2022-2023 学年安徽省六安三校联考数学试题试卷

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的离心率是 3，焦点到渐近线的距离为 $\sqrt{2}$，则双曲线 C 的焦距为（　　）

A．3　　B．$3\sqrt{2}$　　C．6　　D．$6\sqrt{2}$

2．某校为提高新入聘教师的教学水平，实行“老带新”的师徒结对指导形式，要求每位老教师都有徒弟，每位新教师都有一位老教师指导，现选出 3 位老教师负责指导 5 位新入聘教师，则不同的师徒结对方式共有（　　）种.

A．360　　B．240　　C．150　　D．120

3．已知点 A 是抛物线 $x^2=4y$ 的对称轴与准线的交点，点 F 为抛物线的焦点，点 P 在抛物线上且满足 $|PA|=m|PF|$，若 m 取得最大值时，点 P 恰好在以 A,F 为焦点的椭圆上，则椭圆的离心率为（　　）

A．$\sqrt{3}-1$　　B．$\sqrt{2}-1$　　C．$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

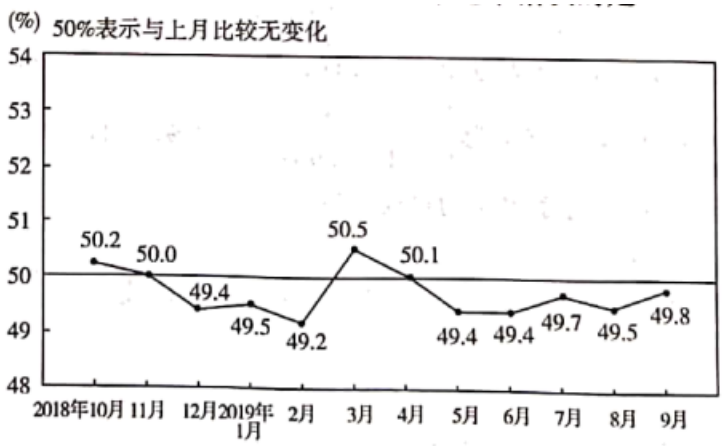
4．将函数 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{3})\ (x\in R)$ 的图象分别向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度与向左平移 n (n>0)个单位长度，若所得到的两个图象重合，则 n 的最小值为(　　)

A．$\frac{\pi}{3}$　　B．$\frac{2\pi}{3}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．π

5．已知直线 l_1：$x=my$（$m\neq 0$）与抛物线 C：$y^2=4x$ 交于 O（坐标原点），A 两点，直线 l_2：$x=my+m$ 与抛物线 C 交于 B，D 两点.若 $|BD|=3|OA|$，则实数 m 的值为（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{8}$

6. 国家统计局服务业调查中心和中国物流与采购联合会发布的 2018 年 10 月份至 2019 年 9 月份共 12 个月的中国制造业采购经理指数(PMI)如下图所示.则下列结论中错误的是（　　）



A．12 个月的 PMI 值不低于 50%的频率为$\frac{1}{3}$

B．12 个月的 PMI 值的平均值低于 50%

C．12 个月的 PMI 值的众数为 49.4%

D．12 个月的 PMI 值的中位数为 50.3%

7．已知三棱锥$P-ABC$**中，**O**为**AB**的中点，**$PO\perp$**平面**ABC**，**$\angle APB=90°$**，**$PA=PB=2$**，则有下列四个结论：①若**O**为**$\triangle ABC$**的外心，则**$PC=2$**；②**$\triangle ABC$**若为等边三角形，则**$AP\perp BC$**；③当**$\angle ACB=90°$**时，**PC**与平面**PAB**所成的角的范围为**$\left(0,\frac{\pi}{4}\right]$**；④当**$PC=4$**时，**$M$**为平面**$PBC$**内一动点，若**$OM$**//平面**$PAC$**，则**$M$**在**$\triangle PBC$**内轨迹的长度为 1．其中正确的个数是（　　）．**

A．1　　**B．1**　　**C．3**　　**D．4**

8．不等式$\begin{cases}4x-y\geq 2,\\ x+y\leq 3\end{cases}$**的解集记为**$D$**，有下面四个命题：**$p_1:\forall(x,y)\in D,2y-x\leq 5$**；**$p_2:\exists(x,y)\in D,2y-x\geq 2$**；**$p_3:\forall(x,y)\in D,2y-x\leq 2$**；**$p_4:\exists(x,y)\in D,2y-x\geq 4$**．其中的真命题是（　　）**

A．p_1,p_2　　**B．**p_2,p_3　　**C．**p_1,p_3　　**D．**p_2,p_4

9．设实数$□,□$**满足条件**$\begin{cases}□+□-2\ 0\\ 2□-□+3\ 0\\ □-□\ 0\end{cases}$**则**$□+□+1$**的最大值为（　　）**

A．1　　**B．2**　　**C．3**　　**D．4**

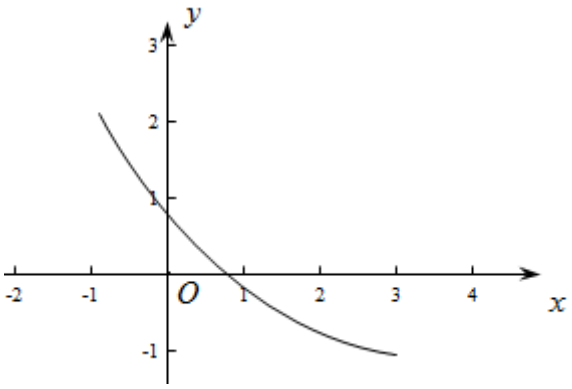
10．以下四个命题：①两个随机变量的线性相关性越强，相关系数的绝对值越接近 1；②在回归分析中，可用相关指数R^2**的值判断拟合效果，**R^2**越小，模型的拟合效果越好；③若数据**$x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n$**的方差为 1，则**$2x_1+1,2x_2+1,2x_3+1,\cdots,2x_n+1$**的方差为 4；④已知一组具有线性相关关系的数据**$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_{10},y_{10})$**，其线性回归方程**$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$**，则**$(x_0,y_0)$**满足线性回归方程**$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$**”是**$x_0=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_{10}}{10}$**，**$y_0=\frac{y_1+y_2+\cdots+y_{10}}{10}$**”的充要条件；其中真命题的个数为(　　)**

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

11．甲、乙、丙、丁四人通过抓阄的方式选出一人周末值班（抓到“值”字的人值班）.抓完阄后，甲说：“我没抓到.”乙说：“丙抓到了.”丙说：“丁抓到了”丁说：“我没抓到."已知他们四人中只有一人说了真话，根据他们的说法，可以断定值班的人是（　　）

A．甲　　B．乙　　C．丙　　D．丁

12．已知函数 $y=\log_a(x+c)$（a，c 是常数，其中 $a>0$ 且 $a\neq 1$）的大致图象如图所示，下列关于 a，c 的表述正确的是（　　）



A．$a>1$，$c>1$　　B．$a>1$，$0<c<1$

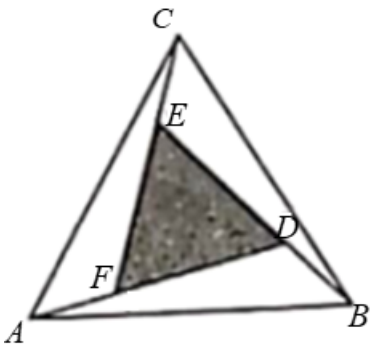
C．$0<a<1$，$c>1$　　D．$0<a<1$，$0<c<1$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若 $a=\log_2 3, b=\log_3 2$，则 $ab=$_____，$\lg a+\lg b=$_____.

14．已知点□是直线□ = □ + 1上的动点，点□是抛物线□ = □^{2}上的动点.设点□为线段□□的中点，□为原点，则|□□|的最小值为_____.

15．如图 $\triangle ABC$ 是由 3 个全等的三角形与中间的一个小等边三角形拼成的一个大等边三角形，设 $DF=2AF$，$AB=\sqrt{13}$，则 $\triangle EDF$ 的面积为_____.



16．已知 F 是抛物线 $C: y^2=2x$ 的焦点，M 是 C 上一点，FM 的延长线交 y 轴于点 N．若 M 为 FN 的中点，则 $|FN|=$_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）已知集合 $A=\left\{x\mid \log_2\left(x+3\right)\le 3\right\}$，$B=\left\{x\mid 2m-1<x\le m+3\right\}$.

（1）若 $m=3$，则 $A\cup B$；

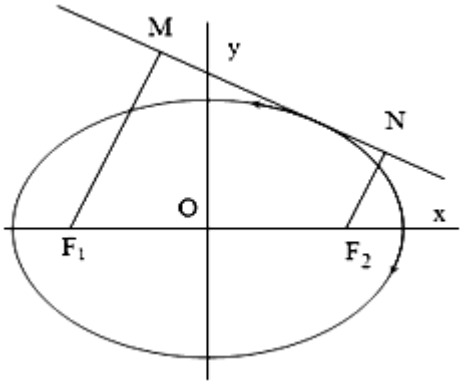
（2）若 $A\cap B=B$，求实数 m 的取值范围.

18.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\sin x}{x}$，$g\left(x\right)=x\cdot\cos x-\sin x$.

（Ⅰ）判断函数 $g\left(x\right)$ 在区间 $\left(0,3\pi\right)$ 上零点的个数，并证明；

（Ⅱ）函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left(0,3\pi\right)$ 上的极值点从小到大分别为 x_1，x_2，证明：$f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)<0$

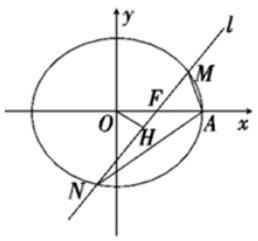
19.（12 分）设点 $F_1\left(-c,0\right)$，$F_2\left(c,0\right)$ 分别是椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1\left(a>1\right)$ 的左、右焦点，P 为椭圆 C 上任意一点，且 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$ 的最小值为 1.



（1）求椭圆 C 的方程；

（2）如图，动直线 $l:y=kx+m$ 与椭圆 C 有且仅有一个公共点，点 M，N 是直线 l 上的两点，且 $F_1M\perp l$，$F_2N\perp l$，求四边形 F_1MNF_2 面积 S 的最大值.

20.（12 分）如图，已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过点 $\left(-\sqrt{2},\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)$，且离心率 $e=\dfrac{1}{2}$，过右焦点 F 且不与坐标轴垂直的直线 l 与椭圆 C 相交于 M,N 两点.



（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）设椭圆C的右顶点为A，线段MN的中点为H，记直线OH，AM，AN的斜率分别为k_0,k_1,k_2，求证：$\dfrac{k_1+k_2}{k_0}$为定值.

21.（12分）已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，且椭圆$C$的一个焦点与抛物线$y^2=4\sqrt{3}x$的焦点重合.过点$E(1,0)$的直线$l$交椭圆$C$于$M\left(x_1,y_1\right)$，$N\left(x_2,y_2\right)$两点，$O$为坐标原点.

（1）若直线l过椭圆C的上顶点，求ΔMON的面积；

（2）若A，B分别为椭圆C的左、右顶点，直线MA，NB，MB的斜率分别为k_1，k_2，k_3，求$k_3\left(k_1+k_2\right)$的值.

22.（10分）已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的两个焦点是$F_1$，$F_2$，$M\left(\sqrt{2},1\right)$在椭圆$C$上，且$\left|MF_1\right|+\left|MF_2\right|=4$，$O$为坐标原点，直线$l$与直线$OM$平行，且与椭圆交于$A$，$B$两点.连接$MA$、$MB$与$x$轴交于点$D$，$E$.

（1）求椭圆C的标准方程；

（2）求证：$\left|\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}\right|$为定值.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

根据焦点到渐近线的距离，可得b，然后根据$b^2=c^2-a^2,e=\dfrac{c}{a}$，可得结果.

【详解】

由题可知：双曲线的渐近线方程为$bx\pm ay=0$

取右焦点$F\left(c,0\right)$，一条渐近线$l:bx-ay=0$

则点F到l的距离为$\dfrac{\left|bc\right|}{\sqrt{b^2+a^2}}=\sqrt{2}$，由$b^2+a^2=c^2$

所以$b=\sqrt{2}$，则$c^2-a^2=2$

又$\frac{c}{a}=3\Rightarrow\frac{c^2}{a^2}=9\Rightarrow a^2=\frac{c^2}{9}$

所以$c^2-\frac{c^2}{9}=2\Rightarrow c=\frac{3}{2}$

所以焦距为：$2c=3$

故选：A

【点睛】

本题考查双曲线渐近线方程，以及a,b,c,e之间的关系，识记常用的结论：焦点到渐近线的距离为b，属基础题.

2、C

【解析】

可分成两类，一类是3个新教师与一个老教师结对，其他一新一老结对，第二类两个老教师各带两个新教师，一个老教师带一个新教师，分别计算后相加即可.

【详解】

分成两类，一类是3个新教师与同一个老教师结对，有$C_5^3A_3^3=60$种结对结对方式，第二类两个老教师各带两个新教师，有$\frac{C_5^2C_3^2A_3^3}{2!}=90$.

∴共有结对方式60＋90＝150种.

故选：C.

【点睛】

本题考查排列组合的综合应用．解题关键确定怎样完成新老教师结对这个事情，是先分类还是先分步，确定方法后再计数．本题中有一个平均分组问题．计数时容易出错．两组中每组中人数都是2，因此方法数为$\frac{C_5^2C_3^2}{2!}$.

3、B

【解析】

设$P(x,y)$，利用两点间的距离公式求出m的表达式，结合基本不等式的性质求出m的最大值时的P点坐标，结合椭圆的定义以及椭圆的离心率公式求解即可.

【详解】

设$P(x,y)$，因为A是抛物线$x^2=4y$的对称轴与准线的交点，点F为抛物线的焦点，

所以 $A(0,-1),F(0,1)$，

则 $m=\dfrac{|PA|}{|PF|}=\sqrt{\dfrac{(y+1)^2+x^2}{(y-1)^2+x^2}}=\sqrt{\dfrac{(y+1)^2+4y}{(y-1)^2+4y}}$

$=\sqrt{1+\dfrac{4y}{y^2+2y+1}}$，

当 $y=0$ 时，$m=1$，

当 $y>0$ 时，$m=\sqrt{1+\dfrac{4y}{y^2+2y+1}}=\sqrt{1+\dfrac{4}{y+\dfrac{1}{y}+2}}\le\sqrt{1+\dfrac{4}{2+2\sqrt{y\cdot\dfrac{1}{y}}}}=\sqrt{2}$，

当且仅当 $y=1$ 时取等号，$\therefore$ 此时 $P(\pm2,1)$，

$|PA|=2\sqrt{2},|PF|=2$，

Q 点 P 在以 A,F 为焦点的椭圆上，$2c=|AF|=2$，

$\therefore$ 由椭圆的定义得 $2a=|PA|+|PF|=2\sqrt{2}+2$，

所以椭圆的离心率 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{2c}{2a}=\dfrac{2}{2\sqrt{2}+2}=\sqrt{2}-1$，故选 **B.**

【点睛】

本题主要考查椭圆的定义及离心率，属于难题.离心率的求解在圆锥曲线的考查中是一个重点也是难点，一般求离心率有以下几种情况：①直接求出 a,c，从而求出 e；②构造 a,c 的齐次式，求出 e；③采用离心率的定义以及圆锥曲线的定义来求解.

4、B

【解析】

首先根据函数 $f(x)$ 的图象分别向左与向右平移 m,n 个单位长度后，所得的两个图像重合，

那么 $m+n=k\cdot T$，利用 $f(x)$ 的最小正周期为 π，从而求得结果.

【详解】

$f(x)$ 的最小正周期为 π，

那么 $\dfrac{\pi}{3}+n=k\pi\ (k\in Z)$，

于是 $n=k\pi-\dfrac{\pi}{3}$，

于是当 $k=1$ 时，n 最小值为 $\dfrac{2\pi}{3}$，

故选 B.

【点睛】

该题考查的是有关三角函数的周期与函数图象平移之间的关系，属于简单题目.

5、D

【解析】

设$B(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，联立直线与抛物线方程，消去x、列出韦达定理，再由直线$x=my$与抛物线的交点求出A点坐标，最后根据$|BD|=3|OA|$，得到方程，即可求出参数的值；

【详解】

解：设$B(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，由$\begin{cases}x=my+m\\y^2=4x\end{cases}$，得$y^2-4my-4m=0$，

$\because\Delta=16m^2+16m>0$，解得$m<-1$或$m>0$，$\therefore y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-4m$.

又由$\begin{cases}x=my\\y^2=4x\end{cases}$，得$y^2-4my=0$，$\therefore y=0$或$y=4m$，$\therefore A(4m^2,4m)$，

$\because|BD|=3|OA|$，

$\therefore(1+m^2)(y_1-y_2)^2=9(16m^4+16m^2)$，

又$\because(y_1-y_2)^2=(y_1+y_2)^2-4y_1y_2=16m^2+16m$，

∴代入解得$m=\frac{1}{8}$.

故选：D

【点睛】

本题考查直线与抛物线的综合应用，弦长公式的应用，属于中档题.

6、D

【解析】

根据图形中的信息，可得频率、平均值的估计、众数、中位数，从而得到答案.

【详解】

对 *A*，从图中数据变化看，*PMI* 值不低于 50%的月份有 4 个，所以 12 个月的 *PMI* 值不低于 50%的频率为$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$，

故 *A* 正确；

对 *B*，由图可以看出，*PMI* 值的平均值低于 50%，故 *B* 正确；

对 *C*，12 个月的 *PMI* 值的众数为 49.4%，故 *C* 正确，；

对 *D*，12 个月的 *PMI* 值的中位数为 49.6%，故 *D* 错误

故选：D.

【点睛】

本题考查频率、平均值的估计、众数、中位数计算，考查数据处理能力，属于基础题.

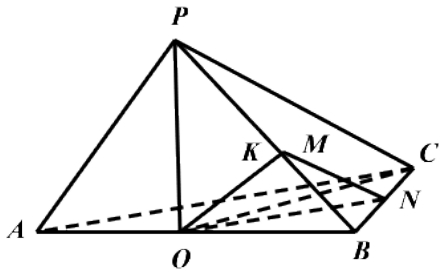
7、C

【解析】

由线面垂直的性质,结合勾股定理可判断①正确; 反证法由线面垂直的判断和性质可判断②错误;由线面角的定义和转化为三棱锥的体积,求得 C 到平面 PAB 的距离的范围,可判断③正确;由面面平行的性质定理可得线面平行,可得④正确.

【详解】

画出图形：



若 O 为 $\triangle ABC$ 的外心，则 $OA=OB=OC=\sqrt{2}$，

$PO\perp$ 平面 ABC,可得 $PO\perp OC$,即 $PC=\sqrt{PO^2+OC^2}=2$，①正确;

$\triangle ABC$ 若为等边三角形，$AP\perp BC$，又 $AP\perp PB$

可得 $AP\perp$ 平面 PBC，即 $AP\perp PC$,由 $PO\perp OC$ 可得

$PC=\sqrt{PO^2+OC^2}=\sqrt{2+6}=2\sqrt{2}=AC$，矛盾，②错误;

若 $\angle ACB=90°$，设 PC 与平面 PAB 所成角为 θ

可得 $OC=OA=OB=\sqrt{2},\quad PC=2$，

设 C 到平面 PAB 的距离为 d

由 $V_{C-PAB}=V_{P-ABC}$ 可得

$$\frac{1}{3}d\cdot\frac{1}{2}\cdot2\cdot2=\frac{1}{3}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}AC\cdot BC$$

即有 $AC\cdot BC=2\sqrt{2}d$,, $\frac{AC^2+BC^2}{2}=4$，当且仅当 $AC=BC=2$ 取等号.

可得 d 的最大值为 $\sqrt{2}$，$\sin\theta=\frac{d}{2}$，$\frac{\sqrt{2}}{2}$

即 θ 的范围为 $\left(0,\frac{\pi}{4}\right]$，③正确；

取 BC 中点 N，PB 的中点 K，连接 OK,ON,KN

由中位线定理可得平面 $OKN//$ 平面 PAC

可得 M 在线段 KN 上，而 $KN=\frac{1}{2}PC=2$，可得④正确；

所以正确的是：①③④

故选：C

【点睛】

此题考查立体几何中与点、线、面位置关系有关的命题的真假判断，处理这类问题，可以用已知的定理或性质来证明，也可以用反证法来说明命题的不成立.属于一般性题目.

8、A

【解析】

作出不等式组表示的可行域，然后对四个选项一一分析可得结果.

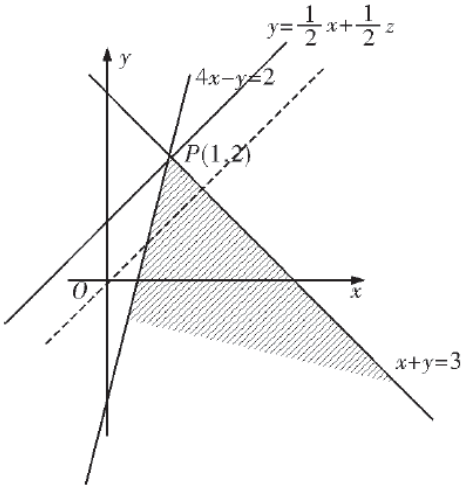
【详解】

作出可行域如图所示，当 $x=1,y=2$ 时，$(2y-x)_{\max}=3$，即 $2y-x$ 的取值范围为 $(-\infty,3]$，所以

$\forall(x,y)\in D,2y-x$„ $5,p_1$ 为真命题；

$\exists(x,y)\in D,2y-x$... $2,p_2$ 为真命题；p_3,p_4 为假命题.

故选：A



【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/308057123043006061