5．4．1 正弦函数、余弦函数的图象

目录

【题型归纳】.....2

题型一：五点作图法作正弦函数、余弦函数的简图.....2

题型二：含绝对值的三角函数.....5

题型三：解三角不等式问题.....6

题型四：与三角函数有关的零点问题.....8

题型五：识图问题.....10

【重难点集训】.....12

【高考真题】.....20

【题型归纳】

题型一：五点作图法作正弦函数、余弦函数的简图

1.（2024·高一·上海·随堂练习）请用“五点法”作出下列函数在区间$[-2\pi,2\pi]$的图象：

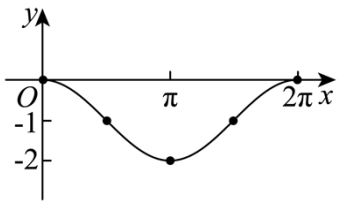
(1) $y=\cos x-1$；

(2) $y=\sin|x|$.

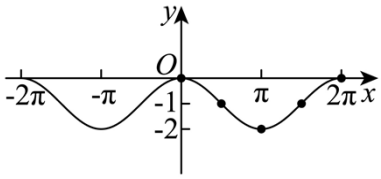
【解析】（1）列表如下：

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1	0	-1	0	1
$\cos x-1$	0	-1	-2	-1	0

描点连线，画出函数$x\in[0,2\pi]$的图，如下图所示：



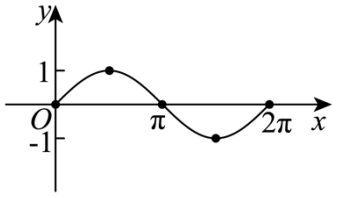
因为$y=\cos x-1$是偶函数，利用函数的奇偶性画出$x\in[-2\pi,2\pi]$的完整的图，如下图所示：



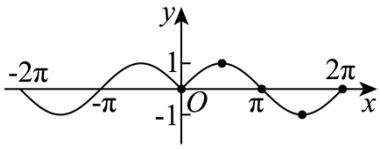
（2）列表如下：

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$\sin\|x\|$	0	1	0	-1	0

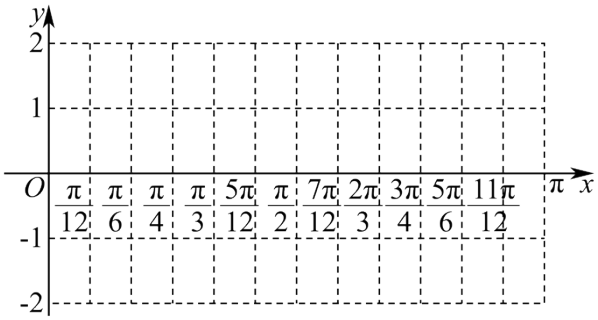
描点连线，画出函数$x\in[0,2\pi]$的图，如下图所示：



因为$y=\sin|x|$是偶函数，利用函数的奇偶性画出$x\in[-2\pi,2\pi]$的完整的图，如下图所示：



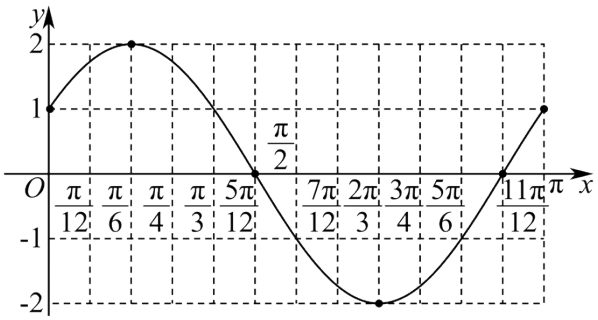
2．（2024·高一·全国·专题练习）已知函数 $f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$．用“五点法”在给定的坐标系中，画出函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[0,\pi\right]$ 上的大致图象.



【解析】列表：

x	0	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{5\pi}{12}$	$\dfrac{2\pi}{3}$	$\dfrac{11\pi}{12}$	π
$2x+\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{2}$	π	$\dfrac{3\pi}{2}$	2π	$\dfrac{13\pi}{6}$
y	1	2	0	–2	0	1

描点，连线，画出 $f\left(x\right)$ 在 $\left[0,\pi\right]$ 上的大致图象如图：



3．（2024·高一·全国·专题练习）用“五点法”作出下列函数的简图.

(1) $y=1-\sin x(0\le x\le 2\pi)$；

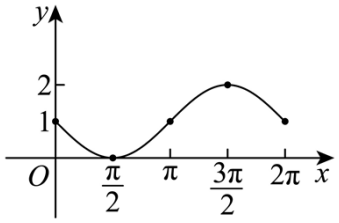
(2) $y=-1+\cos x(0\le x\le 2\pi)$.

【解析】（1）①取值列表如下：

x	0	$\dfrac{\pi}{2}$	π	$\dfrac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0

$1-\sin x$	1	0	1	2	1

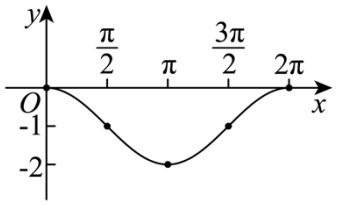
②描点连线，如图所示.



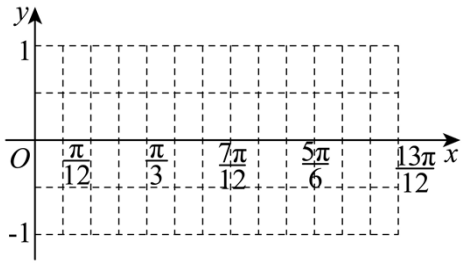
（2）①取值列表如下：

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1	0	-1	0	1
$-1+\cos x$	0	-1	-2	-1	0

②描点连线，如图所示.



4．（2024·高一·全国·课后作业）已知函数 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$



请用“五点法”画出函数 $f(x)$ 在一个周期上的图象（先在所给的表格中填上所需的数字，再画图）；

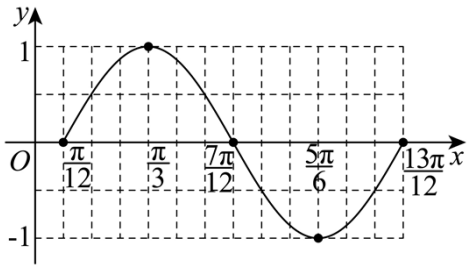
$2x-\frac{\pi}{6}$	0				2π
x					
$f(x)$					

【解析】令 $2x-\frac{\pi}{6}=0,\frac{\pi}{2},\pi,\frac{3\pi}{2},2\pi$，得：

$2x-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

x	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{13\pi}{12}$
$f(x)$	0	1	0	-1	0

画出函数 $f(x)$ 在一个周期的图象，如图，

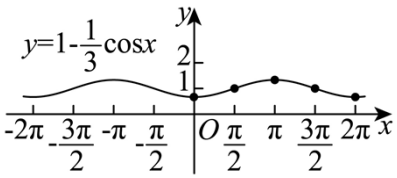


5．（2024·高一·全国·课后作业）用“五点法”作出函数 $y=1-\frac{1}{3}\cos x$ 的简图．

【解析】（1）列表：

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1	0	-1	0	1
$1-\frac{1}{3}\cos x$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{3}$	1	$\frac{2}{3}$

（2）描点，连线可得函数在 $[0,2\pi]$ 上的图象，将函数图象向左、向右平移（每次 2π 个单位长度），就可以得到函数 $y=1-\frac{1}{3}\cos x$ 的图象，如图所示．



题型二：含绝对值的三角函数

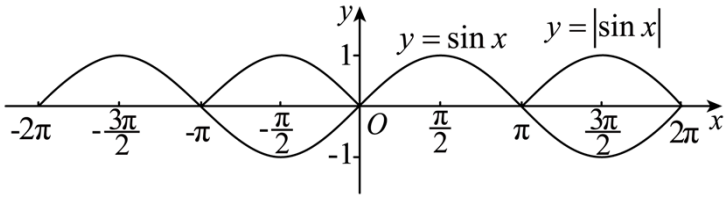
6．（2024·高三·全国·专题练习）当 $x\in[-2\pi,2\pi]$ 时，作出下列函数的图象，把这些图象与 $y=\sin x$ 的图象进行比较，你能发现图象变换的什么规律？

(1) $y=|\sin x|$；

(2) $y=\sin|x|$．

【解析】（1） $y=|\sin x|=\begin{cases}\sin x,-2\pi\le x\le-\pi,0\le x\le\pi\\-\sin x,-\pi<x<0,\pi<x\le2\pi\end{cases}$，

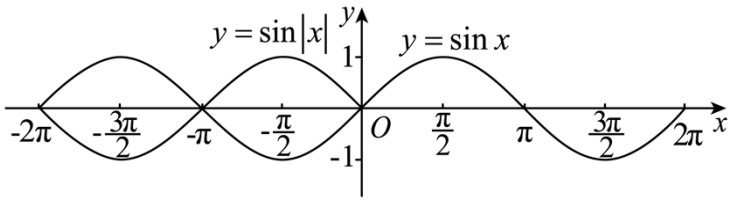
将 $y=\sin x$ 的图象在 x 轴上方部分保持不变，下半部分作关于 x 轴对称的图形，即可得到 $y=|\sin x|$ 的图象．



.

（2）$y=\sin|x|=\begin{cases}\sin x, x\geq 0\\ -\sin x, x<0\end{cases}$，

将 $y=\sin x$ 的图象在 y 轴右边部分保持不变，并将其作关于 y 轴对称的图形，即可得到 $y=\sin|x|$ 的图象.



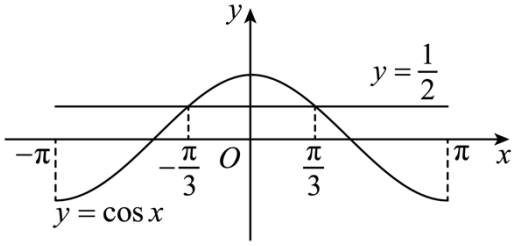
.

题型三：解三角不等式问题

7.（2024·高一·上海嘉定·期中）不等式 $\cos x\geq\frac{1}{2}\left(x\in[-\pi,\pi]\right)$ 的解集为_____.

【答案】$\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$

【解析】



画出 $y=\cos x\left(x\in[-\pi,\pi]\right)$ 的图象，如图所示，

由图可知，不等式 $\cos x\geq\frac{1}{2}\left(x\in[-\pi,\pi]\right)$ 的解集为 $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$.

故答案为：$\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$

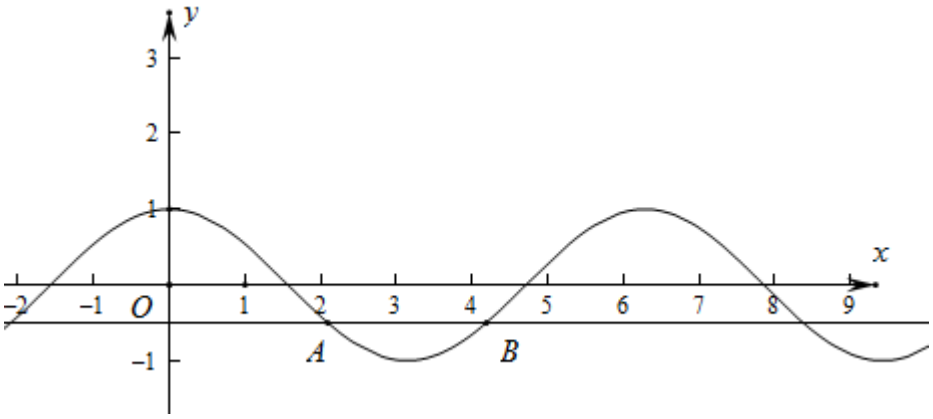
8.（2024·高一·安徽合肥·期末）在 $[0,2\pi)$ 内不等式 $2\cos x+1<0$ 的解集为_____.

【答案】$\left(\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3}\right)$

【解析】∵ $2\cos x+1<0$，

∴ $\cos x<-\frac{1}{2}$，

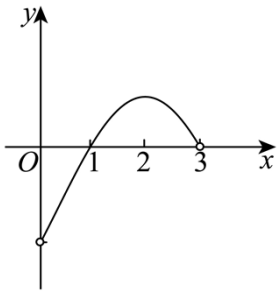
根据余弦曲线可得，



$\therefore x\in\left(\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3}\right)$.

故答案为：$\left(\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3}\right)$

9．（2024·高一·上海嘉定·期中）已知$f\left(x\right)$是定义在（0，3）上的函数，$f\left(x\right)$的图象如图所示，则不等式$f\left(x\right)\cdot\cos x<0$的解集是_____.



【答案】$(0,1)\cup\left(\frac{\pi}{2},3\right)$

【解析】由图象可知：$0<x<1$时，$f(x)<0$；

当$1<x<3$时，$f(x)>0$.

又Q余弦函数$y=\cos x$在$\frac{\pi}{2}<x<3$时$\cos x<0$，$0<x<\frac{\pi}{2}$时$\cos x>0$，

$\therefore$当$x\in(0,1)\cup\left(\frac{\pi}{2},3\right)$时，$f(x)\cdot\cos x<0$，

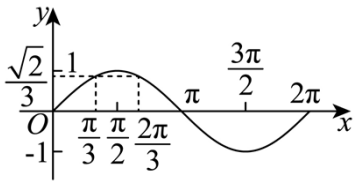
故答案为：$(0,1)\cup\left(\frac{\pi}{2},3\right)$.

10．（2024·高一·上海·课后作业）根据正弦函数的图象可得不等式$\sin x\geq\frac{\sqrt{3}}{2}$（$x\in[0,2\pi]$）的解集为_____.

【答案】$\left[\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$

【解析】当$x\in[0,2\pi]$时，由$\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$，得$x=\frac{\pi}{3}$或$x=\frac{2\pi}{3}$，

结合正弦函数的图象可知：不等式$\sin x\geq\frac{\sqrt{3}}{2}$（$x\in[0,2\pi]$）的解集为$\left[\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$.



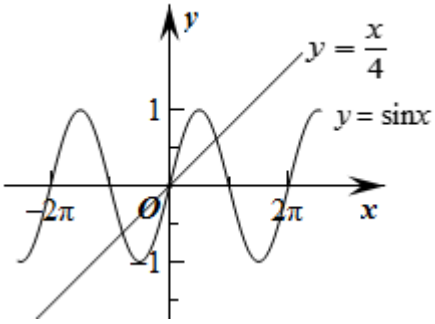
故答案为：$\left[\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$.

题型四：与三角函数有关的零点问题

11．（2024·高一·陕西宝鸡·期末）$y=\sin x$与$y=\frac{x}{4}$交点个数为_____个.

【答案】3

【解析】作出函数$y=\sin x$与$y=\frac{x}{4}$的大致图象，如图：



因为$\sin\frac{5\pi}{2}=1$，$\frac{\frac{5\pi}{2}}{4}=\frac{5\pi}{8}>1$，$\sin\frac{\pi}{2}=1$，$\frac{\frac{\pi}{2}}{4}=\frac{\pi}{8}<1$，

且两个函数图象均关于原点对称，所以两个函数图象有3个交点，

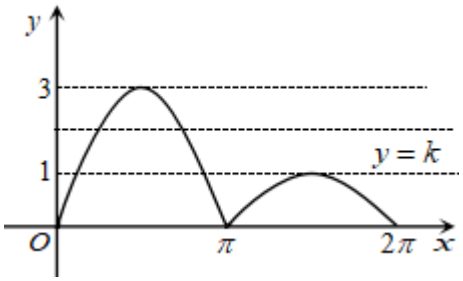
故答案为：3

12．（2024·高一·全国·课后作业）函数$y=\sin x+2|\sin x|$在[0，2π]上的图象若与直线$y=k$有且仅有两个不同的交点，则k的取值范围是_____，若与直线$y=k$有四个不同的交点，则k的取值范围是_____.

【答案】　　$1<k<3$　　$0<k<1$

【解析】先写出分段函数，结合正弦函数图象作出分段函数的图象和直线$y=k$，数形结合即得有两个和有四个不同的交点时参数k的取值范围.$y=\sin x+2|\sin x|=\begin{cases}3\sin x,0\leq x\leq\pi\\-\sin x,\pi\leq x\leq 2\pi\end{cases}$，

故在同一坐标系中作出分段函数的图象和直线$y=k$，如图所示，



若有两个不同的交点，则 $1<k<3$；

若有四个不同的交点，则 $0<k<1$.

故答案为：$1<k<3$；$0<k<1$.

13.（2024·高一·上海·课后作业）函数 $y=1+\cos x$，$x\in[0,2\pi]$ 的图像与直线 $y=\frac{3}{2}$ 的交点有_____个.

【答案】2

【解析】令 $1+\cos x=\frac{3}{2}$，即 $\cos x=\frac{1}{2}$，$\because x\in[0,2\pi]$，$\therefore x=\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{5\pi}{3}$，

所以函数 $y=1+\cos x$，$x\in[0,2\pi]$ 的图像与直线 $y=\frac{3}{2}$ 的交点有 2 个.

故答案为：2.

14.（2024·高一·全国·课后作业）函数 $y=\sin x+2|\sin x|, x\in[0,2\pi]$ 的图象与直线 $y=\frac{1}{2}$ 的交点共有_____个.

【答案】4

【解析】当 $x\in[0,\pi]$ 时，求得 $y=3\sin x$，当 $x\in[\pi,2\pi]$ 时，求得 $y=-\sin x$，在同一坐标系中画出画出两个函数的图象，结合图象，即可求解.由题意，函数 $y=\sin x+2|\sin x|, x\in[0,2\pi]$，

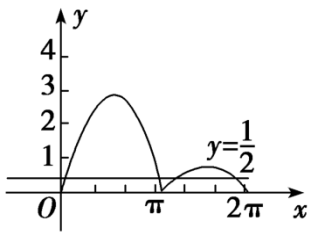
当 $x\in[0,\pi]$ 时，$\sin x\geq 0$，则 $y=\sin x+2|\sin x|=3\sin x$；

当 $x\in[\pi,2\pi]$ 时，$\sin x\leq 0$，则 $y=\sin x+2|\sin x|=-\sin x$，

在同一坐标系中画出 $y=\sin x+2|\sin x|$，$x\in[0,2\pi]$ 与 $y=\frac{1}{2}$ 的图象，如图所示，

可的在 $[0,2\pi]$ 范围内两者有 4 个交点.

故答案为：4.



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/308022140124007026