

**云南省梁河县第一中学 2024-2025 学年高二数学 7 月月考试题 理（含
解析）**

本试卷共 4 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟.

留意事项:

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填在试题卷和答题纸指定位置上.
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，答在试题卷上无效.
3. 填空题和解答题用 0.5 毫米黑色墨水签字笔答在答题纸上每题对应的答题区域内，答在试题卷上无效.

第 I 卷

一、选择题：（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）.

1. 已知集合 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{0, 3, 6, 9, 12\}$, 则 $A \cap \complement_N B =$

- A. $\{1, 5, 7\}$ B. $\{3, 5, 7\}$ C. $\{1, 3, 9\}$ D. $\{1, 2, 3\}$

【答案】A

【解析】

试题分析： $A \cap \complement_N B$ 为在集合 A 但不在集合 B 中的元素构成的集合，因此 $A \cap \complement_N B = \{1, 5, 7\}$

考点：集合的交并补运算

2. 设 i 为虚数单位，若复数 z 满足 $(1+i)z = 2i$ ，则复数 $z =$ ()

- A. $-1+i$ B. $1-i$ C. $-1-i$ D. $1+i$

【答案】D

【解析】

【分析】

先由题意得到， $z = \frac{2i}{1+i}$ ，依据复数的除法运算法则，即可得出结果.

【详解】因为 $(1+i)z = 2i$ ，所以 $z = \frac{2i}{1+i} = \frac{2i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{2i(1-i)}{2} = i+1$.

故选：D

【点睛】本题主要考查复数的运算，熟记除法运算法则即可，属于基础题型.

3. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 的焦点到渐近线的距离为()

- A. $2\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. 1

【答案】A

【解析】

试题分析：双曲线焦点到渐近线的距离为 b ，所以距离为 $b = 2\sqrt{3}$.

考点：双曲线与渐近线.

4. 设向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 满足 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ， $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{6}$ ，则 $|\vec{a} + \vec{b}| =$ ()

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{10}$ C. 3 D. 5

【答案】B

【解析】

【分析】

将等式 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{6}$ 两边平方，可求得 $\vec{a}^2 + \vec{b}^2$ 的值，进而可求得 $|\vec{a} + \vec{b}|^2$ 的值，由此可求得 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 的值.

【详解】将等式 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{6}$ 两边平方得 $\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ ， $\therefore \vec{a}^2 + \vec{b}^2 = 6 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 8$ ，

所以， $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ ，因此， $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{10}$.

故选：B.

【点睛】本题考查利用平面对量的数量积求向量的模，考查计算实力，属于基础题.

5. 某地区空气质量监测资料表明，一天的空气质量为优良的概率是 0.75，已知某天的空气质量为优良，随后一天的空气质量为优良的概率是 0.8，则连续两天为优良的概率是 ()

- A. 0.6 B. 0.75 C. 0.8 D. 0.45

【答案】A

【解析】

【分析】

依据独立事务的概率公式计算.

【详解】某天空气质量优良为事务 A ，随后一天的空气质量优良为事务 B ，则 $P(A) = 0.75$ ，

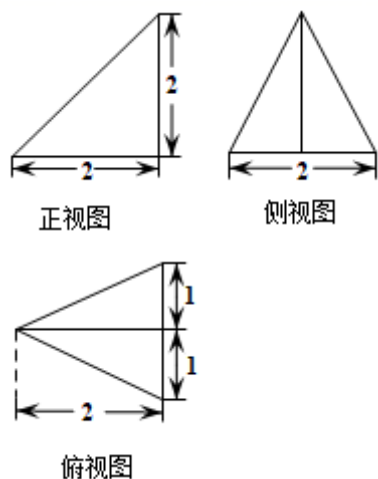
$$P(B) = 0.8,$$

$$\therefore P(AB) = P(A)P(B) = 0.75 \times 0.8 = 0.6.$$

故选：A.

【点睛】本题考查相互独立事务同时发生的概率，驾驭独立事务的概率公式是解题基础.

6. 已知某个几何体的三视图如下，依据图中标出的尺寸（单位： m ），则该几何体的体积是（ ）



A. $\frac{1}{3}m^3$

B. $\frac{2}{3}m^3$

C. $\frac{4}{3}m^3$

D. $\frac{8}{3}m^3$

【答案】C

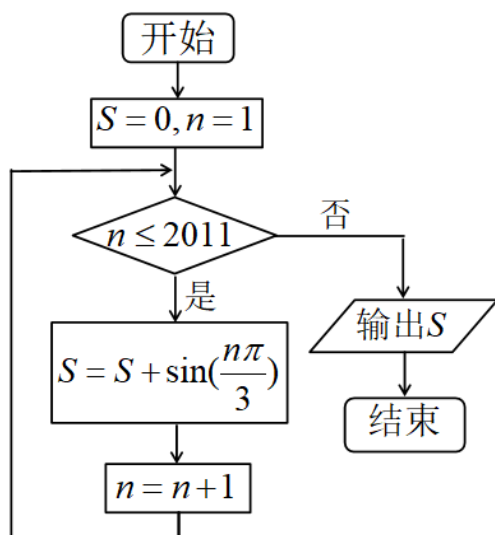
【解析】

【详解】试题分析：试题分析：此几何体为三棱锥，此三棱锥的体积为

$$V = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \right) \times 2 = \frac{4}{3}. \text{ 故 C 正确.}$$

考点：三视图.

7. 阅读右侧的算法框图，输出结果 S 的值为



A. 1

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】D

【解析】

$$s = 0 + \sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{2\pi}{3} + \dots + \sin \frac{2011\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

8. 设曲线 $y = ax - \ln(x+1)$ 在点 $x=1$ 处有极值, 则 $a =$ ()

A. $\ln 2$

B. $\frac{\ln \sqrt{2}}{2}$

C. 2

D. $\frac{1}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】

求出导数, 由 $x=1$ 时的导数值为 0 求得 a , 并验证此时 1 是极值点即可.

【详解】由题意 $y' = a - \frac{1}{x+1}$, $x=1$ 是极值点, 则 $y'|_{x=1} = a - \frac{1}{2} = 0$, $\therefore a = \frac{1}{2}$,

当 $a = \frac{1}{2}$ 时, $y' = \frac{1}{2} - \frac{1}{x+1}$, $-1 < x < 1$ 时, $y' > 0$, $x > 1$ 时, $y' < 0$, $x=1$ 是极大值点,

满意题意.

故选：D.

【点睛】本题考查导数与极值的关系，由极值点求参数值一般在由导数值为0求出参数值后需检验.

9. 已知点 M 在曲线 $x^2 + y^2 + 4x + 3 = 0$ 上，点 N 在不等式组 $\begin{cases} x - 2 \leq 0 \\ 3x + 4y \geq 4 \\ y - 3 \leq 0 \end{cases}$ 所表示的平面区

域上，那么 $|MN|$ 的最小值是 ()

A. $\frac{2\sqrt{10}}{3} - 1$

B. $\frac{2\sqrt{10}}{3}$

C. 1

D. 2

【答案】C

【解析】

【分析】

作出不等式组 $\begin{cases} x - 2 \leq 0 \\ 3x + 4y \geq 4 \\ y - 3 \leq 0 \end{cases}$ 表示的平面区域，点 M 在圆 $(x+2)^2 + y^2 = 1$ 上，圆心为

$A(-2, 0)$ ，半径为 $r = 1$ ，由图形可知只要求得 A 到直线 $3x + 4y - 4 = 0$ 的距离，再减去半径即得所求最小值.

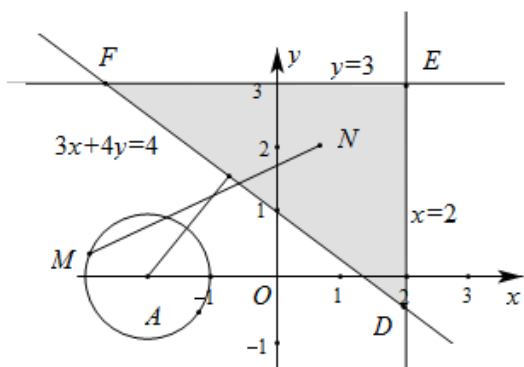
【详解】作出不等式组 $\begin{cases} x - 2 \leq 0 \\ 3x + 4y \geq 4 \\ y - 3 \leq 0 \end{cases}$ 表示的平面区域，如图 $VDEF$ 内部（含边界），

点 M 在圆 $(x+2)^2 + y^2 = 1$ 上，圆心为 $A(-2, 0)$ ，半径为 $r = 1$ ，

A 到直线 $3x + 4y - 4 = 0$ 的距离为 $d = \frac{|-6 + 0 - 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$ ，

$\therefore |AN|$ 的最小值为 2， $|MN|$ 的最小值为 $2 - 1 = 1$.

故选：C.



【点睛】本题考查二元一次不等式组表示的平面区域，考查两点间距离的最小值，解题关键是把两点间距离的最值转化为求点到直线的距离.

10. 钝角三角形 ABC 的面积是 $\frac{1}{2}$, $AB=1$, $BC=\sqrt{2}$, 则 AC 边上的高等于 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{5}$ D. 1

【答案】A

【解析】

【分析】

利用三角形的面积公式求得 $\sin B$ 的值，分角 B 为锐角和钝角两种状况探讨，求得 AC 的长，利用等面积法可求得 AC 边上的高.

【详解】由题意可得 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin B = \frac{1}{2}$, $\therefore \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

若角 B 为锐角，则 $B = \frac{\pi}{4}$ ，由余弦定理得 $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos B = 1$ ，则 $AC = 1$ ，

此时， $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ，则 $A = \frac{\pi}{2}$ ，所以， $\triangle ABC$ 为直角三角形，不合乎题意；

若角 B 为钝角，则 $B = \frac{3\pi}{4}$ ，由余弦定理得 $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos B = 5$ ，则

$$AC = \sqrt{5}.$$

设 AC 边上的高为 h ，则 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot h = \frac{\sqrt{5}}{2} h = \frac{1}{2}$ ，解得 $h = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

故选：A.

【点睛】本题考查利用三角形的面积公式计算底边上的高的计算，同时也考查了利用余弦定理理解三角形，考查计算实力，属于中等题.

11. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=AA_1=2$, $AD=1$, E 为 CC_1 的中点, 则异面直线 BC_1 与 AE 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{30}}{10}$ C. $\frac{2\sqrt{15}}{10}$ D. $3\sqrt{10}$

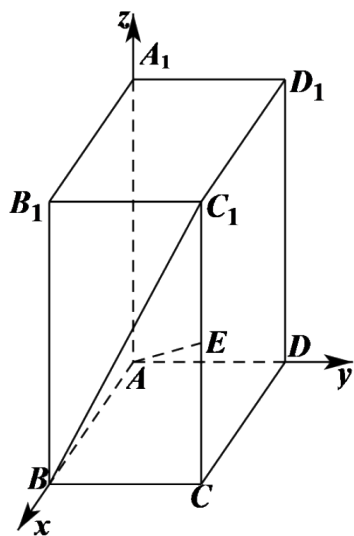
【答案】B

【解析】

【分析】

以点 A 为坐标原点, AB 、 AD 、 AA_1 所在直线分别为 x 、 y 、 z 轴建立空间直角坐标系, 利用空间向量法可求得异面直线 BC_1 与 AE 所成角的余弦值.

【详解】以点 A 为坐标原点, AB 、 AD 、 AA_1 所在直线分别为 x 、 y 、 z 轴建立如下图所示的空间直角坐标系 $A-xyz$,



则 $A(0,0,0)$ 、 $B(2,0,0)$ 、 $C_1(2,1,2)$ 、 $E(2,1,1)$, $\overrightarrow{AE}=(2,1,1)$, $\overrightarrow{BC_1}=(0,1,2)$,

$$\cos \langle \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BC_1} \rangle = \frac{\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BC_1}}{|\overrightarrow{AE}| \cdot |\overrightarrow{BC_1}|} = \frac{3}{\sqrt{6} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{30}}{10}.$$

因此, 异面直线 BC_1 与 AE 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

故选: B.

【点睛】本题考查利用空间向量法求解异面直线所成角的余弦值, 考查计算实力, 属于中等题.

12. 用 $\min\{a, b\}$ 表示 a, b 两个数中的最小值. 已知 $x, y > 0$, 设 $R = 2 \min\left\{x, \frac{y}{x^2 + y^2}\right\}$, 则

R 的最大值为 ()

- A. $2x$ B. $\frac{y}{x^2 + y^2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】

利用新定义, 基本不等式化简函数, 然后再依据函数的性质求最大值.

$$\text{【详解】} \because x > 0, y > 0, \therefore \frac{y}{x^2 + y^2} \leq \frac{y}{2xy} = \frac{1}{2x},$$

$$\therefore \min\left\{x, \frac{y}{x^2 + y^2}\right\} \leq \min\left\{x, \frac{1}{2x}\right\},$$

$$\text{当 } x = \frac{1}{2x} \text{ 时, } x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad 0 < x < \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 时, } x < \frac{1}{2x}, \quad x > \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 时, } x > \frac{1}{2x},$$

$$\therefore \min\left\{x, \frac{1}{2x}\right\} = \begin{cases} \frac{1}{2x}, & x \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x, & 0 < x < \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases},$$

$$\text{当 } 0 < x < \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 时, } x < \frac{1}{2x}, \quad \text{当 } x \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 时, } \frac{1}{2x} \leq \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 时, } \min\left\{x, \frac{1}{2x}\right\} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \therefore \frac{R}{2} = \min\left\{x, \frac{y}{x^2 + y^2}\right\} \leq \min\left\{x, \frac{1}{2x}\right\} \leq \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{又当 } x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \frac{y}{x^2 + y^2} = x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \text{即 } \frac{R}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \frac{R}{2} \text{ 的最大值是 } \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad R \text{ 的最大值是 } \sqrt{2}.$$

故选: C

【点睛】本题考查函数的新定义, 解题关键理解新定义, 依据新定义化简函数, 变为已知的熟识的函数, 然后求解.

第Ⅱ卷

二. 填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 抛物线 $y^2 = 4ax$ 的准线方程是 $x = -2$, 则 $a =$ _____

【答案】 2

【解析】

【分析】

利用抛物线的准线方程可求得实数 a 的值.

【详解】抛物线 $y^2 = 4ax$ 的准线方程为 $x = -a$, 则 $-a = -2$, 因此, $a = 2$.

故答案为: 2.

【点睛】本题考查利用抛物线的准线方程求参数, 考查计算实力, 属于基础题.

14. 已知 $(2x^3 + \frac{1}{x})^n$ 的绽开式的常数项是第 7 项, 则 $n =$ _____.

【答案】 8

【解析】

【分析】

通过计算通项, 令次数为 0 即可得到答案.

【详解】依据题意, 可知第 7 项为 $C_n^6 \cdot (2x^3)^{n-6} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^6 = C_n^6 \cdot 2^{n-6} \cdot x^{3n-24}$, 而常数项是第 7 项,

则

$$3n - 24 = 0, \text{ 故 } n = 8.$$

故答案为: 8.

【点睛】本题主要考查二项式定理, 属于基础题.

15. 已知 $g(x) = 1 - 2x$, $f[g(x)] = \frac{1-x^2}{x^2} (x \neq 0)$, 则 $f\left(\frac{1}{2}\right) =$ _____

【答案】 15

【解析】

【分析】

可令 $g(x) = \frac{1}{2}$, 得出 x 的值, 再代入可得答案.

【详解】解：令 $g(x) = \frac{1}{2}$ ，得 $1 - 2x = \frac{1}{2}$ ，解得 $x = \frac{1}{4}$ 。

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left[g\left(\frac{1}{4}\right)\right] = \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\frac{15}{16}}{\frac{1}{16}} = 15.$$

故答案为15。

【点睛】本题主要考查已知函数解析式求函数值的问题。

16. 在 $\triangle ABC$ 中， $\sin^2 A \leq \sin^2 B + \sin^2 C - \sin B \sin C$ ，则 A 的取值范围为_____。

【答案】 $\left(0, \frac{\pi}{3}\right]$

【解析】

【分析】

由正弦定理将 $\sin^2 A \leq \sin^2 B + \sin^2 C - \sin B \sin C$ 变为 $bc \leq b^2 + c^2 - a^2$ ，然后用余弦定理推论

可求 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \geq \frac{1}{2}$ ，进而依据余弦函数的图像性质可求得角 A 的取值范围。

【详解】因为 $\sin^2 A \leq \sin^2 B + \sin^2 C - \sin B \sin C$ ，所以 $a^2 \leq b^2 + c^2 - bc$ ，即 $bc \leq b^2 + c^2 - a^2$ 。

$$\text{所以 } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \geq \frac{1}{2},$$

因为 $A \in (0, \pi)$ ，所以 $A \in \left(0, \frac{\pi}{3}\right]$ 。

【点睛】在三角形中，已知边和角或边、角关系，求角或边时，留意正弦、余弦定理的运用。

条件只有角的正弦时，可用正弦定理的推论 $\sin A = \frac{a}{2R}$ ， $\sin B = \frac{b}{2R}$ ，将角化为

边。

三. 解答题：（本大题共 6 小题，满分 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）。

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 5$ ， $n \geq 2$ 时， $a_{n+1} = 5a_n - 6a_{n-1}$ 。

（1）证明：数列 $\{a_{n+1} - 3a_n\}$ 为等比数列，并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）试比较 a_n 与 $2n^2 + 1$ 的大小，并说明理由。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/308114124114006130>