

1.1 认识三角形

A 知识归纳

知识点一

三角形的概念

◆三角形的概念：由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形。

知识点二

三角形的分类

◆按边分类：三角形 $\left\{ \begin{array}{l} \text{三边都不相等的三角形} \\ \text{等腰三角形} \left\{ \begin{array}{l} \text{底边和腰不相等的等腰三角形} \\ \text{等边三角形} \end{array} \right. \end{array} \right.$

◆按角分类：三角形 $\left\{ \begin{array}{l} \text{直角三角形} \\ \text{斜三角形} \left\{ \begin{array}{l} \text{锐角三角形} \\ \text{钝角三角形} \end{array} \right. \end{array} \right.$

知识点三

三角形的内角和内角和定理

◆三角形内角的概念：三角形内角是三角形三边的夹角。每个三角形都有三个内角，且每个内角均大于 0° 且小于 180° 。

◆三角形内角和定理：三角形内角和是 180° 。

知识点四

直角三角形的性质

◆直角三角形的性质：直角三角形两个内角互余。

知识点五

三角形的外角性质

◆三角形的外角性质：三角形的外角等于与它不相邻的两个内角和。

知识点六

三角形的三边关系

◆三角形的三边关系：三角形两边的和大于第三边，两边的差小于第三边。

【注】在运用三角形三边关系判定三条线段能否构成三角形时并不一定要列出三个不等式，只要两条较短的线段长度之和大于第三条线段的长度即可判定这三条线段能构成一个三角形。

知识点七

三角形的三条重要线段

◆三角形的高线：从三角形的一个顶点向底边作垂线，垂足与顶点之间的线段叫做三角形的高。

◆三角形的角平分线：三角形一个内角的平分线与这个内角的对边交于一点，则这个内角的顶点与所交的点间的线段叫做三角形的角平分线。

◆三角形的中线：三角形一边的中点与此边所对顶点的连线叫做三角形的中线。

【注】

(1) 三角形有三条中线，有三条高线，有三条角平分线，它们都是线段。

(2) 锐角三角形的三条高在三角形内部，相交于三角形内一点，直角三角形有两条高与直角边重合，另一条高在三角形内部，它们的交点是直角顶点；钝角三角形有两条高在三角形外部，一条高在三角形内部，三条高所在直线相交于三角形外一点。

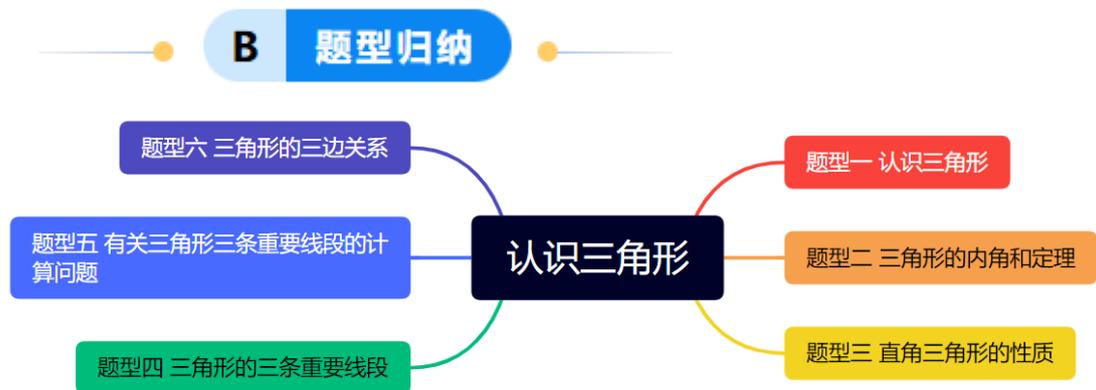
知识点八

三角形的三心

◆三角形的重心：三角形三条中线的交点叫重心。

◆三角形的内心：三角形三条角平分线的交点叫内心。

◆三角形的垂心：三角形三条高线所在直线的交点叫垂心。

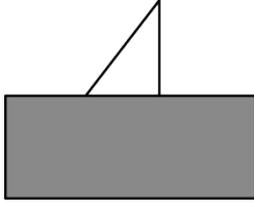


题型一 认识三角形

解题技巧提炼此题考查三角形，关键是根据三角形的概念数出个数解答。

(2022 秋•东平县期末)

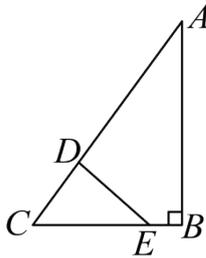
1. 图中的三角形被木板遮住了一部分, 这个三角形是 ().



- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 以上都有可能

(2023 秋•临沭县期末)

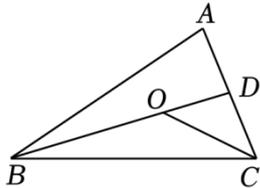
2. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle CED = \angle A$, 则 $\triangle CDE$ 为 ()



- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 以上均有可能

(2022 秋•张店区期末)

3. 请同学们认真观察, 图中共有 () 三角形.



- A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个

(2023 秋•招远市期中)

4. 若三角形有两个内角的和是 100° , 那么这个三角形是 ()

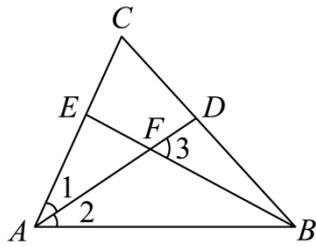
- A. 钝角三角形 B. 直角三角形 C. 锐角三角形 D. 不能确定

题型二 三角形的内角和定理

解题技巧提炼根据三角形内角和定理可知三角形内角和为 180° .

(2024 春•文登区月考)

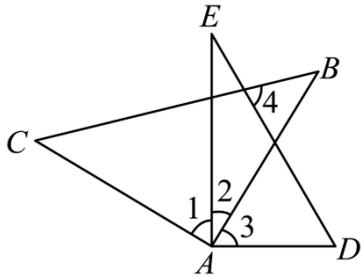
5. 如图, $\triangle ABC$ 中, AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线, BE 为 $\triangle ABC$ 的高, $\angle C = 70^\circ$, $\angle ABC = 48^\circ$, 那么 $\angle 3$ 是 ()



- A. 59° B. 60° C. 56° D. 22°

(2024•东昌府区二模)

6. 将一副三角板按如图放置，其中 $\angle B = \angle C = 45^\circ$ ， $\angle D = 60^\circ$ ， $\angle E = 30^\circ$ ，如果 $\angle CAD = 150^\circ$ ，则 $\angle 4 =$ ()



- A. 75° B. 80° C. 60° D. 65°

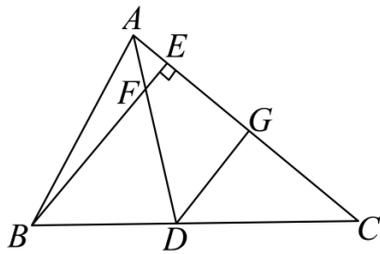
(2024 春•市中区期中)

7. 若一个三角形的三个内角度数的比为 2: 3: 4，则这个三角形是 ()

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 等腰三角形

(2023 秋•金乡县期末)

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\angle ACB = 40^\circ$ ， $BE \perp AC$ 于点 E ， AD 与 BE 交于点 F 。



(1) 求 $\angle ABE$ 的度数；

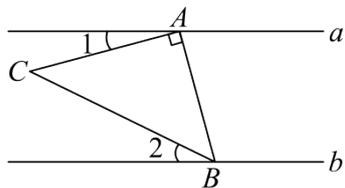
(2) 若 AD 平分 $\angle BAC$ ， DG 平分 $\angle ADC$ ，试说明 $DG \parallel BE$ 。

题型三 直角三角形的性质

解题技巧提炼这类题主要考查的是平行线、角平分线、三角形内角和定理，解题的关键是熟知直角三角形的两锐角互余。

(2024 春•市中区期中)

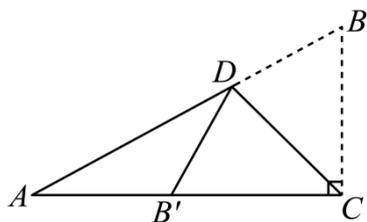
9. 如图，直线 $a \parallel b$ ， $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角顶点 A 落在直线 a 上，点 B 落在直线 b 上，若 $\angle 1 = 15^\circ$ ， $\angle 2 = 25^\circ$ ，则 $\angle ABC$ 的大小为 ()



- A. 40° B. 45° C. 50° D. 55°

(2024 春·市中区校级月考)

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 28^\circ$ ，点 D 在边 AB 上，将 $\triangle ABC$ 沿 CD 折叠，使得点 B 落在 AC 边上的点 B' 处，则 $\angle ADB'$ 的度数为 ___.



(2024 春·市北区月考)

11. 【定义】如果两个角的差为 30° ，就称这两个角互为“伙伴角”，其中一个角叫做另一个角的“伙伴角”。例如： $\alpha = 50^\circ$ ， $\beta = 20^\circ$ ， $\alpha - \beta = 30^\circ$ ，则 α 和 β 互为“伙伴角”，即 α 是 β 的“伙伴角”， β 也是 α 的“伙伴角”。

(1) 已知 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 互为“伙伴角”，且 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，则 $\angle 1 = \underline{\quad}$.

(2) 如图 1 所示，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，过点 C 作 AB 的平行线 CM ， $\angle ABC$ 的平分线 BD 分别交 AC ， CM 于 D ， E 两点。

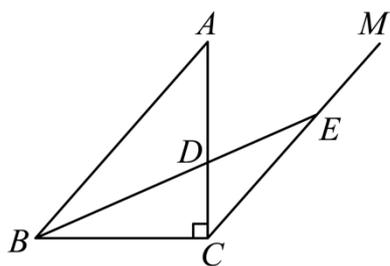


图1

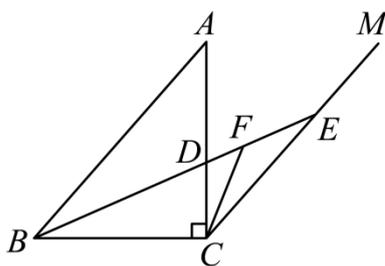
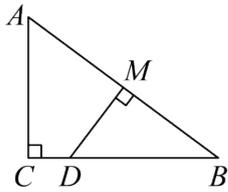


图2

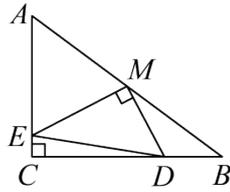
- ① 若 $\angle A > \angle BEC$ ，且 $\angle A$ 和 $\angle BEC$ 互为“伙伴角”，求 $\angle A$ 的度数；
- ② 如图 2 所示， $\angle ACM$ 的平分线 CF 交 BE 于点 F ，当 $\angle A$ 和 $\angle BFC$ 互为“伙伴角”时，直接写出 $\angle A$ 的度数。

(2024 春·潍城区期中)

12. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 M 为边 AB 的中点, 点 D 在边 BC 上.



图①



图②

(1) 若 $AC = 4$, $BC = 8$, $MD \perp AB$ (如图①), 求 MD 的长;

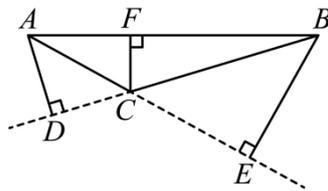
(2) 过点 M 作 $ME \perp MD$ 与边 AC 所在的直线交于点 E (如图②), 试探究: 线段 AE 、 ED 、 DB 三者之间的数量关系, 并证明你的结论.

题型四 三角形三条重要线段

解题技巧提炼本类型题考查的是三角形的角平分线、中线和高三, 从三角形的一个顶点向对边作垂线, 垂足与顶点之间的线段叫做三角形的高; 三角形一个内角的平分线与这个内角的对边交于一点, 则这个内角的顶点与所交的点间的线段叫做三角形的角平分线; 三角形一边的中点与此边所对顶点的连线叫做三角形的中线.

(2023 秋·钢城区期末)

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 关于高的说法正确的是 ()



A. 线段 AD 是 AB 边上的高

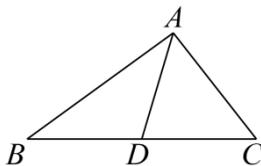
B. 线段 BE 是 AC 边上的高

C. 线段 CF 是 AC 边上的高

D. 线段 CF 是 BC 边上的高

(2023 秋·河东区期末)

14. 王老汉要将一块如图所示的三角形土地平均分配给两个儿子, 则图中他所作的线段 AD 应该是 $\triangle ABC$ 的 ()



A. 角平分线

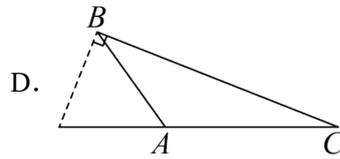
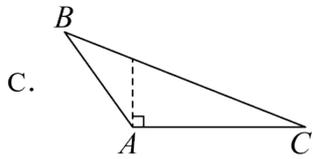
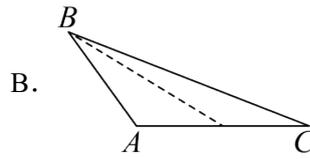
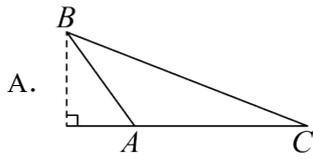
B. 中线

C. 高线

D. 以上都不是

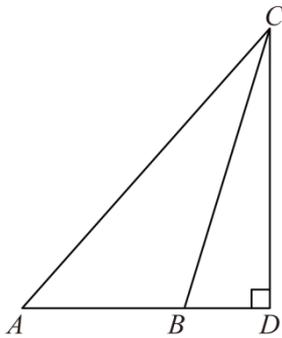
(2024 春·即墨区期中)

15. 下列各图中，正确画出 AC 边上的高线的是 ()



(2024•德城区模拟)

16. 如图， $CD \perp AB$ 于点 D ，已知 $\angle ABC$ 是钝角，则 ()



A. 线段 CD 是 $\triangle ABC$ 的 AC 边上的高线

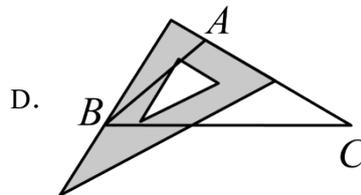
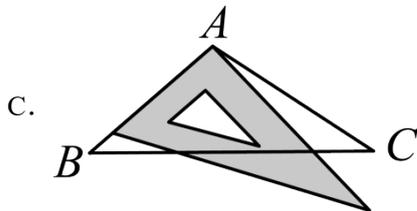
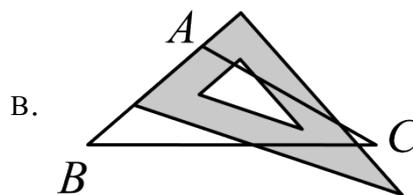
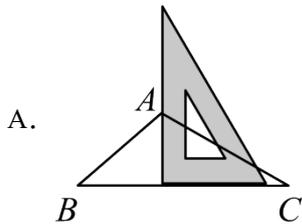
B. 线段 CD 是 $\triangle ABC$ 的 AB 边上的高线

C. 线段 AD 是 $\triangle ABC$ 的 BC 边上的高线

D. 线段 AD 是 $\triangle ABC$ 的 AC 边上的高线

(2024 春•市中区校级期中)

17. 如图，用三角板作 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的高线，下列三角板的摆放位置正确的是 ()

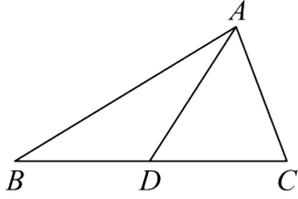


题型五 有关三角形三条重要线段的计算问题

解题技巧提炼考查了三角形的周长和中线，本题的关键是由周长和中线的定义得到线段的长，题目难度中等。

(2024 春·历下区期中)

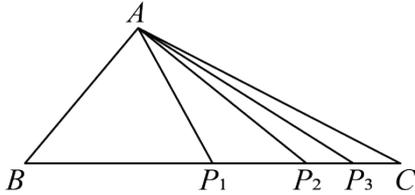
18. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=8$, $AC=6$, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 则 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ADC$ 的周长之差为 ()



- A. 14 B. 1 C. 2 D. 7

(2024 春·历城区期中)

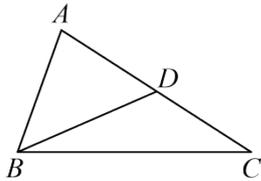
19. 如图, AP_1 为 $\triangle ABC$ 的中线, AP_2 为 $\triangle AP_1C$ 的中线, AP_3 为 $\triangle AP_2C$ 的中线, \dots , 按此规律, AP_{n+1} 为 $\triangle AP_nC$ 的中线. 若 $\triangle ABC$ 的面积为 16, 则 $\triangle AP_nC$ 的面积为 ()



- A. 2^{n+2} B. 2^{n-2} C. 2^{3n} D. 2^{4-n}

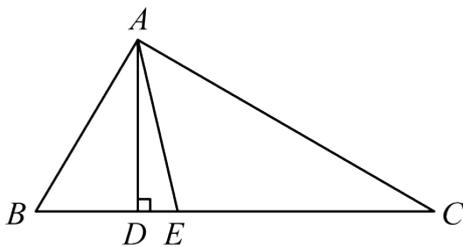
(2024 春·长清区期中)

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 为 AC 边上的中线, 已知 $BC=8$, $AB=5$, $\triangle ABD$ 的周长为 15, 则 $\triangle BCD$ 的周长为_____.



(2024 春·天桥区期中)

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=60^\circ$, $\angle C=30^\circ$, AD 和 AE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线, 求 $\angle DAE$ 的度数.



题型六 三角形的三边关系

解题技巧提炼本题考查的是三角形三边关系，熟知三角形两边之和大于第三边，两边差小于第三边是解答此题的关键。

(2023 秋·岚山区期末)

22. 已知 $\triangle ABC$ 中，其中有两边长是 2 和 5，且 $\triangle ABC$ 的第三边长是偶数，则此三角形的周长为 ()

- A. 11 B. 12 C. 13 D. 11 或 13

(2024 春·商河县期中)

23. AD 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的中线，若 $AB = 5$ ， $AC = 7$ ，则 BD 的取值范围是 ()

- A. $BD > 1$ B. $BD < 5$ C. $1 < BD < 5$ D. $1 < BD < 6$

(2024·郓城县校级一模)

24. 已知四边形 $ABCD$ ， $AB = 2$ ， $BC = 3$ ， $CD = 4$ ， $AD = d$ ，则 d 的取值范围为_____.

(2024 春·薛城区期中)

25. $\triangle ABC$ 中， $a = 4$ ， $b = 2$ ，若第三边 c 的长为偶数，则 $\triangle ABC$ 的周长为_____

1. D

【分析】根据三角形的分类即可判定.

【详解】解：图中被木板遮住的三角形有可能是锐角三角形、直角三角形、钝角三角形，
故选：D.

【点睛】本题考查了三角形分类，解题关键是要理解三角形分类的依据，图中只能看到三角形的一个锐角，解题关键是理解另外两个角都可能是锐角，也可能有一个是直角或钝角.

2. B

【分析】本题考查了直角三角形的性质，解决本题的关键是熟练掌握直角三角形的两个锐角互余，先求得 $\angle A + \angle C = 90^\circ$ ，再由 $\angle CED = \angle A$ 得到 $\angle CED + \angle C = 90^\circ$ ，从而可得 $\angle CDE = 90^\circ$ ，最后可得结论.

【详解】解：∵在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle A + \angle C = 90^\circ,$$

$$\because \angle CED = \angle A,$$

$$\therefore \angle CED + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = 90^\circ,$$

即 $\triangle CDE$ 为直角三角形，

故选：B.

3. A

【分析】本题考查三角形，关键是掌握三角形的概念. 由三角形的概念，数的时候要注意按照一定的规律，不重不漏.

【详解】解：图形中有三角形： $\triangle ABC$ ， $\triangle ABD$ ， $\triangle BCD$ ， $\triangle BCO$ ， $\triangle COD$ ，

∴图中共有 5 个三角形.

故选：A.

4. D

【分析】本题考查三角形内角和定理，根据内角和定理求出第三个角的度数，然后分情况讨论即可，熟练运用内角和定理是解题关键.

【详解】解：∵三角形的内角和为 180° ，两个内角的和是 100° ，

$$\therefore \text{第三个角的度数为：} 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ,$$

当第一个内角度数为 90° ，第二个内角度数为 10° ，第三个内角的度数为 80° 时，三角形为直角三角形；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/308006122141006114>