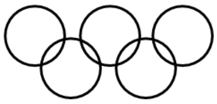
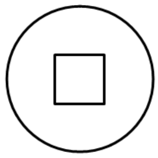
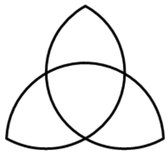
# 江苏省无锡市南长实验中学2023-2024学年八年级下学期3月自主练习数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

## 一、单选题

1．下列图案中既是中心对称图形，又是轴对称图形的是（　）

A．　B．　C．

D．

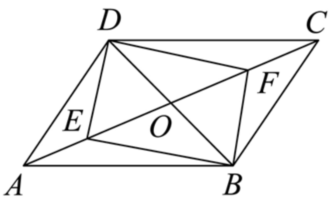
2．等边三角形绕中心旋转与自身重合，至少需要旋转（　　）

A．120°　　B．90°　　C．60°　　D．30°

3．下列性质中，平行四边形不一定具备的是（　）

A．对角互补　　B．邻角互补　　C．对角相等　　D．内角和是360°

4．如图所示，在Y $ABCD$中，对角线$AC,BD$相文于点$O,E,F$是对角线$AC$上的两点，当$E,F$满足下列哪个条件时，四边形$DEBF$不一定是平行四边形（　）




A．$OE=OF$　　B．$DE=BF$　　C．$\angle ADE=\angle CBF$

D．$\angle ABE=\angle CDF$

5．矩形两条对角线的夹角为60°，一条较短边长为5*cm*，则其对角线的长为(　　)*cm*．

A．5　　B．10　　C．15　　D．7.5

6．平行四边形*ABCD*的对角线*AC*、*BD*相交于点*O*，给下条件不能判定它为菱形的是(　　)

A．*AB*=*AD*　　B．*AC*⊥*BD*　　C．∠*A*=∠*D*　　D．*CA*平分∠*BCD*

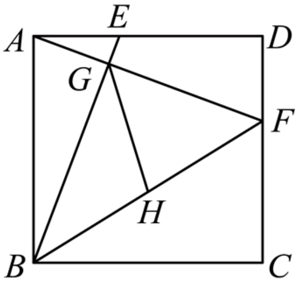
7．下列说法正确的有几个（　　）①对角线互相平分的四边形是平行四边形；②对角线互相垂直的四边形是菱形；③对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形；④对角线相等的平行四边形是矩形．

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

8．顺次连接矩形的各边中点，所得的四边形一定是（　　）

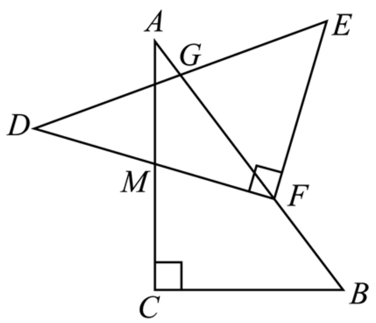
A．正方形　　B．菱形　　C．矩形　　D．梯形

9．如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，点 $E$ 从点 A 出发沿着线段 $AD$ 向点 $D$ 运动（不与点 A，$D$ 重合），同时点 $F$ 从点 $D$ 出发沿着线段 $DC$ 向点 $C$ 运动（不与点 $D$，$C$ 重合，点 $E$ 与点 $F$ 的运动速度相同．$BE$ 与 $AF$ 相交于点 $G$，$H$ 为 $BF$ 中点、则有下列结论：①$\angle BGF$ 是定值；②$FB$ 平分 $\angle AFC$；③当 $E$ 运动到 $AD$ 中点时，$GH=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$；④当 $AG+BG=\sqrt{6}$ 时，四边形 $GEDF$ 的面积是 $\frac{1}{2}$．其中正确的是（　　）



A．①③　　B．①②③　　C．①③④　　D．①④

10．如图，直角三角形 $ACB$ 中，两条直角边 $AC$=8，$BC$=6，将△$ACB$ 绕着 $AC$ 中点 $M$ 旋转一定角度，得到△$DFE$，点 $F$ 正好落在 $AB$ 边上，$DE$ 和 $AB$ 交于点 $G$，则 $AG$ 的长为（　）



A．1.4　　B．1.8　　C．1.2　　D．1.6

**二、填空题**

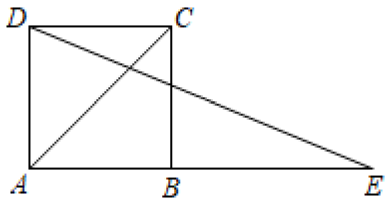
11．在下列图形中：①菱形；②等边三角形；③矩形；④平行四边形；⑤线段；⑥正六边形，既是中心对称图形又是轴对称图形的是______．（填写序号）

12．如果菱形的高是 $3\text{cm}$，且相邻两个内角的度数之比为 $1∶5$，那么这个菱形的边长为_ $\text{cm}$．

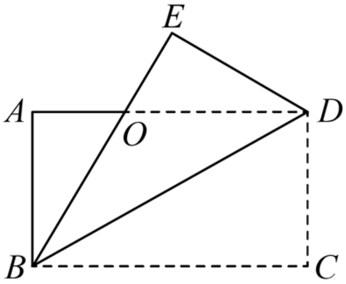
13．平行四边形的两条对角线长分别为 6 和 10，则其中一条边 $x$ 的取值范围为_______．

14．已知正方形的对角线长为6，则它的面积为______.

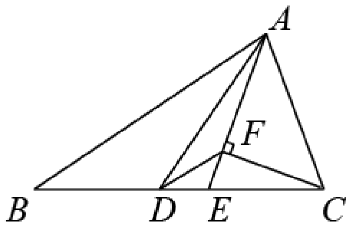
15．如图，延长正方形$ABCD$的边$AB$到$E$，使$BE=AC$，则$\angle E=$_______度.



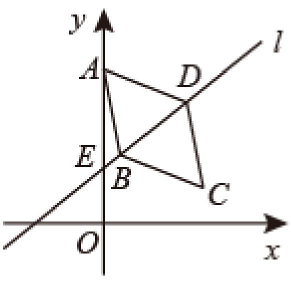

16．如图，把一张矩形纸片$ABCD$沿$BD$对折，使点$C$落在$E$处，$BE$与$AD$相交于点$O$，若$AB=4$，$BC=8$，则$OD$的长为______.




17．如图，△ABC中，AD是中线，AE是角平分线，CF⊥AE于F，AB=5，AC=2，则DF的长为_______.

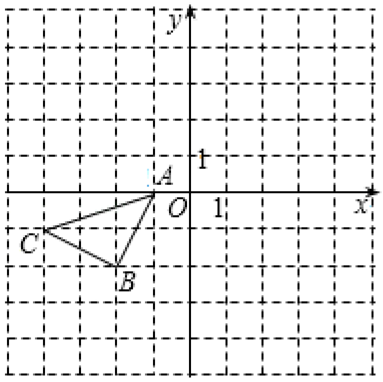



18．如图，在菱形$ABCD$中，点$A$的坐标为（0，10），点$C$的纵坐标为2，直线$BD$的表达式为$y=x+b$，交$y$轴于点$E$，若$2BE=BD$，则菱形$ABCD$的面积为______.




### 三、解答题

19．正方形网格中（网格中的每个小正方形边长是1），△$ABC$的顶点均在格点上，请在所给的直角坐标系中解答下列问题：

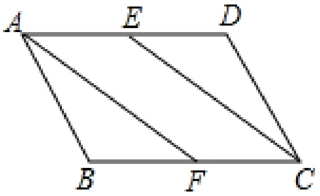



(1)作出$\triangle ABC$绕点A逆时针旋转$90°$的$\triangle AB_1C_1$；

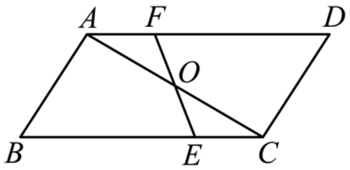
(2)作出$\triangle ABC$关于原点$O$成中心对称的$\triangle A_1B_2C_2$；

(3)请直接写出以$A_1$、$B_2$、$C_2$为顶点的平行四边形的第四个顶点$D$的坐标_____.

20．如图，在平行四边形*ABCD*中，点*E*，*F*分别是边*AD*，*BC*的中点，请问*AF*与*CE*有何关系？请说明理由.

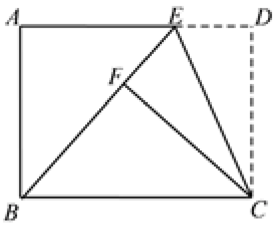



21．如图，四边形$ABCD$中，$AB \parallel CD$，$AB=CD$，点$E$、$F$分别是$BC$、$AD$上的点，且$AF=CE$，连接$EF$交对角线$AC$于点$O$．求证：$AC$与$EF$互相平分.




22．如图，在矩形*ABCD*中，点*E*在边*AD*上，将此矩形沿*CE*折叠，点*D*落在点*F*处，连接*BF*，*B*、*F*、*E*三点恰好在一直线上.

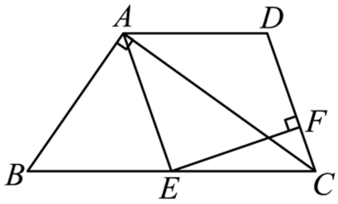
（1）求证：△*BEC*为等腰三角形；（2）若*AB*＝2，∠*ABE*＝45°，求矩形*ABCD*的面积.



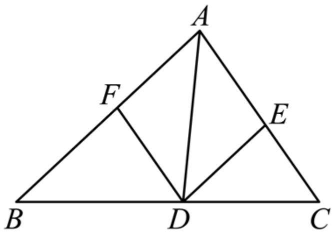

23．如图，在四边形*ABCD*中，∠*BAC*＝90°，*E*是*BC*的中点，*AD*∥*BC*，*AE*∥*DC*，*EF*⊥*CD*于点*F*.

（1）求证：四边形*AECD*是菱形；

（2）若*AB*＝6，*BC*＝10，求*EF*的长.



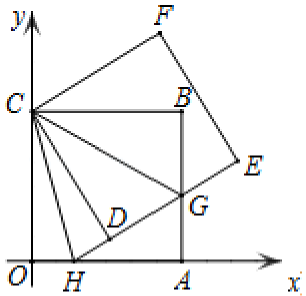

24．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC$的平分线交$BC$于点$D$，$DE \parallel AB$，$DF \parallel AC$．




(1)试判断四边形$AFDE$的形状，并说明理由；

(2)若$\angle BAC = 90°$，且$AD = 2\sqrt{2}$，求四边形$AFDE$的面积．

25．如图，正方形$ABCO$的边$OA$、$OC$在坐标轴上，点$B$坐标为（6，6），将正方形$ABCO$绕点$C$逆时针旋转角度$\alpha$（$0°<\alpha<90°$），得到正方形$CDEF$，$ED$交线段$AB$于点$G$，$ED$的延长线交线段$OA$于点$H$，连$CH$、$CG$．




(1)求证：$\triangle CBG \cong \triangle CDG$；

(2)求$\angle HCG$的度数；并判断线段$HG$、$OH$、$BG$之间的数量关系，说明理由；

(3)连接$BD$、$DA$、$AE$、$EB$得到四边形$AEBD$，在旋转过程中，当$G$点在何位置时四边形$AEBD$是矩形？请说明理由并求出点$H$的坐标．

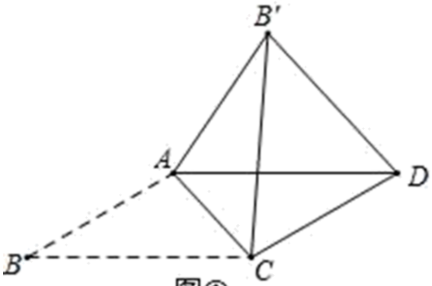
26．我们知道平行四边形有很多性质．如果我们把平行四边形沿着它的一条对角线翻折，那么会发现这其中还有更多的结论．

发现与证明：在▱$ABCD$中，$AB \neq BC$，将$\triangle ABC$沿$AC$翻折至$\triangle AB'C$，连接$B'D$．结论1：$B'D \parallel AC$；结论2：$\triangle AB'C$与▱$ABCD$重叠部分的图形是等腰三角形．

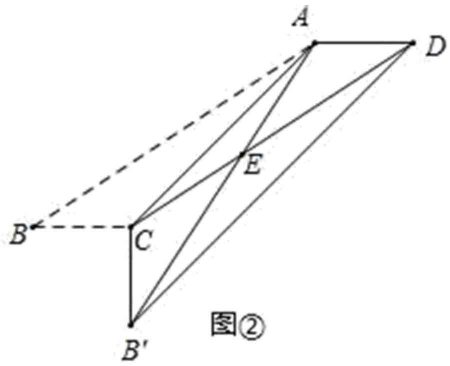
……………

应用与探究：

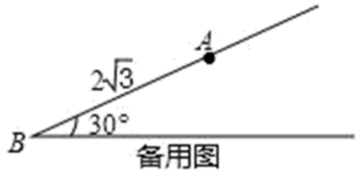
在▱$ABCD$中，已知$\angle B=30°$，将$\triangle ABC$沿$AC$翻折至$\triangle AB'C$，连接$B'D$．



图①



图②



备用图

（1）如图①，若 $AB=\sqrt{3}$，$\angle AB'D=75°$，则$\angle ACB=$____°，$BC=$____；

（2）如图②，$AB=2\sqrt{3}$，$BC=1$，$AB'$与边 $CD$ 相交于点 $E$，求$\triangle AEC$ 的面积；

（3）已知 $AB=2\sqrt{3}$，当 $BC$ 长为多少时，$\angle B'AD=90°$？

**参考答案：**

1．C

【分析】

根据轴对称图形和中心对称图形的定义进行逐一判断即可：如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形；把一个图形绕着某一个点旋转180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点就是它的对称中心．

【详解】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

C、既是轴对称图形，也是中心对称图形，符合题意；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

故选C．

【点睛】本题主要考查了轴对称图形和中心对称图形的识别，解题的关键在于能够熟练掌握轴对称图形和中心对称图形的定义．

2．A

【分析】

本题考查了旋转对称图形的概念．确定图形绕自己的中心最少旋转多少度可与自身重合，就是观察图形，可以被从中心发出的射线平分成几部分，则旋转的最小角度即可求解．

【详解】

解：等边三角形绕中心旋转与自身重合，至少需要旋转$360\div 3=120°$．

故选：A．

3．A

【分析】利用平行四边形的性质逐个判断，即可得出结论．

【详解】解：四边形$ABCD$是平行四边形，

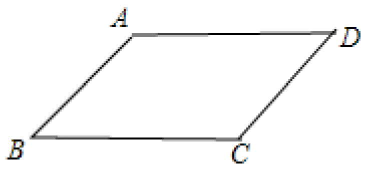
∴对角相等，不一定互补，故$A$符合题意，$C$不符合题意．

$AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$，

∴邻角互补，故$B$不符合题意．

任意四边形的内角和为360°，故$D$不符合题意．

故选：$A$．




【点睛】本题主要考查了平行四边形的性质．性质：①平行四边形两组对边分别平行；②平行四边形的两组对边分别相等；③平行四边形的两组对角分别相等；④平行四边形的对角线互相平分．

4．B

【分析】根据平行四边形的判定和题中选项，逐个进行判断即可．

【详解】解：A、∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$OD=OB$，

又∵$OE=OF$

∴四边形 $DEBF$ 是平行四边形．能判定是平行四边形．

B、$DE=BF$，$OD=OB$，缺少夹角相等．不能利用全等判断出 $OE=OF$

∴四边形 $DEBF$ 不一定是平行四边形．

C、在△$ADE$ 和△$CBF$ 中，∵$\angle ADE=\angle CBF$，$AD=BC$，$\angle DAE=\angle BCF$，

∴△$ADE$≌△$CBF$，

∴$AE=CF$，

∴$OE=OF$，故 $C$ 能判定是平行四边形；

D、同理△$ABE$≌△$CDF$，

∴$AE=CF$，

∴$OE=OF$，故 $D$ 能判定是平行四边形;

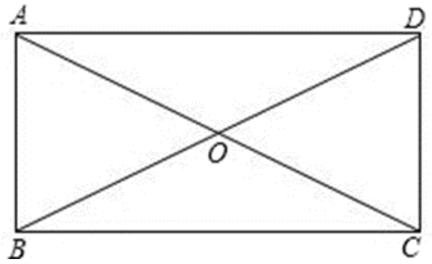
故选：B．

【点睛】本题需注意当大的平行四边形利用了对角线互相平分时，那么对角线是原平行四边形的一部分的四边形要想判断是平行四边形一般应用对角线互相平分的四边形是平行四边形进行证明．

5．B

【分析】由夹角 60°可得△AOB 为等边三角形，进而可得对角线的长．

【详解】如图，




矩形两条对角线的夹角为 60°，可得△AOB 为等边三角形，

又 AB=5，所以 OA=OB=5，所以对角线 AC=BD=10

故选：B．

【点睛】本题考查了等边三角形的判定及性质、矩形的性质，熟练掌握矩形两条对角线相等的性质及等边三角形的性质．

6．C

【分析】根据：①定义：一组邻边相等的平行四边形是菱形；②四边相等；③对角线互相垂直平分的四边形是菱形．进行判断即可．

【详解】A、为一组邻边相等平行四边形是菱形，不符合题意；

B、为对角线互相垂直平分的平行四边形是菱形，不符合题意；

C、可判定为矩形，不能判定为菱形，符合题意；

D、为一条对角线平分一角，可得出一组邻边相等，也能判定为菱形，不符合题意；

故选 C．

【点睛】本题考查菱形的判定方法有三种：①定义：一组邻边相等的平行四边形是菱形；②四边相等；③对角线互相垂直平分的四边形是菱形．

7．C

【分析】根据对角线互相平分的四边形是平行四边形；对角线互相平分且垂直的四边形是菱形；对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形；对角线互相平分且相等的四边形是矩形进行分析即可．

【详解】（1）对角线互相平分的四边形是平行四边形，说法正确；

（2）对角线互相垂直的四边形是菱形，说法错误；

（3）对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形，说法正确；

（4）对角线相等的平行四边形是矩形，说法正确．

正确的个数有 3 个，

故选 C．

【点睛】此题主要考查了命题与定理，关键是掌握平行四边形、菱形、矩形和正方形的判定方法.

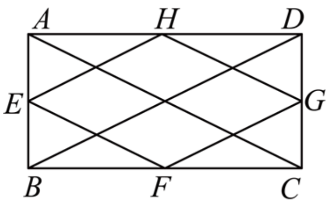
8．B

【分析】

本题考查了菱形的判定．因为题中给出的条件是中点，所以可利用三角形中位线性质，以及矩形对角线相等去证明四条边都相等，从而说明是一个菱形.

【详解】

解：如图：四边形$ABCD$是矩形，




在$\triangle ABD$中，

$\because AH=HD$， $AE=EB$

$\therefore EH=\frac{1}{2}BD$，

同理$FG=\frac{1}{2}BD$， $HG=\frac{1}{2}AC$， $EF=\frac{1}{2}AC$，

又$\because$在矩形$ABCD$中， $AC=BD$，

$\therefore EH=HG=GF=FE$，

$\therefore$四边形$EFGH$为菱形.

故选：B.

9．C

【分析】

本题主要考查全等三角形的判定和性质，正方形的性质，勾股定理的综合．根据题意可证$\mathrm{Rt}\triangle BAE\cong\mathrm{Rt}\triangle ADF\left(\mathrm{SAS}\right)$，可判定结论①；条件不足无法判定结论②；根据当点$E$运动到$AD$中点时，点$F$从点$D$同时出发，则点$F$运动到$DC$中点，再结合勾股定理可判定结论③；根据$S_{\text{四边形}GEDF}=S_{\triangle ABG}$可判定结论④，由此即可求解.

【详解】

解：$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore AB=CD$， $\angle BAE=\angle D=90^{\circ}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle BAE$， $\mathrm{Rt}\triangle ADF$ 中，

$$\begin{cases} AE = DF \\ \angle BAE = \angle D \\ AB = AD \end{cases},$$

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle BAE \cong \mathrm{Rt}\triangle ADF(\mathrm{SAS})$，

$\therefore \angle ABE = \angle DAF$，

$\because \angle DAF + \angle BAG = 90°$，

$\therefore \angle ABE + \angle BAG = 90°$，

$\therefore \angle AGB = 90°$，

$\therefore \angle BGF = 180° - 90° = 90°$，即 $\angle BGF$ 是定值，故结论①正确；

由结论①可知，$\angle BGF = 90°$，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle C = 90°$，

$\because$ 无法证明 $GF = FC$，

$\therefore$ 无法确定 $BF$ 平分 $\angle AFC$，故结论②错误；

当点 $E$ 运动到 $AD$ 中点时，且 $AD = DC = 2$，

$\because$ 点 $F$ 从点 $D$ 同时出发，

$\therefore$ 点 $F$ 运动到 $DC$ 中点，

$\therefore CF = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times 2 = 1$，

$\therefore BF = \sqrt{BC^2 + CF^2} = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}$，

$\because$ 点 $H$ 是 $BF$ 中点，

$\therefore GH = \frac{1}{2}BF = \frac{\sqrt{5}}{2}$，故结论③正确；

$\because$ 由结论①正确可知 $\triangle BAE \cong \triangle ADF$，$\angle AGB = 90°$，

$\therefore S_{四边形GEDF} + S_{\triangle AEG} = S_{\triangle ABG} + S_{\triangle AEG}$，

$\therefore S_{四边形GEDF} = S_{\triangle ABG}$，

若 $AG + BG = \sqrt{6}$，即 $(AG + BG)^2 = AG^2 + 2AG \cdot BG + BG^2 = 6$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABG$ 中，$AG^2 + BG^2 = AB^2 = 2^2 = 4$，

$\therefore 2AG \cdot BG = 6 - 4 = 2$，则 $AG \cdot BG = 1$，

$\therefore S_{\vartriangle ABG}=\frac{1}{2}AG\cdot BG=\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{2}$，

$\therefore$四边形$GEDF$的面积是$\frac{1}{2}$，故结论④正确；

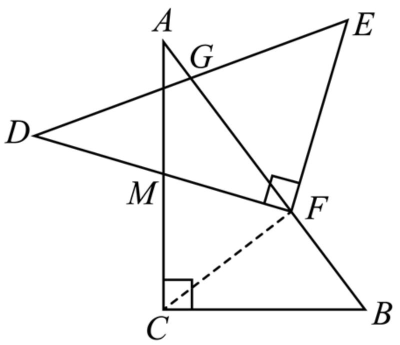
综上所述，正确的有①③④，

故选：C．

10．A

【分析】由勾股定理可求$AB$=10，由旋转的性质可得$\angle A=\angle D$，$DM=AM$，$CM=MF$，$DE=AB$=10，可得$AM=MF=CM$，可得$\angle AFC$=90°，由锐角三角函数可求$AF$的长，由直角三角形的性质可求$GF$的长，即可求$AG$的长．

【详解】解：如图，连接$CF$，




$\because AC$=8，$BC$=6，

$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{8^2+6^2}$=10，

$\because$点$M$是$AC$中点，

$\therefore AM=MC$=4，

$\because$将$\triangle ACB$绕着$AC$中点$M$旋转一定角度，得到$\triangle DFE$，

$\therefore\angle A=\angle D$，$DM=AM$，$CM=MF$，$DE=AB$=10，

$\therefore AM=MF=CM$，

$\therefore\angle MAF=\angle MFA$，$\angle MFC=\angle MCF$，

$\because\angle MAF+\angle MFA+\angle MFC+\angle MCF$=180°，

$\therefore\angle MFA+\angle MFC$=90°，

$\therefore\angle AFC$=90°，

$\because\frac{1}{2}\times AB\times CF=\frac{1}{2}\times AC\times BC$，

$\therefore CF=\frac{24}{5}$，