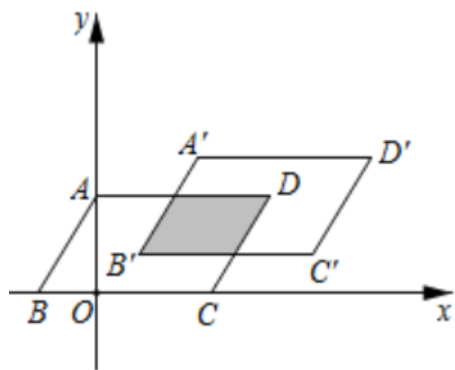


一、解答题

1. 如图，在平面直角坐标系中，四边形 $ABCD$ 各顶点的坐标分别为 $A(0,3)$ ， $B(-1,0)$ ， $C(4,0)$ ， $D(5,3)$ ，现将四边形 $ABCD$ 经过平移后得到四边形 $A'B'C'D'$ ，点 B 的对应点 B' 的坐标为 $(1,1)$ 。



- (1) 请直接写点 A' 、 C' 、 D' 的坐标；
 - (2) 求四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 重叠部分的面积；
 - (3) 在 y 轴上是否存在一点 M ，连接 MB 、 MC ，使 $S_{\triangle MBC} = S_{\text{四边形}ABCD}$ ，若存在这样一点，求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由。
2. 如图， $MN \parallel GH$ ，点 A 、 B 分别在直线 MN 、 GH 上，点 O 在直线 MN 、 GH 之间，若 $\angle NAO = 116^\circ$ ， $\angle OBH = 144^\circ$ 。
- (1) $\angle AOB = \underline{\quad}^\circ$ ；
 - (2) 如图2，点 C 、 D 是 $\angle NAO$ 、 $\angle GBO$ 角平分线上的两点，且 $\angle CDB = 35^\circ$ ，求 $\angle ACD$ 的度数；
 - (3) 如图3，点 F 是平面上的一点，连结 FA 、 FB ， E 是射线 FA 上的一点，若 $\angle MAE = n\angle OAE$ ， $\angle HBF = n\angle OBF$ ，且 $\angle AFB = 60^\circ$ ，求 n 的值。

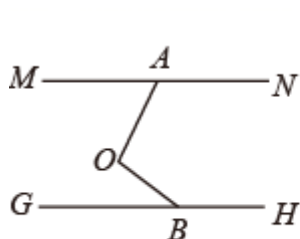


图1

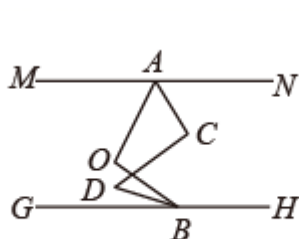


图2

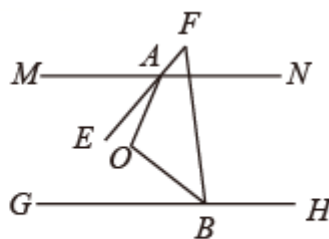


图3

3. 已知， $AB \parallel CD$ 。点 M 在 AB 上，点 N 在 CD 上。

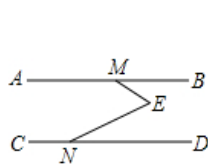


图1

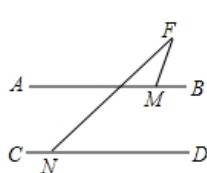


图2

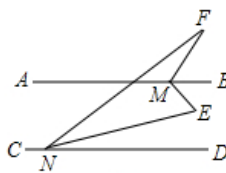


图3

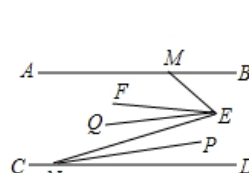


图4

(1) 如图1中, $\angle BME$ 、 $\angle E$ 、 $\angle END$ 的数量关系为:

; (不需要证明); 如图2中, $\angle BMF$ 、 $\angle F$ 、 $\angle FND$ 的数量关系为:

; (不需要证明)

(2) 如图

3中, NE 平分 $\angle FND$, MB 平分 $\angle FME$, 且 $2\angle E + \angle F = 180^\circ$, 求 $\angle FME$ 的度数;

(3) 如图4中, $\angle BME = 60^\circ$, EF 平分 $\angle MEN$, NP 平分 $\angle END$, 且 $EQ \parallel NP$, 则 $\angle FEQ$ 的大小是否发生变化, 若变化, 请说明理由, 若不变化, 求出 $\angle FEQ$ 的度数.

4. 点 A , C , E 在直线 l 上, 点 B 不在直线 l 上, 把线段 AB 沿直线 l 向右平移得到线段 CD .

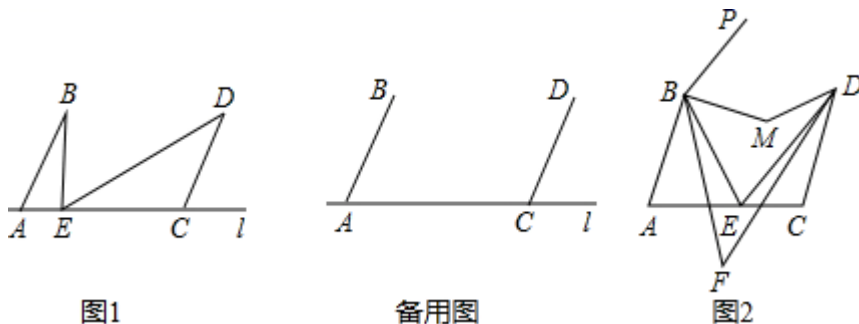


图1

备用图

图2

(1) 如图1, 若点 E 在线段 AC 上, 求证: $\angle B + \angle D = \angle BED$;

(2) 若点 E 不在线段 AC 上, 试猜想并证明 $\angle B$, $\angle D$, $\angle BED$ 之间的等量关系;

(3) 在 (1) 的条件下, 如图2所示, 过点 B 作 $PB \parallel ED$, 在直线 BP , ED 之间有点 M , 使得 $\angle ABE = \angle EBM$, $\angle CDE = \angle EDM$, 同时点 F 使得 $\angle ABE = n \angle EBF$, $\angle CDE = n \angle EDF$, 其中 $n \geq 1$, 设 $\angle BMD = m$, 利用 (1) 中的结论求 $\angle BFD$ 的度数 (用含 m , n 的代数式表示).

5. 已知: 直线 $AB \parallel CD$, M , N 分别在直线 AB , CD 上, H 为平面内一点, 连 HM , HN .

(1) 如图1, 延长 HN 至 G , $\angle BMH$ 和 $\angle GND$ 的角平分线相交于点 E . 求证: $2\angle MEN - \angle MHN = 180^\circ$;

(2) 如图2, $\angle BMH$ 和 $\angle HND$ 的角平分线相交于点 E .

① 请直接写出 $\angle MEN$ 与 $\angle MHN$ 的数量关系: _____;

② 作 MP 平分 $\angle AMH$, $NQ \parallel MP$ 交 ME 的延长线于点 Q , 若 $\angle H = 140^\circ$, 求 $\angle ENQ$ 的度数. (可直接运用 ① 中的结论)

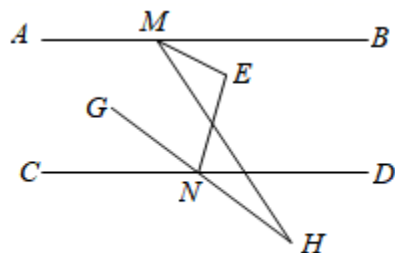


图1

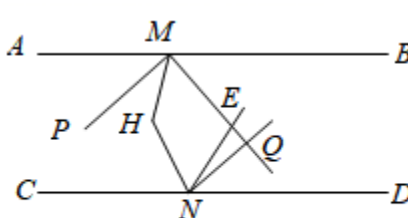


图2

6. 如图, 直线 $AB \parallel$ 直线 CD , 线段 $EF \parallel CD$, 连接 BF 、 CF .

(1) 求证: $\angle ABF + \angle DCF = \angle BFC$;

(2) 连接 BE 、 CE 、 BC , 若 BE 平分 $\angle ABC$, $BE \perp CE$, 求证: CE 平分 $\angle BCD$;

(3) 在 (2) 的条件下, G 为 EF 上一点, 连接 BG , 若 $\angle BFC = \angle BCF$, $\angle FBG = 2\angle ECF$, $\angle CBG = 70^\circ$, 求 $\angle FBE$ 的度数.

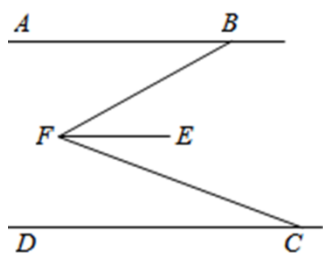


图1

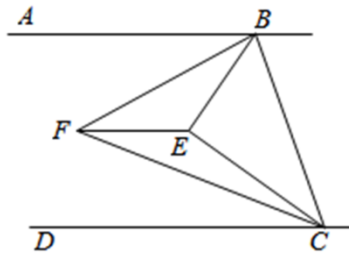


图2

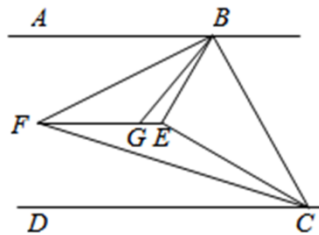


图3

7. 定义：如果 $2^b = n$ ，那么称 b 为 n 的布谷数，记为 $b = g(n)$ 。

例如：因为 $2^3 = 8$ ，所以 $g(8) = g(2^3) = 3$ ，

因为 $2^{10} = 1024$ ，

所以 $g(1024) = g(2^{10}) = 10$ 。

(1) 根据布谷数的定义填空： $g(2) = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $g(32) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 布谷数有如下运算性质：

若 m, n 为正整数，则 $g(mn) = g(m) + g(n)$ ， $g\left(\frac{m}{n}\right) = g(m) - g(n)$ 。

根据运算性质解答下列各题：

① 已知 $g(7) = 2.807$ ，求 $g(14)$ 和 $g\left(\frac{7}{4}\right)$ 的值；

② 已知 $g(3) = p$ ，求 $g(18)$ 和 $g\left(\frac{3}{16}\right)$ 的值。

8. 下列等式： $\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ ，将以上三个等式两边分别相加得：

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

(1) 观察发现： $\frac{1}{n(n+1)} = \underline{\hspace{2cm}} \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 初步应用：利用 (1) 的结论，解决以下问题“①把 $\frac{1}{12}$ 拆成两个分子为1的真的真分数之差，即 $\frac{1}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；②把 $\frac{1}{12}$ 拆成两个分子为1的真的真分数之和，即 $\frac{1}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(3) 定义“ $\otimes$ ”是一种新的运算，若 $\frac{1}{1} \otimes 2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ ， $\frac{1}{2} \otimes 3 = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}$ ，

$\frac{1}{4} \otimes 4 = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56}$ ，求 $\frac{1}{3} \otimes 9$ 的值。

9. 对于实数 a ，我们规定：用符号 $[\sqrt{a}]$ 表示不大于 $\sqrt{a}$ 的最大整数，称 $[\sqrt{a}]$ 为 a 的根整数，

例如： $[\sqrt{9}] = 3$ ， $[\sqrt{10}] = 3$ 。

(1) 仿照以上方法计算： $[\sqrt{4}] = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $[\sqrt{26}] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $[\sqrt{x}] = 1$ ，写出满足题意的 x 的整数值 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

如果我们对 a 连续求根整数，直到结果为1为止．例如：对10连续求根整数2次 $\lceil\sqrt{10}\rceil=3 \rightarrow \lceil\sqrt{3}\rceil=1$ ，这时候结果为1．

(3)对100连续求根整数，____次之后结果为1．

(4)只需进行3次连续求根整数运算后结果为1的所有正整数中，最大的是____．

10. 阅读材料，解答问题：如果一个四位自然数，十位数字是千位数字的2倍与百位数字的差，个位数字是千位数字的2倍与百位数字的和，则我们称这个四位数“依赖数”，例如，自然数2135，其中 $3=2\times 2-1$ ， $5=2\times 2+1$ ，所以2135是“依赖数”．

(1)请直接写出最小的四位依赖数；

(2)若四位依赖数的后三位表示的数减去百位数字的3倍得到的结果除以7余3，这样的数叫做“特色数”，求所有特色数．

(3)已知一个大于1的正整数 m 可以分解成 $m=pq+n^4$ 的形式($p\leq q$ ， $n\leq b$ ， p ， q ， n 均为正整数)，在 m 的所有表示结果中，当 $nq-np$ 取得最小时，称“ $m=pq+n^4$ ”是 m 的“最小分解”

，此时规定： $F(m)=\frac{q+n}{p+n}$ ，例： $20=1\times 4+2^4=2\times 2+2^4=1\times 19+1^4$ ，因为 $1\times 19-1\times 1>2\times 4-2\times 1>2\times 2-2\times 2$ ，所以 $F(20)=\frac{2+2}{2+2}=1$ ，求所有“特色数”的 $F(m)$ 的最大值．

11. 对非负实数 x “四舍五入”到各位的值记为 $\langle x \rangle$ ．即：当 n 为非负整数时，如果 $n-\frac{1}{2}\leq x < n+\frac{1}{2}$ ，则 $\langle x \rangle=n$ ；反之，当 n 为非负整数时，如果 $\langle x \rangle=n$ ，则 $n-\frac{1}{2}\leq x < n+\frac{1}{2}$ ．

例如： $\langle 0 \rangle=\langle 0.48 \rangle=0$ ， $\langle 0.64 \rangle=\langle 1.49 \rangle=1$ ， $\langle 3.5 \rangle=\langle 4.12 \rangle=4$ ．

(1)计算： $\langle 1.87 \rangle=$ ____； $\langle \pi \rangle=$ ____；

(2)①求满足 $\langle x-1 \rangle=2$ 的实数 x 的取值范围，

②求满足 $\langle x \rangle=\frac{4}{3}x$ 的所有非负实数 x 的值；

(3)若关于 x 的方程 $\frac{1-\langle a \rangle x}{2}+x-2=-\frac{1}{2}$ 有正整数解，求非负实数 a 的取值范围．

12. 对于有理数 a 、 b ，定义了一种新运算“ $\ast$ ”为： $a\ast b=\begin{cases} 2a-b(a\geq b) \\ a-\frac{2}{3}b(a<b) \end{cases}$

如： $5\ast 3=2\times 5-3=7$ ， $1\ast 3=1-\frac{2}{3}\times 3=-1$ ．

(1)计算：① $2\ast (-1)=$ ____；② $(-4)\ast (-3)=$ ____；

(2)若 $3\ast m=-1+3x$ 是关于 x 的一元一次方程，且方程的解为 $x=2$ ，求 m 的值；

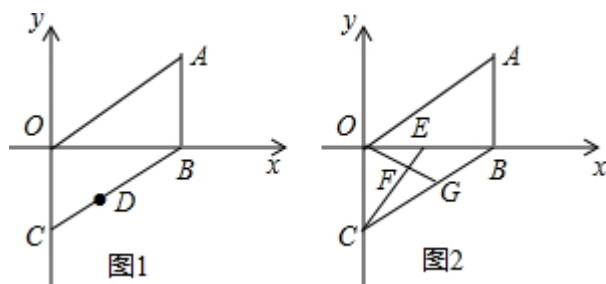
(3)若 $A=-x^3+4x^2-x+1$ ， $B=-x^3+6x^2-x+2$ ，且 $A\ast B=-3$ ，求 $2x^3+2x$ 的值．

13. 已知，在平面直角坐标系中， $AB\perp x$ 轴于点 B ，点 $A(a,b)$ 满足 $\sqrt{a-4}+|b-2|=0$ ，平移线段 AB 使点 A 与原点重合，点 B 的对应点为点 C ．

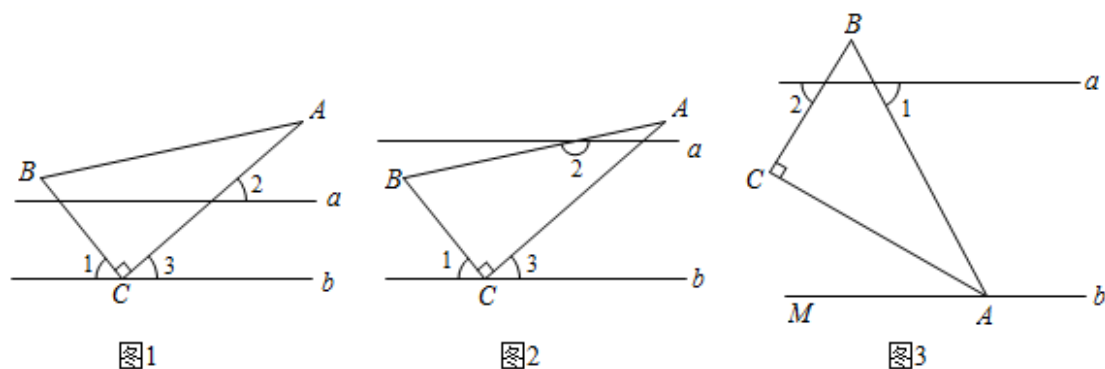
(1)则 $a=$ ____， $b=$ ____，点 C 坐标为____；

(2)如图1，点 $D(m,n)$ 在线段 BC 上，求 m ， n 满足的关系式；

(3) 如图2, E 是线段 OB 上一动点, 以 OB 为边作 $\angle BOG = \angle AOB$, 交 BC 于点 G , 连 CE 交 OG 于点 F , 当点 E 在线段 OB 上运动过程中, $\frac{\angle OFC + \angle FCG}{\angle OEC}$ 的值是否会发生变化? 若变化请说明理由, 若不变, 请求出其值.



14. 综合与实践课上, 同学们以“一个直角三角形和两条平行线”为背景开展数学活动, 如图, 已知两直线 a, b , 且 $a \parallel b$, $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle BCA = 90^\circ$, 操作发现:

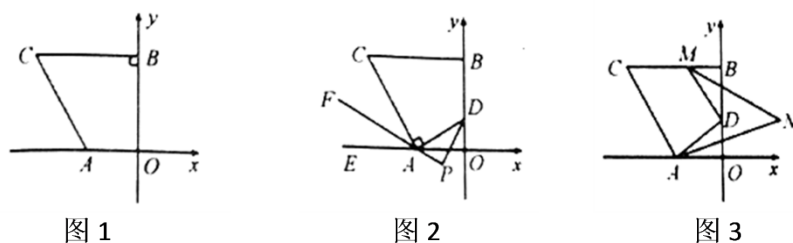


(1) 如图1. 若 $\angle 1 = 48^\circ$, 求 $\angle 2$ 的度数;

(2) 如图2, 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle 1$ 的度数不确定, 同学们把直线 a 向上平移, 并把 $\angle 2$ 的位置改变, 发现 $\angle 2 - \angle 1 = 120^\circ$, 请说明理由.

(3) 如图3, 若 $\angle A = 30^\circ$, AC 平分 $\angle BAM$, 此时发现 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 又存在新的数量关系, 请写出 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的数量关系并说明理由.

15. 如图1, C 点是第二象限内一点, $CB \perp y$ 轴于 B , 且 $B(0, b)$ 是 y 轴正半轴上一点, $A(a, 0)$ 是 x 轴负半轴上一点, 且 $|a+2| + (b-3)^2 = 0$, $S_{\text{四边形}AOBC} = 9$.



(1) A (), B ()

(2) 如图2, 设 D 为线段 OB 上一动点, 当 $AD \perp AC$ 时, $\angle ODA$ 的角平分线与 $\angle CAE$ 的角平分线的反向延长线交于点 P , 求 $\angle APD$ 的度数: (注: 三角形三个内角的和为 180°)

(3) 如图3, 当 D 点在线段 OB 上运动时, 作 $DM \perp AD$ 交 CB 于 M , $\angle BMD, \angle DAO$ 的平分线交于 N , 当 D 点在运动的过程中, $\angle N$ 的大小是否变化? 若不变, 求出其值; 若变化, 请说明理由.

16. 我们定义，关于同一个未知数的不等式 A 和 B ，若 A 的解都是 B 的解，则称 A 与 B 存在“雅含”关系，且 A 不等式称为 B 不等式的“子式”。

如 $A: x < 0$ ， $B: x < 1$ ，满足 A 的解都是 B 的解，所以 A 与 B 存在“雅含”关系， A 是 B 的“子式”。

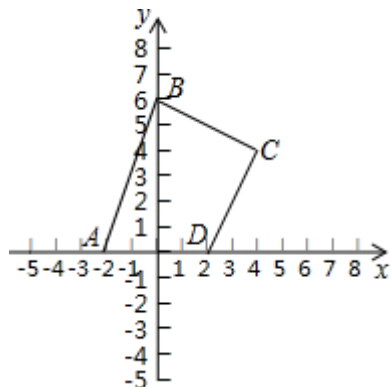
(1) 若关于 x 的不等式 $A: x + 2 > 1$ ， $B: x > 3$ ，请问 A 与 B 是否存在“雅含”关系，若存在，请说明谁是谁的“子式”；

(2) 已知关于 x 的不等式 $C: \frac{x-1}{2} < \frac{a+1}{3}$ ， $D: 2x - (3-x) < 3$ ，若 C 与 D 存在“雅含”关系，且 C 是 D 的“子式”，求 a 的取值范围；

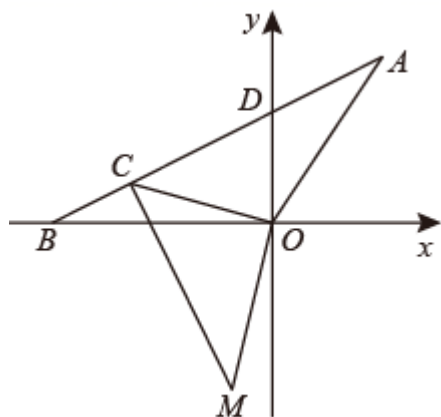
(3) 已知 $2m + n = k$ ， $m - n = 3$ ， $m \geq \frac{1}{2}$ ， $n < -1$ ，且 k 为整数，关于 x 的不等式 $P: kx + 6 > x + 4$ ， $Q: 6(2x - 1) \leq 4x + 2$ ，请分析是否存在 k ，使得 P 与 Q 存在“雅含”关系，且 Q 是 P 的“子式”，若存在，请求出 k 的值，若不存在，请说明理由。

17. 如图：在四边形 $ABCD$ 中， A 、 B 、 C 、 D 四个点的坐标分别是： $(-2, 0)$ 、 $(0, 6)$ 、 $(4, 4)$ 、 $(2, 0)$ 现将四边形 $ABCD$ 先向上平移 1 个单位，再向左平移 2 个单位，平移后的四边形是 $A'B'C'D'$

- (1) 请画出平移后的四边形 $A'B'C'D'$ （不写画法），并写出 A' 、 B' 、 C' 、 D' 四点的坐标。
- (2) 若四边形内部有一点 P 的坐标为 (a, b) 写点 P 的对应点 P' 的坐标。
- (3) 求四边形 $ABCD$ 的面积。



18. 如图，在平面直角坐标系中， O 为坐标原点，点 $A(a, b)$ 、 $B(c, 0)$ ，其中 a, b, c 满足 $|a-2| + (b-3)^2 + \sqrt{c+4} = 0$ ， D 为直线 AB 与 y 轴的交点， C 为线段 AB 上一点，其纵坐标为 t 。



- (1) 求 a, b, c 的值;
 (2) 当 t 为何值时, $VBOC$ 和 $VAOD$ 面积的相等;
 (3) 若点 C 坐标为 $(-2, 1)$, 点 $M(m, -$

3) 在第三象限内, 满足 $S_{VMOC} \geq 5$, 求 m 的取值范围.

(注: S_{VMOC} 表示 $VMOC$ 的面积)

19. 阅读下列材料, 解答下面的问题:

我们知道方程 $2x + 3y = 12$ 有无数个解, 但在实际生活中我们往往只需求出其正整数解.

例: 由 $2x + 3y = 12$, 得: $y = \frac{12-2x}{3} = 4 - \frac{2x}{3}$, (x, y 为正整数)

$\therefore \begin{cases} x > 0 \\ 12-2x > 0 \end{cases}$, 则有 $0 < x < 6$. 又 $y = 4 - \frac{2x}{3}$ 为正整数, 则 $\frac{2x}{3}$ 为正整数. 由 2 与 3 互质, 可知

: x 为 3 的倍数, 从而 $x=3$, 代入 $y = 4 - \frac{2x}{3} = 2 \therefore 2x+3y=12$ 的正整数解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$

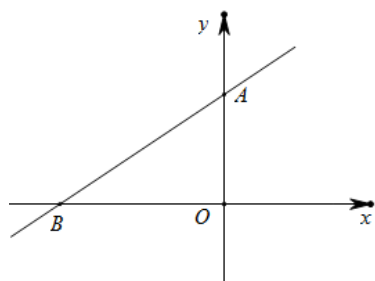
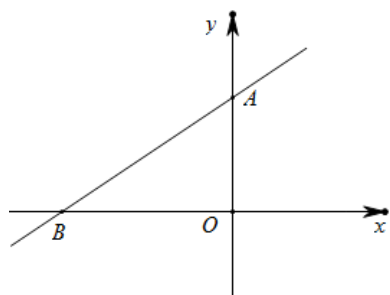
问题:

(1) 请你写出方程 $2x + y = 5$ 的一组正整数解: _____.

(2) 若 $\frac{6}{x-2}$ 为自然数, 则满足条件的 x 值为_____.

(3) 七年级某班为了奖励学习进步的学生, 购买了单价为 3 元的笔记本与单价为 5 元的钢笔两种奖品, 共花费 35 元, 问有几种购买方案?

20. 如图, 已知 $A(0, a)$, $B(b, 0)$, 且满足 $|a-4| + \sqrt{b+6} = 0$.



(1) 求 A, B 两点的坐标;

(2) 点 $C(m, n)$ 在线段 AB 上, m, n 满足 $n-m=5$, 点 D 在 y 轴负半轴上, 连 CD 交 x 轴的负半轴于点 M , 且 $S_{\triangle MBC} = S_{\triangle MOD}$, 求点 D 的坐标;

(3) 平移直线 AB , 交 x 轴正半轴于 E , 交 y 轴于 F , P 为直线 EF

上第三象限内的点，过 P 作 $PG \perp x$ 轴于 G ，若 $A_{\triangle PAB} = 20$ ，且 $GE = 12$ ，求点 P 的坐标.

21. 阅读下面资料:

小明遇到这样一个问题: 如图1, 对面积为 a 的 $\triangle ABC$ 逐次进行以下操作: 分别延长 AB 、 BC 、 CA 至 A_1 、 B_1 、 C_1 , 使得 $A_1B = 2AB$, $B_1C = 2BC$, $C_1A = 2CA$, 顺次连接 A_1 、 B_1 、 C_1 , 得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 记其面积为 S_1 , 求 S_1 的值.

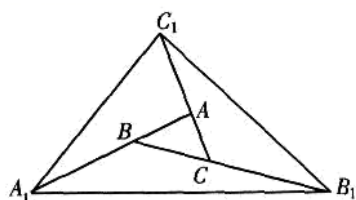


图1

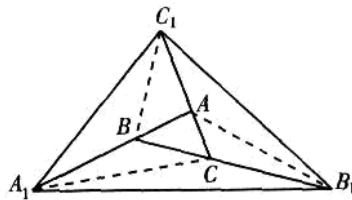


图2

小明是这样思考和解决这个问题的: 如图2, 连接 A_1C 、 B_1A 、 C_1B , 因为 $A_1B = 2AB$, $B_1C = 2BC$, $C_1A = 2CA$, 根据等高两三角形的面积比等于底之比, 所以 $S_{\triangle A_1BC} = S_{\triangle B_1CA} = S_{\triangle C_1AB} = S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABC} = 2a$, 由此继续推理, 从而解决了这个问题.

(1) 直接写出 $S_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ (用含字母 a 的式子表示).

请参考小明同学思考问题的方法, 解决下列问题:

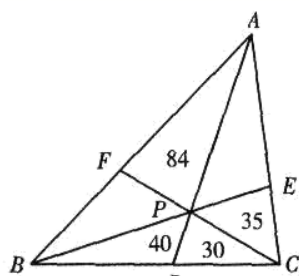


图3

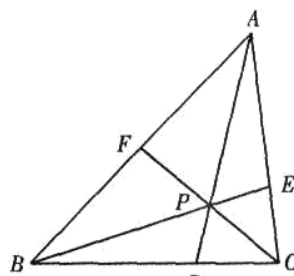


图4

(2) 如图3, P 为 $\triangle ABC$ 内一点, 连接 AP 、 BP 、 CP 并延长分别交边 BC 、 AC 、 AB 于点 D 、 E 、 F , 则把 $\triangle ABC$ 分成六个小三角形, 其中四个小三角形面积已在图上标明, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

(3) 如图4, 若点 P 为 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的中线 CF 的中点, 求 $S_{\triangle APE}$ 与 $S_{\triangle BPF}$ 的比值.

22. 甲从 A 地出发步行到 B 地, 乙同时从 B 地步行出发至 A 地, 2 小时后在中途相遇, 相遇后, 甲、乙步行速度都提高了 1 千米/小时. 若设甲刚出发时的速度为 a 千米/小时, 乙刚出发的速度为 b 千米/小时.

(1) A 、 B 两地的距离可以表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 千米 (用含 a 、 b 的代数式表示);

(2) 甲从 A 到 B 所用的时间是: $\underline{\hspace{2cm}}$ 小时 (用含 a 、 b 的代数式表示);

乙从 B 到 A 所用的时间是: $\underline{\hspace{2cm}}$ 小时 (用含 a 、 b 的代数式表示).

(3) 若当甲到达 B 地后立刻按原路向 A 返行, 当乙到达 A 地后也立刻按原路向 B 地返行. 甲乙二人在第一次相遇后 3 小时 36 分钟又再次相遇, 请问 AB 两地的距离为多少?

23. 用如图1的长方形和正方形铁片 (长方形的宽与正方形的边长相等) 作侧面和底面、做成如图2的竖式和横式的两种无盖的长方体容器,

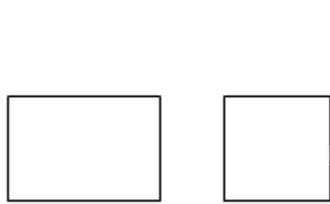


图 1

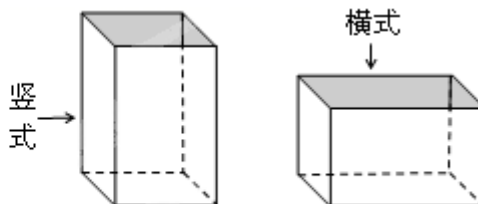


图 2

(1) 现有长方形铁片2014张，正方形铁片1176张，如果将两种铁片刚好全部用完，那么可加工成竖式和横式长方体容器各有几个？

(2) 现有长方形铁片 a 张，正方形铁片 b 张，如果加工这两种容器若干个，恰好将两种铁片刚好全部用完，则 $a+b$ 的值可能是（ ）

- A. 2019 B. 2020 C. 2021 D. 2022

(3) 给长方体容器加盖可以加工成铁盒，先工厂仓库有35张铁皮可以裁剪成长方形和正方形铁片，用来加工铁盒，已知1张铁皮可裁剪出3张长方形铁片或4张正方形铁片，也可以裁剪出1张长方形铁片和2张正方形铁片，请问怎样充分利用这35张铁皮，最多可以加工成多少个铁盒？

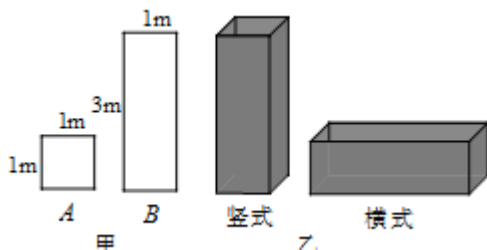
24. 某小区准备新建60个停车位，以解决小区停车难的问题，已知新建2个地上停车位和3个地下停车位共需1.7万元；新建4个地上停车位和2个地下停车位共需1.4万元，

(1) 该小区新建1个地上停车位和1个地下停车位各需多少万元？

(2) 若该小区新建车位的投资金额超过14万元而不超过15万元，问共有几种建造方案？

(3) 对(2)中的几种建造方案中，哪种方案的投资最少？并求出最少投资金额。

25. 某工厂准备用图甲所示的A型正方形板材和B型长方形板材，制作成图乙所示的竖式和横式两种无盖箱子。



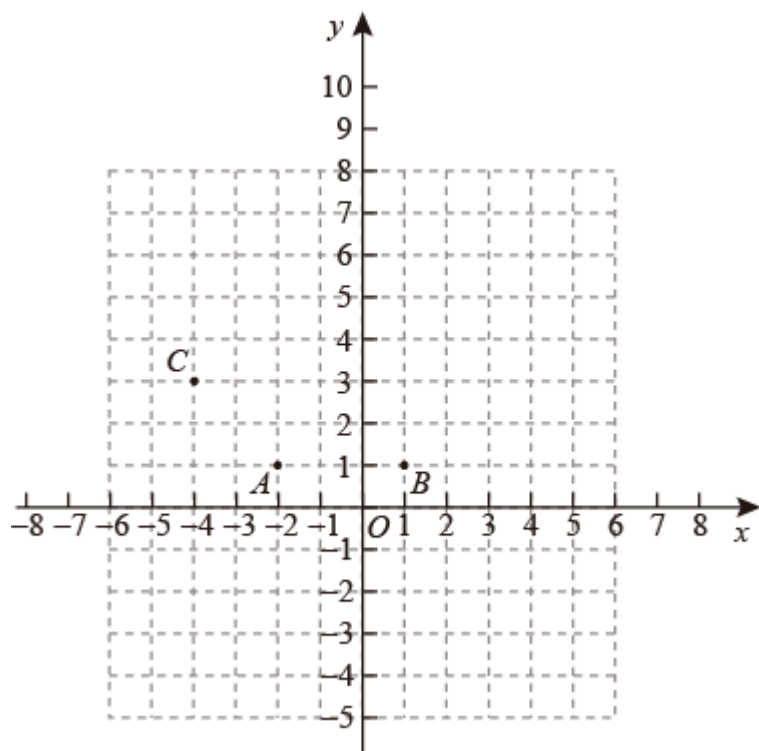
(1) 若现有A型板材150张，B型板材300张，可制作竖式和横式两种无盖箱子各多少个？

(2) 若该工厂准备用不超过24000元资金去购买A、B两种型号板材，制作竖式、横式箱子共100个，已知A型板材每张20元，B型板材每张60元，问最多可以制作竖式箱子多少个？

(3) 若该工厂新购得65张规格为 $3m \times 3m$ 的C型正方形板材，将其全部切割成A型或B型板材（不计损耗），用切割的板材制作两种类型的箱子，要求竖式箱子不少于10个，且材料恰好用完，则最多可以制作竖式箱子多少个？

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A ， B ， P 不在同一条直线上，对于点 P 和线段 AB 给出如下定义：过点 P 向线段 AB 所在直线作垂线，若垂足 Q 落在线段 AB 上，则称点 P 为线段 AB 的内垂点。若垂足 Q 满足 $|AQ|$

$|BQ|$ 最小，则称点 P 为线段 AB 的最佳内垂点。已知点 $A(-2, 1)$ ， $B(1, 1)$ ， $C(-4, 3)$ 。



- (1) 在点 $P_1(2, 3)$ 、 $P_2(-5, 0)$ 、 $P_3(-1, -2)$ 、 $P_4(-\frac{1}{2}, 4)$ 中，线段 AB 的内垂点为 _____；
- (2) 点 M 是线段 AB 的最佳内垂点且到线段 AB 的距离是 2，则点 M 的坐标为 _____；
- (3) 点 N 在 y 轴上且为线段 AC 的内垂点，则点 N 的纵坐标 n 的取值范围是 _____；
- (4) 已知点 $D(m, 0)$ 、 $E(m+4, 0)$ 、 $F(2m, 3)$ 。若线段 CF 上存在线段 DE 的最佳内垂点，求 m 的取值范围。

27. 请阅读求绝对值不等式 $|x| < 3$ 和 $|x| > 3$ 的解的过程。

对于绝对值不等式 $|x| < 3$ ，从图1的数轴上看：大于 -3 而小于 3 的数的绝对值小于 3，所以 $|x| < 3$ 的解为 $-3 < x < 3$ ；

对于绝对值不等式 $|x| > 3$ ，从图2的数轴上看：小于 -3 或大于 3 的数的绝对值大于 3，所以 $|x| > 3$ 的解为 $x < -3$ 或 $x > 3$ 。

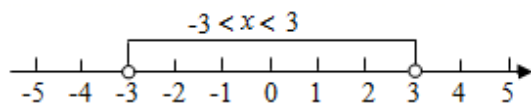


图 1

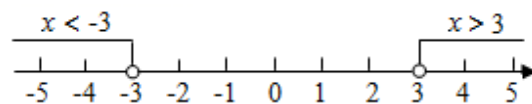
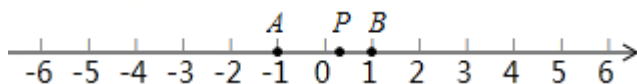


图 2

- (1) 求绝对值不等式 $|x-3| > 2$ 的解
- (2) 已知绝对值不等式 $|2x-1| < a$ 的解为 $b < x < 3$ ，求 $a-2b$ 的值
- (3) 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x-y=3m-4 \\ x+4y=-6m+1 \end{cases}$ 的解满足 $|x+y| \leq 2$ ，其中 m 是负整数，求 m 的值。

28. 如图，数轴上两点 A, B 对应的数分别是 -1, 1，点 P 是线段 AB 上一动点，给出如下定义：如果在数轴上存在动点 Q ，满足 $|PQ|=2$ ，那么我们把这样的点 Q

表示的数称为连动数，特别地，当点Q表示的数是整数时我们称为连动整数。



(1) $-3, 0, 2.5$ 是连动数的是_____；

(2) 关于 x 的方程 $2x - m = x + 1$ 的解满足是连动数，求 m 的取值范围_____；

(3) 当不等式组 $\begin{cases} \frac{x+1}{2} > -1 \\ 1+2(x-a) \leq 3 \end{cases}$ 的解集中恰好有4个解是连动整数时，求 a 的取值范围。

29. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 坐标为 $(0,4)$ ，点 B 坐标为 $(4,0)$ ，过点 $C(3,0)$ 作直线 $CD \perp x$ 轴，垂足为 C ，交线段 AB 于点 D 。

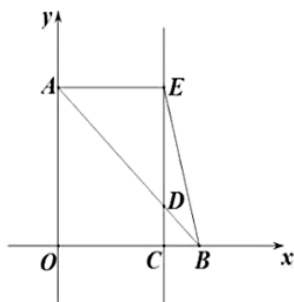


图1

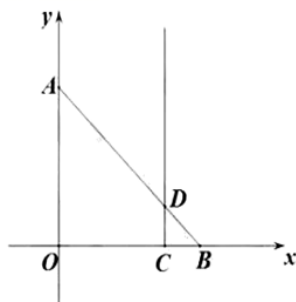


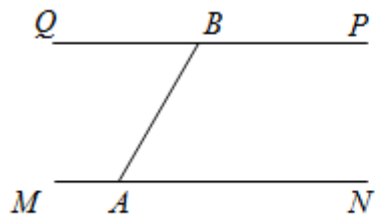
图2

(1) 如图1，过点 A 作 $AE \perp CD$ ，垂足为 E ，连接 BE 。

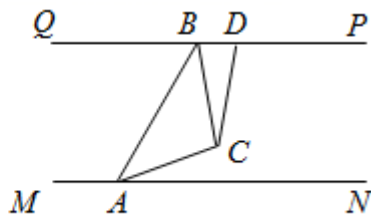
①填空： $\triangle ABE$ 的面积为_____；②点 P 为直线 CD 上一动点，当 $S_{\triangle PAB} = S_{\triangle AOB}$ 时，求点 P 的坐标；

(2) 如图2，点 Q 为线段 CD 延长线上一点，连接 BQ ， OQ ，线段 OQ 交 AB 于点 F ，若 $S_{\triangle AOF} = S_{\triangle QBF}$ ，请直接写出点 Q 的坐标为_____。

30. 我区防汛指挥部在一河道的危险地带两岸各安置一探照灯，便于夜间查看江水及两岸河堤的情况。如图1，灯 A 光射线自 AM 顺时针旋转至 AN 便立即逆时针旋转至 AM ，如此循环灯 B 光射线自 BP 顺时针旋转至 BQ 便立即逆时针旋转至 BP ，如此循环。两灯交叉照射且不间断巡视。若灯 A 转动的速度是 a 度/秒，灯 B 转动的速度是 b 度/秒，且 a, b 满足 $(a-4b)^2 + (a+b-5)^2 = 0$ 。若这一带江水两岸河堤相互平行，即 $PQ \parallel MN$ ，且 $\angle BAN = 60^\circ$ 。根据相关信息，解答下列问题。



(图1)



(图2)

(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若灯 B 的光射线先转动24秒，灯 A 的光射线才开始转动，在灯 B 的光射线到达 BQ 之前，灯 A 转动几秒，两灯的光射线互相平行？

(3) 如图2，若两灯同时开始转动照射，在灯 A 的光射线到达 AN

之前，若两灯射出的光射线交于点 C ，过点 C 作 $CD \perp AC$ 交 PQ 于点 D ，则在转动的过程中， $\angle BAC$ 与 $\angle BCD$ 间的数量关系是否发生变化？若不变，请求出这两角间的数量关系；若改变，请求出各角的取值范围。

【参考答案】***试卷处理标记，请不要删除

一、解答题

1. (1) $A'(2,4)$, $C'(6,1)$, $D'(7,4)$; (2) $\frac{20}{3}$; (3) 存在, (0.6) 或 $(0,-6)$

【分析】

(1) 先确定平移的规则，然后根据平移的规则，求出点的坐标即可；

(2) 由平移的性质可知，重叠部分为平行四边形，且底边长为3，高为2，即可求出面积；

(3) 设 M 点的坐标为 $(0, b)$ ，先求出平行四边形 $ABCD$ 的面积，然后利用三角形的面积公式，即可求出 b 的值。

【详解】

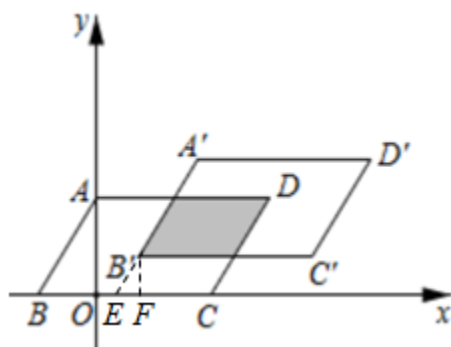
解：(1) $\because B(-1,0)$, $B'(1,1)$,

$\therefore$ 平移的规则为：向右平移2个单位，向上平移一个单位；

$\therefore A(0,3)$, $C(4,0)$, $D(5,3)$,

$\therefore A'(2,4)$, $C'(6,1)$, $D'(7,4)$;

(2) 如图，延长 $A'B'$ 交 x 轴于点 E ，过点 B' 做 $DF \perp B'C$ 于 F



由平移可知，重叠部分为平行四边形，高为2，

$\angle B'EF = \angle ABO$, $\angle B'FE = \angle AOB = 90^\circ$

$\therefore \triangle ABO \sim \triangle B'EF$

$\therefore \frac{B'F}{AO} = \frac{EF}{BO}$, $\frac{1}{3} = \frac{EF}{1}$,

$EF = \frac{1}{3}$,

$\therefore EC = OC - OE = OC - (1 - EF) = \frac{10}{3}$

$$\therefore \text{重叠部分的面积为} \frac{10}{3} \times 2 = \frac{20}{3}$$

(3) 存在;

设 M 点的坐标为 $(0, b)$,

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = 5 \times 3 = 15,$$

$$\therefore S_{\triangle MBC} = \frac{1}{2} \times 5 \times |b| = 15,$$

$$\therefore b = \pm 6,$$

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(0, 6)$ 或 $(0, -6)$.

【点睛】

本题考查了平移的性质，平行四边形的性质，坐标与图形，以及求阴影部分的面积，解题的关键是熟练掌握平移的性质进行解题.

2. (1) 100; (2) 75° ; (3) $n=3$.

【分析】

(1) 如图：过 O 作 $OP \parallel MN$ ，由 $MN \parallel OP \parallel GH$ 得 $\angle NAO + \angle POA = 180^\circ$ ， $\angle POB + \angle OBH = 180^\circ$ ，即 $\angle NAO + \angle AOB + \angle OBH = 360^\circ$ ，即可求出 $\angle AOB$;

(2) 如图：分别延长 AC 、 CD 交 GH 于点 E 、 F ，先根据角平分线求得 $\angle NAC = 58^\circ$ ，再根据平行线的性质得到 $\angle CEF = 58^\circ$ ；进一步求得 $\angle DBF = 18^\circ$ ， $\angle DFB = 17^\circ$ ，然后根据三角形外角的性质解答即可；

(3) 设 BF 交 MN 于 K ，由 $\angle NAO = 116^\circ$ ，得 $\angle MAO = 64^\circ$ ，故 $\angle MAE = \frac{n}{n+1} \times 64^\circ$ ，同理 $\angle OBH = 144^\circ$ ， $\angle HBF = n \angle OBF$ ，得 $\angle FBH = \frac{n}{n+1} \times 144^\circ$ ，从而 $\angle BKA = \angle FBH = \frac{n}{n+1} \times 144^\circ$ ，又 $\angle FKN = \angle F + \angle FAK$ ，得 $\frac{n}{n+1} \times 144^\circ = 60^\circ + \frac{n}{n+1} \times 64^\circ$ ，即可求 n .

【详解】

解：(1) 如图：过 O 作 $OP \parallel MN$ ，

$$\therefore MN \parallel GH$$

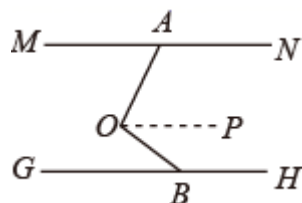
$$\therefore MN \parallel OP \parallel GH$$

$$\therefore \angle NAO + \angle POA = 180^\circ, \angle POB + \angle OBH = 180^\circ$$

$$\therefore \angle NAO + \angle AOB + \angle OBH = 360^\circ$$

$$\therefore \angle NAO = 116^\circ, \angle OBH = 144^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 360^\circ - 116^\circ - 144^\circ = 100^\circ;$$



(2) 分别延长 AC 、 CD 交 GH 于点 E 、 F ,

$AB \parallel CD$ ，根据平行线的性质可求解；

(2) 根据(1)的结论及角平分线的定义可得 $2(\angle BME + \angle END) + \angle BMF - \angle FND = 180^\circ$ ，可求解 $\angle BMF = 60^\circ$ ，进而可求解；

(3) 根据平行线的性质及角平分线的定义可推知 $\angle FEQ = \frac{1}{2} \angle BME$ ，进而可求解。

【详解】

解：(1) 过E作 $EH \parallel AB$ ，如图1，

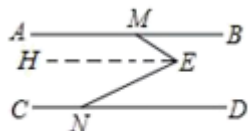


图1

$$\therefore \angle BME = \angle MEH,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore HE \parallel CD,$$

$$\therefore \angle END = \angle HEN,$$

$$\therefore \angle MEN = \angle MEH + \angle HEN = \angle BME + \angle END,$$

$$\text{即 } \angle BME = \angle MEN - \angle END.$$

如图2，过F作 $FH \parallel AB$ ，

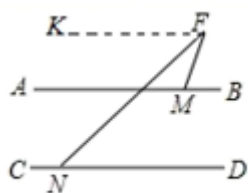


图2

$$\therefore \angle BMF = \angle MFK,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore FH \parallel CD,$$

$$\therefore \angle FND = \angle KFN,$$

$$\therefore \angle MFN = \angle MFK - \angle KFN = \angle BMF - \angle FND,$$

$$\text{即: } \angle BMF = \angle MFN + \angle FND.$$

故答案为 $\angle BME = \angle MEN - \angle END$; $\angle BMF = \angle MFN + \angle FND$.

(2) 由(1)得 $\angle BME = \angle MEN - \angle END$; $\angle BMF = \angle MFN + \angle FND$.

$\because NE$ 平分 $\angle FND$, MB 平分 $\angle FME$,

$$\therefore \angle FME = \angle BME + \angle BMF, \angle FND = \angle FNE + \angle END,$$

$$\therefore 2\angle MEN + \angle MFN = 180^\circ,$$

$$\therefore 2(\angle BME + \angle END) + \angle BMF - \angle FND = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle BME + 2\angle END + \angle BMF - \angle FND = 180^\circ,$$

$$\text{即 } 2\angle BMF + \angle FND + \angle BMF - \angle FND = 180^\circ,$$

$$\text{解得 } \angle BMF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle FME = 2\angle BMF = 120^\circ;$$

(3) $\angle FEQ$ 的大小没发生变化, $\angle FEQ = 30^\circ$.

由(1)知: $\angle MEN = \angle BME + \angle END$,

$\because EF$ 平分 $\angle MEN$, NP 平分 $\angle END$,

$$\therefore \angle FEN = \frac{1}{2} \angle MEN = \frac{1}{2} (\angle BME + \angle END), \quad \angle ENP = \frac{1}{2} \angle END,$$

$\because EQ \parallel NP$,

$\therefore \angle NEQ = \angle ENP$,

$$\therefore \angle FEQ = \angle FEN - \angle NEQ = \frac{1}{2} (\angle BME + \angle END) - \frac{1}{2} \angle END = \frac{1}{2} \angle BME,$$

$\because \angle BME = 60^\circ$,

$$\therefore \angle FEQ = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ.$$

【点睛】

本题主要考查平行线的性质及角平分线的定义, 作辅助线是解题的关键.

4. (1) 见解析; (2) 当点 E 在 CA 的延长线上时, $\angle BED = \angle D -$

$\angle B$; 当点 E 在 AC 的延长线上时, $\angle BED = \angle BET - \angle DET = \angle B - \angle D$; (3) $\frac{m(n-1)}{2n}$

【分析】

(1) 如图1中, 过点 E 作 $ET \parallel AB$. 利用平行线的性质解决问题.

(2) 分两种情形: 如图2-1中, 当点 E 在 CA 的延长线上时, 如图2-2中, 当点 E 在 AC 的延长线上时, 构造平行线, 利用平行线的性质求解即可.

(3) 利用(1)中结论, 可得 $\angle BMD = \angle ABM + \angle CDM$, $\angle BFD = \angle ABF + \angle CDF$, 由此解决问题即可.

【详解】

解: (1) 证明: 如图1中, 过点 E 作 $ET \parallel AB$. 由平移可得 $AB \parallel CD$,

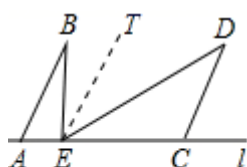


图1

$\because AB \parallel ET$, $AB \parallel CD$,

$\therefore ET \parallel CD \parallel AB$,

$\therefore \angle B = \angle BET$, $\angle TED = \angle D$,

$\therefore \angle BED = \angle BET + \angle DET = \angle B + \angle D$.

(2) 如图2-1中, 当点 E 在 CA 的延长线上时, 过点 E 作 $ET \parallel AB$.

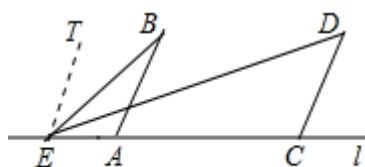


图2-1

$\because AB \parallel ET$, $AB \parallel CD$,

$$\therefore ET \parallel CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle B = \angle BET, \angle TED = \angle D,$$

$$\therefore \angle BED = \angle DET - \angle BET = \angle D - \angle B.$$

如图2-2中, 当点E在AC的延长线上时, 过点E作 $ET \parallel AB$.

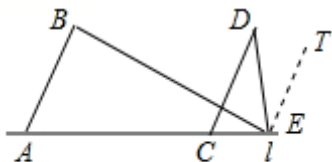


图2-2

$$\because AB \parallel ET, AB \parallel CD,$$

$$\therefore ET \parallel CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle B = \angle BET, \angle TED = \angle D,$$

$$\therefore \angle BED = \angle BET - \angle DET = \angle B - \angle D.$$

(3) 如图, 设 $\angle ABE = \angle EBM = x$, $\angle CDE = \angle EDM = y$,

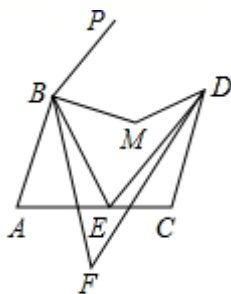


图2

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BMD = \angle ABM + \angle CDM,$$

$$\therefore m = 2x + 2y,$$

$$\therefore x + y = \frac{1}{2}m,$$

$$\because \angle BFD = \angle ABF + \angle CDF, \angle ABE = n\angle EBF, \angle CDE = n\angle EDF,$$

$$\therefore \angle BFD = \frac{n-1}{n}x + \frac{n-1}{n}y = \frac{n-1}{n}(x+y) = \frac{n-1}{n} \times \frac{1}{2}m = \frac{m(n-1)}{2n}.$$

【点睛】

本题属于几何变换综合题, 考查了平行线的性质, 角平分线的定义等知识, 解题的关键是学会条件常用辅助线, 构造平行线解决问题, 属于中考常考题型.

5. (1) 见解析; (2) ① $2\angle MEN + \angle MHN = 360^\circ$; ② 20°

【分析】

(1) 过点E作 $EP \parallel AB$ 交MH于点Q, 利用平行线的性质、角平分线性质的邻补角和为 180° , 角与角之间的基本运算、等量代换等即可得证.

(2) ①过点H作 $GI \parallel AB$, 利用(1)中结论 $2\angle MEN - \angle MHN = 180^\circ$, 利用平行线的性质、角平分线性质的邻补角和为 180° , 角与角之间的基本运算、等量代换等得出 $\angle AMH + \angle HNC = 360^\circ - (\angle BMH + \angle HND)$, 进而用等量代换得出 $2\angle MEN + \angle MHN = 360^\circ$.

②过点H作 $HT \parallel MP$, 由①的结论得 $2\angle MEN + \angle MHN = 360^\circ$, $\angle H = 140^\circ$, $\angle MEN$

【详解】

答图1

$$\therefore \angle MEQ = \angle BME = \frac{1}{2} \angle BMH.$$
$$\therefore \angle QEN = \angle DNE = \frac{1}{2} \angle GND. \quad (\text{两直线平行, 内错角相等})$$
$$\therefore \angle MEN = \angle MEQ + \angle QEN = \frac{1}{2} \angle BMH + \frac{1}{2} \angle GND = \frac{1}{2} (\angle BMH + \angle GND) .$$

即 $2\angle MEN - \angle MHN = 180^\circ$.

答图2

$$\therefore \angle AMH + \angle HNC = 180^\circ - \angle BMH + 180^\circ - \angle HND = 360^\circ - (\angle BMH + \angle HND).$$

$$\text{又} \because \angle AMH + \angle HNC = \angle MHI + \angle NHI = \angle MHN,$$

$$\therefore \angle BMH + \angle HND = 360^\circ - \angle MHN.$$

$$\text{即 } 2\angle MEN + \angle MHN = 360^\circ.$$

$$\text{故答案为: } 2\angle MEN + \angle MHN = 360^\circ.$$

$$\textcircled{2}: \text{由} \textcircled{1} \text{的结论得 } 2\angle MEN + \angle MHN = 360^\circ,$$

$$\because \angle H = \angle MHN = 140^\circ,$$

$$\therefore 2\angle MEN = 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ.$$

$$\therefore \angle MEN = 110^\circ.$$

过点H作HT∥MP. 如答图2

$$\because MP \parallel NQ,$$

$$\therefore HT \parallel NQ.$$

$$\therefore \angle ENQ + \angle ENH + \angle NHT = 180^\circ \text{ (两直线平行, 同旁内角互补)}.$$

$$\because MP \text{ 平分 } \angle AMH,$$

$$\therefore \angle PMH = \frac{1}{2} \angle AMH = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BMH).$$

$$\because \angle NHT = \angle MHN - \angle MHT = 140^\circ - \angle PMH.$$

$$\therefore \angle ENQ + \angle ENH + 140^\circ - \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BMH) = 180^\circ.$$

$$\because \angle ENH = \frac{1}{2} \angle HND.$$

$$\therefore \angle ENQ + \frac{1}{2} \angle HND + 140^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BMH = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle ENQ + \frac{1}{2} (\angle HND + \angle BMH) = 130^\circ.$$

$$\therefore \angle ENQ + \frac{1}{2} \angle MEN = 130^\circ.$$

$$\therefore \angle ENQ = 130^\circ - 110^\circ = 20^\circ.$$

【点睛】

本题考查了平行线的性质, 角平分线的性质, 邻补角, 等量代换, 角之间的数量关系运算, 辅助线的作法, 正确作出辅助线是解题的关键, 本题综合性较强.

6. (1) 证明见解析; (2) 证明见解析; (3) $\angle FBE = 35^\circ$.

【分析】

(1) 根据平行线的性质得出 $\angle ABF = \angle BFE$, $\angle DCF = \angle EFC$, 进而解答即可;

(2) 由 (1) 的结论和垂直的定义解答即可;

(3) 由 (1) 的结论和三角形的角的关系解答即可.

【详解】

证明: (1) $\because AB \parallel CD$, $EF \parallel CD$,

$$\therefore AB \parallel EF,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle BFE,$$

$$\because EF \parallel CD,$$

$$\therefore \angle DCF = \angle EFC,$$

$$\therefore \angle BFC = \angle BFE + \angle EFC = \angle ABF + \angle DCF;$$

(2) $\because BE \perp EC$,

$$\therefore \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC + \angle BCE = 90^\circ,$$

由(1)可得: $\angle BFC = \angle ABE + \angle ECD = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ABE + \angle ECD = \angle EBC + \angle BCE,$$

$\therefore BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABE = \angle EBC,$$

$$\therefore \angle ECD = \angle BCE,$$

$\therefore CE$ 平分 $\angle BCD$;

(3) 设 $\angle BCE = \beta$, $\angle ECF = \gamma$,

$\therefore CE$ 平分 $\angle BCD$,

$$\therefore \angle DCE = \angle BCE = \beta,$$

$$\therefore \angle DCF = \angle DCE - \angle ECF = \beta - \gamma,$$

$$\therefore \angle EFC = \beta - \gamma,$$

$$\therefore \angle BFC = \angle BCF,$$

$$\therefore \angle BFC = \angle BCE + \angle ECF = \gamma + \beta,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle BFE = 2\gamma,$$

$$\therefore \angle FBG = 2\angle ECF,$$

$$\therefore \angle FBG = 2\gamma,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle DCE = \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = 90^\circ - \beta,$$

$$\therefore \angle GBE = \angle ABE - \angle ABF - \angle FBG = 90^\circ - \beta - 2\gamma - 2\gamma,$$

$\therefore BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle CBE = \angle ABE = 90^\circ - \beta,$$

$$\therefore \angle CBG = \angle CBE + \angle GBE,$$

$$\therefore 70^\circ = 90^\circ - \beta + 90^\circ - \beta - 2\gamma - 2\gamma,$$

整理得: $2\gamma + \beta = 55^\circ$,

$$\therefore \angle FBE = \angle FBG + \angle GBE = 2\gamma + 90^\circ - \beta - 2\gamma - 2\gamma = 90^\circ - (2\gamma + \beta) = 35^\circ.$$

【点睛】

本题主要考查平行线的性质, 解决本题的关键是根据平行线的性质解答.

7. (1) 1; 5; (2) ①3.807, 0.807; ② $1+2p$; $p-4$.

【分析】

(1) 根据布谷数的定义把2和32化为底数为2的幂即可得出答案;

(2) ①根据布谷数的运算性质,

$$g(14) = g(2 \times 7) = g(2) + g(7), \quad g\left(\frac{7}{4}\right) = g(7) - g(4), \text{ 再代入数值可得解;}$$

②根据布谷数的运算性质,

$$\text{先将两式化为 } g(18) = g(2) + g(3^2), \quad g\left(\frac{3}{16}\right) = g(3) - g(16), \text{ 再代入求解.}$$

【详解】

解：（1） $g(2) = g(2^1) = 1$ ，

$g(32) = g(2^5) = 5$ ；

故答案为1，32；

（2）① $g(14) = g(2 \times 7) = g(2) + g(7)$ ，

$\because g(7) = 2.807$ ， $g(2) = 1$ ，

$\therefore g(14) = 3.807$ ；

$g\left(\frac{7}{4}\right) = g(7) - g(4)$

$g(4) = g(2^2) = 2$ ，

$\therefore g\left(\frac{7}{4}\right) = g(7) - g(4) = 2.807 - 2 = 0.807$ ；

故答案为3.807，0.807；

② $\because g(3) = p$ ．

$\therefore g(18) = g(2 \times 3^2) = g(2) + g(3^2) = 1 + 2p$ ；

$g\left(\frac{3}{16}\right) = g(3) - g(16) = p - 4$ ．

【点睛】

本题考查有理数的乘方运算，新定义；能够将新定义的运算转化为有理数的乘方运算是解题的关键．

8. （1） $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ； $\frac{n}{n+1}$ ；（2）① $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ ；② $\frac{1}{24} + \frac{1}{24}$ ；（3） $\frac{1}{4}$ ．

【分析】

（1）利用材料中的“拆项法”解答即可；

（2）①先变形为 $\frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4}$ ，再利用（1）中的规律解题；②先变形为 $\frac{1}{12} = \frac{2}{24}$ ，再逆用分数的加法法则即可分解；

（3）按照定义“ $\otimes$ ”法则表示出 $\frac{1}{3} \otimes 9$ ，再利用（1）中的规律解题即可．

【详解】

解：（1）观察发现： $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ，

$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$

$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

$= 1 - \frac{1}{n+1}$

$= \frac{n}{n+1}$ ；

故答案是： $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ； $\frac{n}{n+1}$ ．

(2) 初步应用:

$$\textcircled{1} \frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4};$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{12} = \frac{2}{24} = \frac{1}{24} + \frac{1}{24};$$

故答案是: $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$; $\frac{1}{24} + \frac{1}{24}$.

(3) 由定义可知:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \otimes 9 &= \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132} \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{11} - \frac{1}{12} \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \\ &= \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

故 $\frac{1}{3} \otimes 9$ 的值为 $\frac{1}{4}$.

【点睛】

考查了有理数运算中的规律型问题: 数字的变化规律, 有理数的混合运算. 本题是一道找规律的题目, 要求学生通过观察, 分析、归纳发现其中的规律, 并应用发现的规律解决问题.

9. (1) 2; 5; (2) 1, 2, 3; (3) 3; (4) 255

【分析】

(1) 先估算 $\sqrt{4}$ 和 $\sqrt{26}$ 的大小, 再由并新定义可得结果;

(2) 根据定义可知 $x < 4$, 可得满足题意的 x 的整数值;

(3) 根据定义对 120 进行连续求根整数, 可得 3 次之后结果为 1;

(4) 最大的正整数是 255, 根据操作过程分别求出 255 和 256 进行几次操作, 即可得出答案.

【详解】

解: (1) $\because 2^2=4$, $6^2=36$, $5^2=25$,

$$\therefore 5 < \sqrt{26} < 6,$$

$$\therefore [\sqrt{4}] = [2] = 2, [\sqrt{26}] = 5,$$

故答案为 2, 5;

$$(2) \because 1^2=1, 2^2=4, \text{ 且 } [\sqrt{x}] = 1,$$

$$\therefore x=1, 2, 3,$$

故答案为 1, 2, 3;

$$(3) \text{ 第一次: } [\sqrt{120}] = 10,$$

$$\text{第二次: } [\sqrt{10}] = 3,$$

$$\text{第三次: } [\sqrt{3}] = 1,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/308102116134006130>