.

【详解】

Q $A=\{0$，1，2，$3\}$，$B=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$，

$\therefore A\cap B=\{0$，1，$2\}$.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了列举法、描述法的定义，考查了交集的定义及运算，考查了计算能力，属于基础题.

2、C

【解析】

设 $z=a+bi$,则 $\overline{z}=a-bi$,利用 $z-\overline{z}=0$ 和 $z\cdot\overline{z}=9$ 求得 a,b 即可.

【详解】

设 $z=a+bi$,则 $\overline{z}=a-bi$,

因为 $z-\overline{z}=0$,则 $\left(a+bi\right)-\left(a-bi\right)=2bi=0$,所以 $b=0$,

又 $z\cdot\overline{z}=9$,即 $a^2=9$,所以 $a=\pm3$,

所以 $z=\pm3$,

故选:C

【点睛】

本题考查复数的乘法法则的应用,考查共轭复数的应用.

3、B

【解析】

在等差数列中由等差数列公式与下标和的性质求得a_3，再由等差数列通项公式求得公差.

【详解】

在等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则$S_5=\frac{5(a_1+a_5)}{2}=5a_3=35\Rightarrow a_3=7$

则$a_3=a_1+2d=3+2d=7\Rightarrow d=2$

故选：B

【点睛】

本题考查等差数列中求由已知关系求公差，属于基础题.

4、A

【解析】

由复数除法求出z，再由模的定义计算出模.

【详解】

$z=\frac{4i}{1-i}=\frac{4i(1+i)}{(1-i)(1+i)}=-2+2i,|z|=2\sqrt{2}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查复数的除法法则，考查复数模的运算，属于基础题.

5、C

【解析】

设这十等人所得黄金的重量从大到小依次组成等差数列$\{a_n\}$，则$a_1+a_2+a_3=4$，$a_8+a_9+a_{10}=3$，由等差数列的性质得$a_2=\frac{4}{3},a_9=1,\therefore a_2-a_9=\frac{4}{3}-1=\frac{1}{3}$，

故选 C

6、D

【解析】

先把$z\cdot(1+i)=2i+1$变形为$z=\frac{2i+1}{1+i}$，然后利用复数代数形式的乘除运算化简，求出$\bar{z}$，得到其坐标可得答案.

【详解】

解：由$z\cdot(1+i)=2i+1$，得$z=\dfrac{2i+1}{1+i}=\dfrac{(2i+1)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\dfrac{3+i}{2}=\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}i$，

所以$\bar{z}=\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}i$，其在复平面内对应的点为$\left(\dfrac{3}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$，在第四象限

故选：D

【点睛】

此题考查了复数代数形式的乘除运算，考查了复数的代数表示法及其几何意义，属于基础题.

7、B

【解析】

由题，可求出$AD=1,CD=\sqrt{3}$，所以$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}$，根据共线定理，设$\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BC}(0\leqslant\lambda\leqslant 1)$，利用向量三角形法则求出$\overrightarrow{AE}=\left(1-\dfrac{\lambda}{2}\right)\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AD}$，结合题给$\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，得出$x=1-\dfrac{\lambda}{2},y=\lambda$，进而得出$xy=\left(1-\dfrac{\lambda}{2}\right)\lambda$，最后利用二次函数求出$xy$的最大值，即可求出$|\overrightarrow{AE}|=$.

【详解】

由题意，直角梯形$ABCD$中，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$，$\angle B=30^\circ$，$AB=2\sqrt{3}$，$BC=2$，

可求得$AD=1,CD=\sqrt{3}$，所以$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}$.

∵点E在线段BC上，设$\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BC}(0\leqslant\lambda\leqslant 1)$，

则$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\lambda(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC})$

$=(1-\lambda)\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AD}+\lambda\overrightarrow{DC}=\left(1-\dfrac{\lambda}{2}\right)\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AD}$，

即$\overrightarrow{AE}=\left(1-\dfrac{\lambda}{2}\right)\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AD}$，

又因为$\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$

所以$x=1-\dfrac{\lambda}{2},y=\lambda$，

所以$xy=\left(1-\dfrac{\lambda}{2}\right)\lambda=-\dfrac{1}{2}\left[(\lambda-1)^2-1\right]=-\dfrac{1}{2}(\lambda-1)^2+\dfrac{1}{2}\leqslant\dfrac{1}{2}$，

当$\lambda=1$时，等号成立.

所以$|\overrightarrow{AE}|=|\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}|=2$.

故选：B.

【点睛】

本题考查平面向量线性运算中的加法运算、向量共线定理，以及运用二次函数求最值，考查转化思想和解题能力.

8、A

【解析】

因为给出的解析式只适用于$x\in[-2,2)$，所以利用周期性，将$f(\log_3 54)$转化为$f(\log_3\frac{2}{3})$，再与$f\left(-\log_3 6\right)$一起代入解析式，利用对数恒等式和对数的运算性质，即可求得结果.

【详解】

Q 定义在R上的函数$f(x)$的周期为4

$\therefore f(\log_3 54)=f(\log_3 54-4)=f(\log_3\frac{2}{3})$，

Q 当$x\in[-2,2)$时，$f(x)=(\frac{1}{3})^x-x-4$，

$-\log_3 6\in[-2,2)$，$\log_3\frac{2}{3}\in[-2,2)$，

$\therefore f\left(-\log_3 6\right)+f\left(\log_3 54\right)$

$=(\frac{1}{3})^{-\log_3 6}-(-\log_3 6)-4+(\frac{1}{3})^{\log_3\frac{2}{3}}-\log_3\frac{2}{3}-4$

$=(\frac{1}{3})^{\log_{\frac{1}{3}}6}+(\frac{1}{3})^{\log_{\frac{1}{3}}\frac{3}{2}}+(\log_3 6-\log_3\frac{2}{3})-8$

$=6+\frac{3}{2}+\log_3(6\times\frac{3}{2})-8$

$=\frac{3}{2}.$

故选：A.

【点睛】

本题考查了利用函数的周期性求函数值，对数的运算性质，属于中档题.

9、B

【解析】

根据函数对称性和单调性的关系，进行判断即可.

【详解】

由$f(x+1)=f(1-x)$得$f(x)$关于$x=1$对称，

若关于$x=1$对称，则函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上不可能是单调的，

故错误的可能是 B 或者是 D，

若 D 错误，

则 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ 0]$ 上是减函数，在 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，则 $f(0)$ 为函数的最小值，与 C 矛盾，此时 C 也错误，

不满足条件.

故错误的是 B，

故选： B .

【点睛】

本题主要考查函数性质的综合应用，结合对称性和单调性的关系是解决本题的关键.

10、D

【解析】

双曲线的渐近线方程是 $y=\pm\frac{1}{a}x$，所以 $\frac{1}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，即 $a=\sqrt{3},b=1$ ， $c^2=a^2+b^2=4$ ，即 $c=2$ ， $e=\frac{c}{a}=\frac{2}{3}\sqrt{3}$，

故选 D.

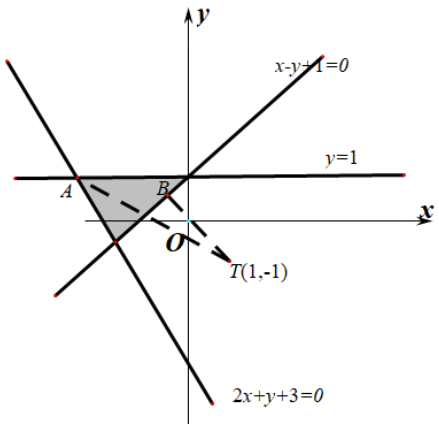
11、D

【解析】

首先将 $\overrightarrow{ME}\cdot\overrightarrow{MF}$ 转化为 $\overrightarrow{MT}^2-1$，只需求出 MT 的取值范围即可，而 MT 表示可行域内的点与圆心 $T(1,-1)$ 距离，数形结合即可得到答案.

【详解】

作出可行域如图所示



设圆心为 $T(1,-1)$，则 $\overrightarrow{ME}\cdot\overrightarrow{MF}=(\overrightarrow{MT}+\overrightarrow{TE})\cdot(\overrightarrow{MT}+\overrightarrow{TF})=$

$(\overrightarrow{MT}+\overrightarrow{TE})\cdot(\overrightarrow{MT}-\overrightarrow{TE})=\overrightarrow{MT}^2-\overrightarrow{TE}^2=\overrightarrow{MT}^2-1$，

过 T 作直线 $x-y+1=0$ 的垂线，垂足为 B，显然 $MB\le MT\le MA$，又易得 $A(-2,1)$，

所以 $MA=\sqrt{[1-(-2)]^2+(-1-1)^2}=\sqrt{13}$，$TB=\dfrac{|1-(-1)+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，

故 $\overrightarrow{ME}\cdot\overrightarrow{MF}=\overrightarrow{MT}^2-1\in[\dfrac{7}{2},12]$.

故选：D.

【点睛】

本题考查与线性规划相关的取值范围问题，涉及到向量的线性运算、数量积、点到直线的距离等知识，考查学生转化与划归的思想，是一道中档题.

12、B

【解析】

根据题意可得 $(\sqrt{2}\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{b}=0$，利用向量的数量积即可求解夹角.

【详解】

因为 $(\sqrt{2}\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{b}\Rightarrow(\sqrt{2}\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{b}=0$

即 $\sqrt{2}\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{b}|^2$

而 $\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

所以 $\vec{a},\vec{b}$ 夹角为 $\dfrac{\pi}{4}$

故选：B

【点睛】

本题考查了向量数量积求夹角，需掌握向量数量积的定义求法，属于基础题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、$\dfrac{8}{21}$

【解析】

试题分析：从编号分别为 1，1，3，4，5 的 5 个红球和 5 个黑球，从中随机取出 4 个，有 $C_{10}^4=210$ 种不同的结果，由于是随机取出的，所以每个结果出现的可能性是相等的；设事件 A 为“取出球的编号互不相同”，

则事件 A 包含了 $C_5^1\cdot C_2^1\cdot C_2^1\cdot C_2^1\cdot C_2^1=80$ 个基本事件，所以 $P(A)=\dfrac{80}{210}=\dfrac{8}{21}$.

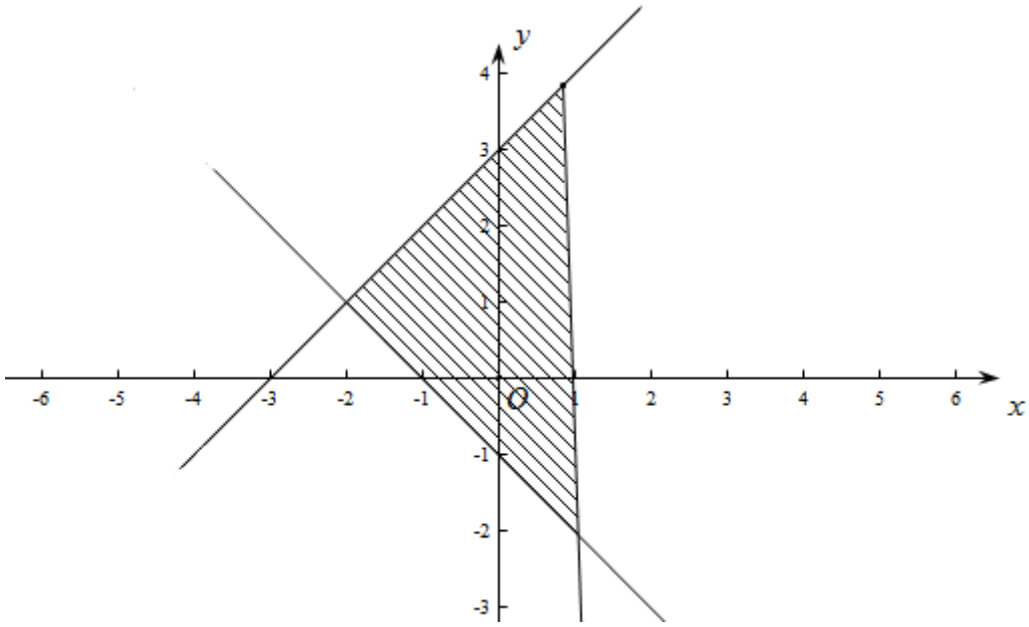
考点：1.计数原理；1．古典概型.

14、5

【解析】

分析：画出可行域，平移直线 $y=2x+z$，当直线 $y=2x+z$ 经过 $A(-2,1)$ 时，可得 $z=-2x+y$ 有最大值 $4+1=5$.

详解：



画出束条件 $\begin{cases} x-1\le 0 \\ x+y+1\ge 0 \\ x-y+3\ge 0 \end{cases}$ 表示的可行性，如图，

由 $\begin{cases} x+y+1=0 \\ x-y+3=0 \end{cases}$ 可得 $\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$，

可得 $A(-2,1)$，

目标函数 $z=-2x+y$ 变形为 $y=2x+z$，

平移直线 $y=2x+z$，

当直线 $y=2x+z$ 经过 $A(-2,1)$ 时，

可得 $z=-2x+y$ 有最大值 $4+1=5$，

故答案为 5.

点睛：本题主要考查线性规划中利用可行域求目标函数的最值，属简单题.求目标函数最值的一般步骤是“一画、二移、三求”：（1）作出可行域（一定要注意是实线还是虚线）；（2）找到目标函数对应的最优解对应点（在可行域内平移变形后的目标函数，最先通过或最后通过的定点就是最优解）；（3）将最优解坐标代入目标函数求出最值.

15、$\frac{5\sqrt{5}}{2}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/307025164163006056