

# 2023-2024 学年江西省宜春市丰城中学九年级（下）月考数学试卷（3 月份）

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.  $-2$  的绝对值是( )

- A. 2                      B.  $-2$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $-\frac{1}{2}$

2. 若分式  $\frac{x}{x-1}$  有意义，则  $x$  的取值范围是( )

- A.  $x = 0$                       B.  $x \neq 0$                       C.  $x \neq 1$                       D.  $x \neq 0$  且  $x \neq 1$

3. 下列计算正确的是( )

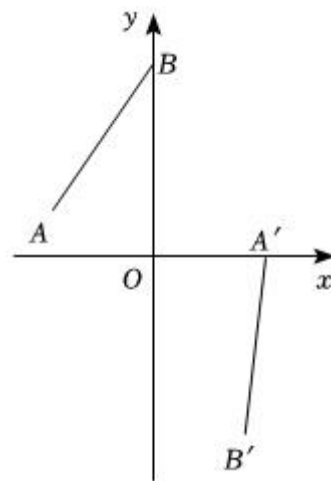
- A.  $a^3 \cdot a = 2a^4$                       B.  $(a^3)^3 = a^9$                       C.  $(ab)^3 = a^3b$                       D.  $a^8 \div a^2 = a^4$

4. 一个圆锥的母线长为  $3\text{cm}$ ，侧面展开图扇形的圆心角为  $120^\circ$ ，则这个圆锥的底面圆半径为( )

- A.  $1\text{cm}$                       B.  $2\text{cm}$                       C.  $3\text{cm}$                       D.  $3\sqrt{2}\text{cm}$

5. 如图，点  $A$  坐标为  $(-2, 1)$ ，点  $B$  坐标为  $(0, 4)$ ，将线段  $AB$  绕点  $O$  按顺时针方向旋转得到对应线段  $A'B'$ ，若点  $A'$  恰好落在  $x$  轴上，则点  $B'$  到  $x$  轴的距离为( )

- A.  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$   
B.  $\frac{8\sqrt{5}}{5}$   
C.  $\frac{3\sqrt{6}}{5}$   
D.  $\frac{8\sqrt{6}}{5}$



6. 已知  $y$  关于  $x$  的函数关系式是  $y = mx^2 - 2x - m$ ，下列结论正确的是( )

- A. 若  $m = 1$ ，函数的最小值为  $-1$   
B. 若  $m = -1$ ，当  $x \leq -1$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小  
C. 不论  $m$  为何值时，函数图象与  $x$  轴都有两个交点  
D. 不论  $m$  为何值时，函数图象一定经过点  $(1, -2)$  和  $(-1, 2)$

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。

7. 因式分解： $xy^2 - 2xy + x =$  \_\_\_\_\_.

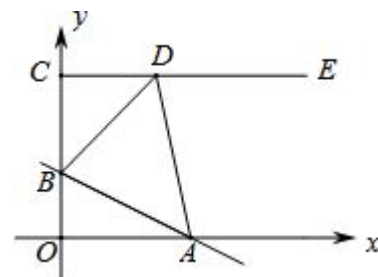
8. 实验学校举行“预防溺水，从我做起”演讲比赛，7位评委给选手甲的评分如下：90，93，88，93，85，92，95，则这组数据的中位数是\_\_\_\_\_.

9. 如果一个多边形的内角和等于它外角和的3倍，则这个多边形的边数是\_\_\_\_\_.

10. 计算： $\frac{y}{x^2 - y^2} \div (1 - \frac{x}{x + y})$ 的结果是\_\_\_\_\_.

11. 定义：若一个函数图像上存在横、纵坐标相等的点，则称该点为这个函数图像的“等值点”.已知二次函数  $y = x^2 - 4x + m$  的图像上有两个“等值点”，则  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

12. 如图，在平面直角坐标系中，点  $C(0, 4)$ ，射线  $CE \parallel x$  轴，直线  $y = -\frac{1}{2}x + b$  交线段  $OC$  于点  $B$ ，交  $x$  轴于点  $A$ ， $D$  是射线  $CE$  上一点. 若存在点  $D$ ，使得  $\triangle ABD$  恰为等腰直角三角形，则  $b$  的值为\_\_\_\_\_.



三、解答题：本题共 11 小题，共 84 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

13. (本小题 6 分)

(1) 计算： $(-\frac{1}{2})^{-1} - |-3| + 4 \sin 60^\circ - \sqrt{12} + (\pi - 3)^0$ ;

(2) 解方程： $\frac{2x}{x - 3} + 1 = \frac{6}{3 - x}$ .

14. (本小题 6 分)

先化简，再求值： $(\frac{2a}{a - 1} - \frac{a^2 - a}{a^2 - 2a + 1}) \div \frac{a}{a + 1}$ ，其中  $a = 3^{-1} + 2 \sin 30^\circ$ .

15. (本小题 6 分)

某公司在六一儿童节来临之际，为员工子女准备了价格不同的三种礼物，员工通过抽签的方式随机选择礼物类型：将 A(书包)、B(滑板鞋)、C(儿童手表)分别写在无差别的三个乒乓球上，将其放在不透明的盒子中摇匀，员工老李先从中随机摸出一个球，记下结果后放回摇匀，再由老张从中随机摸出一个，记下结果后放回.

(1) 老李没有抽中“书包”是\_\_\_\_\_事件，老张抽中“笔记本电脑”是\_\_\_\_\_事件(填“不可能”或“必然”或“随机”)；老李抽中“滑板鞋”的概率为\_\_\_\_\_；

(2) 试用画树状图或列表的方法表示出所有可能的结果，并求出老李和老张抽中相同礼物的概率.

16. (本小题 6 分)

如图  $AB$  是半圆的直径，图 1 中，点  $C$  在半圆外；图 2 中，点  $C$  在半圆内，请仅用无刻度的直尺按要求画图.

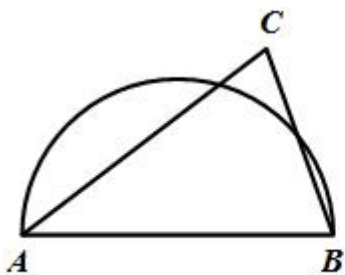


图 1

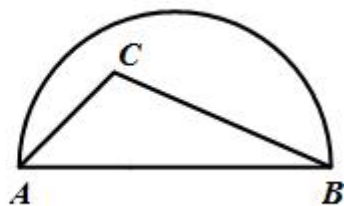


图 2

(1) 在图 1 中，画出  $\triangle ABC$  的三条高的交点；

(2) 在图 2 中，画出  $\triangle ABC$  中  $AB$  边上的高。

17. (本小题 6 分)

科学计算器是一种常见的生活和学习工具，它有着重要的作用.根据市场需求，某文具店代售  $A, B$  两种品牌的科学计算器，下表为其中两次的进货情况：

项目	进货数量(个)		进货花费(元)
	$A$ 品牌	$B$ 品牌	
第一次	10	15	510
第二次	15	20	720

(1) 求  $A, B$  两种品牌科学计算器的进货单价；

(2) 该文具店某次进货时，恰好赶上厂家的优惠活动，活动有两种方案：

方案一：购买  $A, B$  两种品牌的科学计算器，每满 10 个赠送 2 个  $B$  品牌科学计算器；

方案二： $A, B$  两种品牌的科学计算器均按 8.5 折计算.

(注：厂家规定，两种优惠方案不能同时使用)

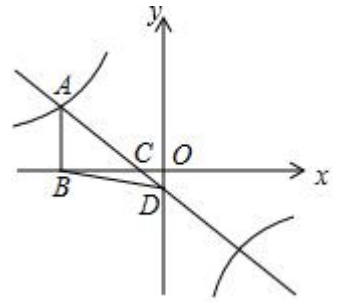
若该文具店老板计划购进  $A, B$  两种品牌的科学计算器共 50 个，且两种品牌的数量均不少于 20 个.请你帮老板算一算，如何购买能使花费最少？

18. (本小题 8 分)

如图，一次函数  $y = kx + b(k \neq 0)$  的图象与反比例函数  $y = \frac{a}{x}(a \neq 0)$  的图象在第二象限交于点  $A(m, 2)$ . 与  $x$  轴交于点  $C(-1, 0)$ . 过点  $A$  作  $AB \perp x$  轴于点  $B$ ， $\triangle ABC$  的面积是 3.

(1) 求一次函数和反比例函数的解析式；

(2) 若直线  $AC$  与  $y$  轴交于点  $D$ ，求  $\triangle BCD$  的面积.



19. (本小题 8 分)

在中国共产党成立一百周年之际，某校举行了以“童心向党”为主题的知识竞赛活动，发现该校全体学生的竞赛成绩(百分制)均不低于 60 分，现从中随机抽取  $n$  名学生的竞赛成绩进行整理和分析(成绩得分用  $x$  表示，共分成四组)，并绘制成如下的竞赛成绩分组统计表和扇形统计图，其中“ $90 \leq x \leq 100$ ”这组的数据如下：

90, 92, 93, 95, 95, 96, 96, 96, 97, 100.

竞赛成绩分组统计表

组别	竞赛成绩分组	频数	平均分
1	$60 \leq x < 70$	8	65
2	$70 \leq x < 80$	$a$	75
3	$80 \leq x < 90$	$b$	88
4	$90 \leq x \leq 100$	10	95

请根据以上信息，解答下列问题：

- (1)  $a =$  \_\_\_\_\_；
- (2) “ $90 \leq x \leq 100$ ”这组数据的众数是\_\_\_\_\_分；
- (3) 随机抽取的这  $n$  名学生竞赛成绩的平均分是\_\_\_\_\_分；
- (4) 若学生竞赛成绩达到 96 分以上(含 96 分)获奖，请你估计全校 1200 名学生中获奖的人数.

竞赛成绩扇形统计图



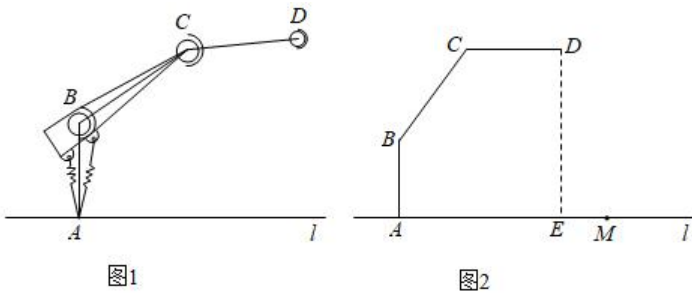
20. (本小题 8 分)

拓展小组研制的智能操作机器人，如图 1，水平操作台为  $l$ ，底座  $AB$  固定，高  $AB$  为  $50\text{cm}$ ，连杆  $BC$  长度为

70cm, 手臂  $CD$  长度为 60cm. 点  $B, C$  是转动点, 且  $AB, BC$  与  $CD$  始终在同一平面内.

(1) 转动连杆  $BC$ , 手臂  $CD$ , 使  $\angle ABC = 143^\circ$ ,  $CD \parallel l$ , 如图 2, 求手臂端点  $D$  离操作台  $l$  的高度  $DE$  的长 (精确到 1cm, 参考数据:  $\sin 53^\circ \approx 0.8$ ,  $\cos 53^\circ \approx 0.6$ ).

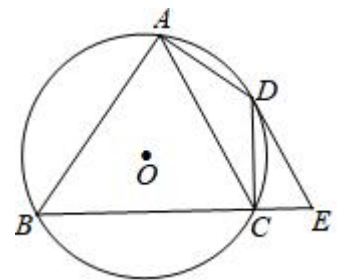
(2) 物品在操作台  $l$  上, 距离底座  $A$  端 110cm 的点  $M$  处, 转动连杆  $BC$ , 手臂  $CD$ , 手臂端点  $D$  能否碰到点  $M$ ? 请说明理由.



21. (本小题 9 分)

如图, 四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ,  $\angle BAD = 90^\circ$ , 点  $E$  在  $BC$  的延长线上, 且  $\angle DEC = \angle BAC$ .

- (1) 求证:  $DE$  是  $\odot O$  的切线;
- (2) 若  $AC \parallel DE$ , 当  $AB = 8$ ,  $CE = 2$  时, 求  $AC$  的长.

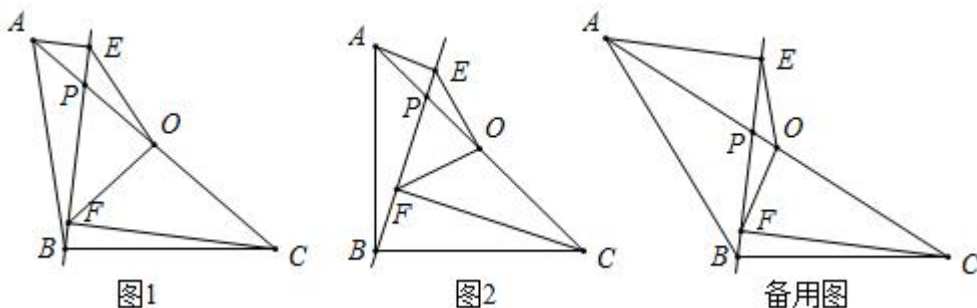


22. (本小题 9 分)

在  $\triangle ABC$  中,  $AB = BC$ , 点  $O$  是  $AC$  的中点, 点  $P$  是  $AC$  上的一个动点 (点  $P$  不与点  $A, O, C$  重合). 过点  $A$ , 点  $C$  作直线  $BP$  的垂线, 垂足分别为点  $E$  和点  $F$ , 连接  $OE, OF$ .

- (1) 如图 1, 请写出线段  $OE$  与  $OF$  的数量关系;
- (2) 如图 2, 当  $\angle ABC = 90^\circ$  时, 请判断线段  $OE$  与  $OF$  之间的数量关系和位置关系, 并说明理由;

(3) 若  $|CF - AE| = 2$ ,  $EF = 2\sqrt{3}$ , 当  $\triangle POF$  为等腰三角形时, 请写出线段  $OP$  的长.



23. (本小题 12 分)

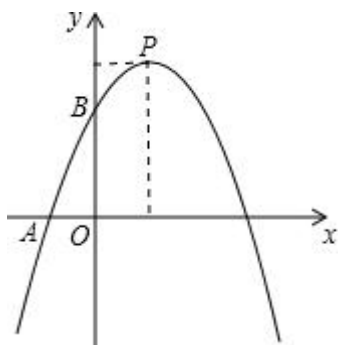
如图, 已知二次函数  $y = ax^2 - 2ax + c (a < 0)$  的图象与  $x$  轴负半轴交于点  $A(-1, 0)$ , 与  $y$  轴正半轴交于点  $B$ , 顶点为  $P$ , 且  $OB = 3OA$ , 一次函数  $y = kx + b$  的图象经过  $A, B$ .

(1) 求一次函数解析式;

(2) 求顶点  $P$  的坐标;

(3) 平移直线  $AB$  使其过点  $P$ , 如果点  $M$  在平移后的直线上, 且  $\tan \angle OAM = \frac{3}{2}$ , 求点  $M$  坐标;

(4) 设抛物线的对称轴交  $x$  轴于点  $E$ , 连接  $AP$  交  $y$  轴于点  $D$ , 若点  $Q, N$  分别为两线段  $PE, PD$  上的动点, 连接  $QD, QN$ , 请直接写出  $QD + QN$  的最小值.



## 答案和解析

### 1. 【答案】A

【解析】解：-2 的绝对值是 2，

$$\text{即 } |-2| = 2.$$

故选 A.

根据负数的绝对值等于它的相反数解答即可.

本题考查了绝对值的定义.

### 2. 【答案】C

【解析】解：由题意，得

$$x - 1 \neq 0,$$

解得  $x \neq 1$ ，

故选：C.

先根据分式有意义的条件列出关于  $x$  的不等式，求出  $x$  的取值范围即可.

本题考查的是分式有意义的条件，熟知分式有意义的条件是分母不等于零是解答此题的关键.

### 3. 【答案】B

【解析】解： $a^3 \cdot a = a^4$ ，则 A 不符合题意；

$$(a^3)^3 = a^9，\text{ 则 } B \text{ 符合题意；}$$

$$(ab)^3 = a^3b^3，\text{ 则 } C \text{ 不符合题意；}$$

$$a^8 \div a^2 = a^6，\text{ 则 } D \text{ 不符合题意；}$$

故选：B.

利用同底数幂乘法及除法法则，幂的乘方及积的乘方法则将各式计算后进行判断即可.

本题考查同底数幂乘法及除法，幂的乘方及积的乘方，熟练掌握相关运算法则是解题的关键.

### 4. 【答案】A

【解析】解：圆锥的底面圆的周长 =  $\frac{120\pi \times 3}{180} = 2\pi(\text{cm})$ ，

设这个圆锥的底面圆的半径为  $r \text{ cm}$ ，

$$\text{则 } 2\pi r = 2\pi，$$

解得： $r = 1$ ，

即这个圆锥的底面圆半径为  $1\text{cm}$ ,

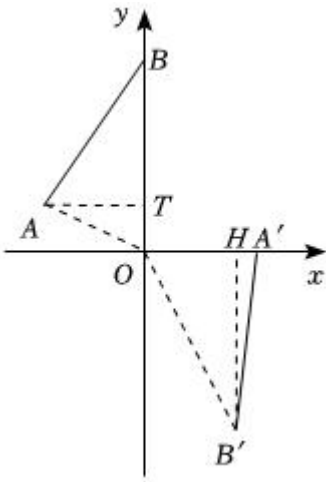
故选:  $A$ .

根据弧长公式求出圆锥的底面圆的周长  $= \frac{120\pi \times 3}{180} = 2\pi(\text{cm})$ , 设这个圆锥的底面圆的半径为  $r\text{cm}$ , 根据圆的周长公式得出  $2\pi r = 2\pi$ , 再求出  $r$  即可.

本题考查了圆锥的计算, 能熟记弧长公式是解此题的关键, 已知扇形的圆心角为  $n^\circ$ , 半径为  $r$ , 那么扇形所对的弧的长度是  $\frac{n\pi r}{180}$ .

### 5. 【答案】 $B$

【解析】解: 如图, 连接  $OA$ ,  $OB'$ , 过点  $B'$  作  $B'H \perp x$  轴于点  $H$ , 过点  $A$  作  $AT \perp OB$  于点  $T$ .



$\therefore$  点  $A$  坐标为  $(-2, 1)$ , 点  $B$  坐标为  $(0, 4)$ ,

$\therefore AT = 2$ ,  $OT = 1$ ,  $OB = 4$ ,

$\therefore OA = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ ,

$\therefore OA = OA' = \sqrt{5}$ ,

$\therefore S_{\triangle OA'B'} = S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$ ,

$\therefore \frac{1}{2} OA' \cdot B'H = 4$ ,

$\therefore B'H = \frac{2 \times 4}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$ ,

$\therefore$  点  $B'$  到  $x$  轴的距离为  $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ ,

故选:  $B$ .

如图, 连接  $OA$ ,  $OB'$ , 过点  $B'$  作  $B'H \perp x$  轴于点  $H$ , 过点  $A$  作  $AT \perp OB$  于点  $T$ . 解直角三角形求出  $OA$ , 再利用面积法求出  $B'H$  可得结论.

本题考查作图-复杂作图，解直角三角形，三角形的面积等知识，解题的关键是理解题意，学会利用面积法解决问题.

6. 【答案】D

【解析】解：∵  $y = mx^2 - 2x - m$ ,

∴ 当  $m = 1$  时,  $y = x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2 - 2$ ,

∴ 当  $x = 1$  时, 函数取得最小值  $-2$ ,

故选项 A 错误;

当  $m = -1$  时, 该函数图象开口向下, 对称轴是直线  $x = -\frac{-2}{2m} = -\frac{-2}{-2} = -1$ ,

∴ 当  $x \leq -1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大,

故选项 B 错误;

∴ 当  $m = 0$  时, 函数关系式是  $y = mx^2 - 2x - m = -2x$ ,

它与  $x$  轴只有一个交点,

故选项 C 错误;

∴  $y = mx^2 - 2x - m = m(x^2 - 1) - 2x$ ,

∴ 当  $x^2 - 1 = 0$  时, 即  $x = 1$  或  $-1$  时, 则  $y$  分别为  $-2$  或  $2$ ,

即无论  $m$  为何值时, 函数图象一定经过点  $(1, -2)$  或  $(-1, 2)$ ,

故选项 D 正确;

故选 D.

把  $m = 1$  代入解析式, 并将解析式化成顶点式, 便可判断选项 A 的正误;

把  $m = -1$  代入解析式, 并将解析式化成顶点式, 便可判断选项 B 的正误;

计算判别式  $\Delta = b^2 - 4ac$ , 根据其正负便可判断选项 C 的正误;

令  $y = mx^2 - 2x - m$  中  $mx^2 - m = 0$ , 求得此时  $x$ 、 $y$  的值, 便可判断选项 D 的正误.

本题考查二次函数的性质、二次函数的最值, 解答本题的关键是明确题意, 利用二次函数的性质解答.

7. 【答案】 $x(y - 1)^2$

【解析】解:  $xy^2 - 2xy + x$

$= x(y^2 - 2y + 1)$

$= x(y - 1)^2$ ,

故答案为:  $x(y - 1)^2$ .

先提公因式，然后再利用完全平方公式继续分解即可。

本题考查了提公因式法与公式法的综合运用，一定要注意如果多项式的各项含有公因式，必须先提公因式。

8. 【答案】 92

【解析】解：把 7 位评委给选手甲的评分从小到大排列为：85，88，90，92，93，93，95，

所以排在最中间的数是 92，即中位数是 92.

故答案为：92.

先把这组数据从小到大排列，再找出最中间的数即可。

此题考查了中位数，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数。

9. 【答案】 8

【解析】解：多边形的外角和是  $360^\circ$ ，根据题意得：

$$180^\circ \cdot (n - 2) = 3 \times 360^\circ$$

解得  $n = 8$ .

故答案为：8.

根据多边形的内角和公式及外角和计算。

本题主要考查了多边形内角和公式及外角的和。求多边形的边数，可以转化为方程的问题来解决。

10. 【答案】  $\frac{1}{x-y}$

$$\begin{aligned} \text{【解析】解：原式} &= \frac{y}{(x+y)(x-y)} \div \left( \frac{x+y}{x+y} - \frac{x}{x+y} \right) \\ &= \frac{y}{(x+y)(x-y)} \div \frac{y}{x+y} \\ &= \frac{y}{(x+y)(x-y)} \cdot \frac{x+y}{y} \\ &= \frac{1}{x-y}, \end{aligned}$$

故答案为： $\frac{1}{x-y}$ .

先计算括号内分式的减法、将被除式分母因式分解，再将除法转化为乘法，最后约分即可得。

本题主要考查分式的混合运算，解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则。

11. 【答案】  $m < \frac{25}{4}$

【解析】解：由题意可得“等值点”在直线  $y = x$  上，

$$\text{令 } x^2 - 4x + m = x,$$

整理得  $x^2 - 5x + m = 0$ ,

$\therefore \Delta = (-5)^2 - 4m > 0$  时, 符合题意,

解得  $m < \frac{25}{4}$ ,

故答案为:  $m < \frac{25}{4}$ .

联立抛物线方程与直线  $y = x$  方程, 通过判别式大于 0 求解.

本题考查二次函数图象与系数的关系, 解题关键是掌握二次函数与方程的关系.

12. 【答案】  $\frac{4}{3}$  或  $\frac{8}{3}$  或 2

【解析】解: ①当  $\angle ABD = 90^\circ$  时, 如图 1, 则  $\angle DBC + \angle ABO = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle DBC = \angle BAO$ ,

由直线  $y = -\frac{1}{2}x + b$  交线段  $OC$  于点  $B$ , 交  $x$  轴于点  $A$  可知  $OB = b$ ,

$OA = 2b$ ,

$\therefore$  点  $C(0, 4)$ ,

$\therefore OC = 4$ ,

$\therefore BC = 4 - b$ ,

在  $\triangle DBC$  和  $\triangle BAO$  中,

$$\begin{cases} \angle DBC = \angle BAO \\ \angle DCB = \angle AOB \\ BD = AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle DBC \cong \triangle BAO (AAS)$ ,

$\therefore BC = OA$ ,

即  $4 - b = 2b$ ,

$\therefore b = \frac{4}{3}$ ;

②当  $\angle ADB = 90^\circ$  时, 如图 2,

作  $AF \perp CE$  于  $F$ ,

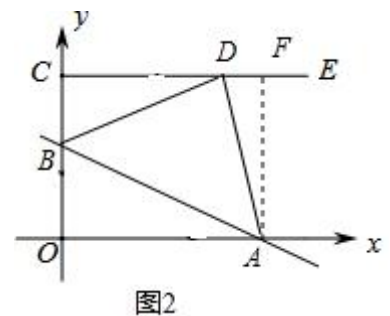
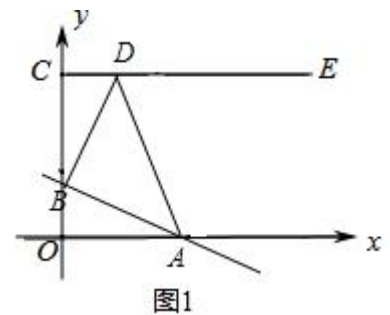
同理证得  $\triangle BDC \cong \triangle DAF$ ,

$\therefore CD = AF = 4$ ,  $BC = DF$ ,

$\therefore OB = b$ ,  $OA = 2b$ ,

$\therefore BC = DF = 2b - 4$ ,

$\therefore BC = 4 - b$ ,



$$\therefore 2b - 4 = 4 - b,$$

$$\therefore b = \frac{8}{3};$$

③当  $\angle DAB = 90^\circ$  时, 如图 3,

作  $DF \perp OA$  于  $F$ ,

同理证得  $\triangle AOB \cong \triangle DFA$ ,

$$\therefore OA = DF,$$

$$\therefore 2b = 4,$$

$$\therefore b = 2;$$

综上,  $b$  的值为  $\frac{4}{3}$  或  $\frac{8}{3}$  或 2.

故答案为  $\frac{4}{3}$  或  $\frac{8}{3}$  或 2.

分三种情况讨论:

①当  $\angle ABD = 90^\circ$  时, 证得  $\triangle DBC \cong \triangle BAO$ , 得出  $BC = OA$ , 即  $4 - b = 2b$ , 求得  $b = \frac{4}{3}$ ;

②当  $\angle ADB = 90^\circ$  时, 作  $AF \perp CE$  于  $F$ , 同理证得  $\triangle BDC \cong \triangle DAF$ , 得出  $BC = DF$ , 即  $2b - 4 = 4 - b$ , 求得  $b = \frac{8}{3}$ ;

③当  $\angle DAB = 90^\circ$  时, 作  $DF \perp OA$  于  $F$ , 同理证得  $\triangle AOB \cong \triangle DFA$ , 得出  $OA = DF$ , 即  $2b = 4$ , 解得  $b = 2$ .

本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 等腰直角三角形的性质, 三角形全等的判定和性质, 作出辅助性构建求得三角形上解题的关键.

13. 【答案】解: (1) 原式  $= -2 - 3 + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} + 1$

$$= -2 - 3 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 1$$

$$= -4;$$

$$(2) \frac{2x}{x-3} + 1 = -\frac{6}{x-3},$$

方程两边同乘  $x - 3$ , 得:  $2x + x - 3 = -6$ ,

解得:  $x = -1$ ,

检验: 当  $x = -1$  时,  $x - 3 \neq 0$ ,

$\therefore x = -1$  是原方程的解.

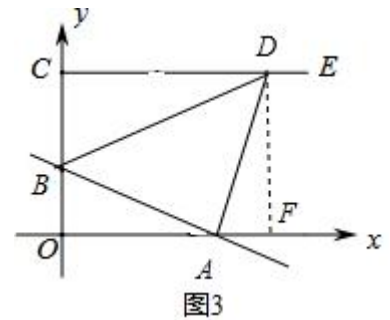


图3

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/308030071027007045>