

## 三角形的面积与底的正比关系

### 【知识精讲+典型例题+高频真题+答案解析】

**编者的话：**同学们，恭喜你已经开启了奥数思维拓展的求知之旅，相信你已经正确规划了自己的学习任务，本套资料为小升初思维拓展、分班考、择校考而设计，针对小升初的高频知识点进行全面精讲，易错点逐个分解，强化练习高频易错真题，答案解析非常通俗易懂，可助你轻松掌握、理解、运用该知识点解决问题！

2024年9月

#### 目录导航

#### 资料说明

- 第一部分：知识精讲：把握知识要点，掌握方法技巧，理解数学本质，提升数学思维。  
第二部分：典型例题：选题典型、高频易错、考试母题，具有理解一题，掌握一类的优势。  
第三部分：高频真题：精选近两年统考真题，助您学习有方向，做好题，达到事半功倍的效果。  
第四部分：答案解析：重点、难点题精细化解析，犹如名师讲解，可以轻松理解。

#### 第一部分

#### 知识精讲



### 知识清单+方法技巧

三角形的面积： $s = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$ ，由该公式有以下推论：

1. 当底相同时：

$$S_1 : S_2 = a : b;$$

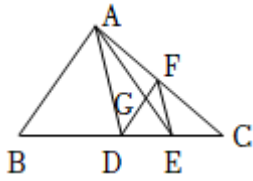
2. 当两个三角形相似时：

$$S_1 : S_2 = (a : b)^2.$$

#### 第二部分

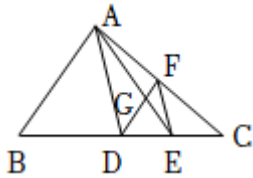
#### 典型例题

例题 1：已知  $D$  是  $BC$  的中点， $E$  是  $CD$  的中点， $F$  是  $AC$  的中点。  $\triangle ADG$  的面积比  $\triangle EFG$  的面积大 6 平方厘米，  $\triangle ABC$  的面积是多少？



【答案】见试题解答内容

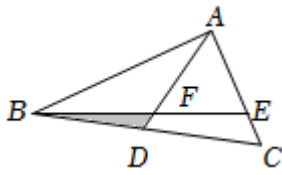
【分析】观察图形可知， $\triangle ADG$  的面积比  $\triangle EFG$  的面积大 6 平方厘米，则  $\triangle ADG$  的面积 + 三角形  $DEG$  的面积比  $\triangle EFG$  的面积 + 三角形  $DEG$  的面积大 6 平方厘米，即三角形  $ADE$  的面积比三角形  $FDE$  的面积大 6 平方厘米，由中点的性质可求得，三角形  $ADE$  面积等于三角形  $ABC$  面积的  $\frac{1}{4}$ ，三角形  $FDE$  面积等于三角形  $ABC$  面积的  $\frac{1}{8}$ ，所以三角形  $ADE$  的面积与三角形  $FDE$  的面积之差就是三角形  $ABC$  面积的  $\frac{1}{8}$ ，所以三角形  $ABC$  面积面积为  $6 \div \frac{1}{8} = 48$  平方厘米，由此即可解答。



【解答】解：根据题干和图形可得：因为  $\triangle ADG$  的面积 -  $\triangle EFG$  的面积 = 6 平方厘米，所以三角形  $ADE$  的面积 - 三角形  $FDE$  的面积 = 6 平方厘米，因为  $D$  是  $BC$  的中点， $E$  是  $CD$  的中点， $F$  是  $AC$  的中点，所以三角形  $ADE$  的面积 =  $\frac{1}{2}$  三角形  $ADC$  的面积 =  $\frac{1}{4}$  三角形  $ABC$  的面积；三角形  $FDE$  的面积 =  $\frac{1}{2}$  三角形  $FDC$  的面积 =  $\frac{1}{4}$  三角形  $ADC$  的面积 =  $\frac{1}{8}$  三角形  $ABC$  的面积，所以  $\frac{1}{4}$  三角形  $ABC$  的面积 -  $\frac{1}{8}$  三角形  $ABC$  的面积 = 6 平方厘米，即  $\frac{1}{8}$  三角形  $ABC$  的面积 = 6 平方厘米，所以三角形  $ABC$  的面积为：  $6 \div \frac{1}{8} = 48$  (平方厘米)，答：三角形  $ABC$  的面积是 48 平方厘米。

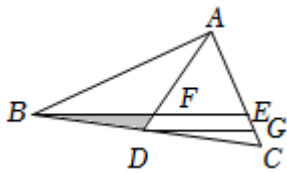
【点评】解答此题的关键是，由割补法得出三角形  $ADE$  的面积比三角形  $FDE$  的面积大 6 平方厘米；再由中点的性质将它们分别化成三角形  $ABC$  的  $\frac{1}{4}$  和  $\frac{1}{8}$ ，从而求出三角形  $ABC$  的面积的  $\frac{1}{8}$  是 6 平方厘米，即可解决问题。

例题 2: 如图所示，在三角形  $ABC$  中， $D$  为  $BC$  的中点， $CE = \frac{1}{3}AE$ ， $AD$  和  $BE$  相交于  $F$  点，已知三角形  $ABC$  的面积为 42 平方厘米，求三角形  $BDF$  的面积。



【答案】3。

【分析】如图，作  $DG \parallel BE$ ，则  $\triangle ABC$  和  $\triangle FBD$  在底边  $BC$  上的高之比  $H: h = AD: FD = AG: EG = (3CE + \frac{1}{2}CE): \frac{1}{2}CE = 7$ ； $\triangle ABC$  和  $\triangle FBD$  的底边之比为 2，据此可利用三角形的面积求得阴影的面积。

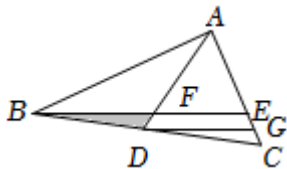


【解答】解：  $\triangle ABC$  和  $\triangle FBD$  在底边  $BC$  上的高之比  $H: h = AD: FD = AG: EG = (3CE + \frac{1}{2}CE): \frac{1}{2}CE = 7$ ； $\triangle ABC$  和  $\triangle FBD$  的底边之比为 2，

所以  $\triangle ABC$  和  $\triangle FBD$  的面积之比为  $2 \times 7 = 14$   $S_{\triangle FBD} = S_{\triangle ABC} \times \frac{1}{14}$

$$= 42 \times \frac{1}{14}$$

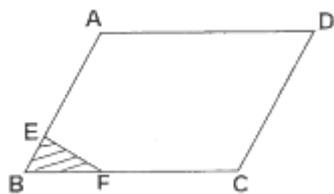
$$= 3 \text{ (平方厘米)}$$



答：三角形  $BDF$  的面积是 3 平方厘米。

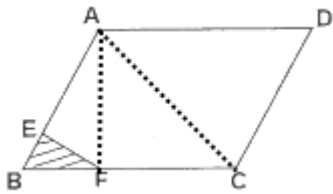
【点评】本题主要考查组合图形的面积，关键是求得阴影部分面积与大三角形的面积比。

例题 3：如图， $ABCD$  是平行四边形， $AB = 4BE$ ， $BC = 3BF$ 。 $\triangle BEF$  的面积是  $12 \text{ cm}^2$ ，平行四边形  $ABCD$  的面积是多少  $\text{cm}^2$ 。



【答案】288 平方厘米。

【分析】连接  $AF$ 、 $CF$ ，如图：



根据  $AB=4BE$ ，三角形  $ABF$  的面积是三角形  $BEF$  面积的 4 倍；根据  $BC=3BF$ ，三角形  $ABC$  的面积是三角形  $ABF$  的面积的 3 倍，用三角形  $ABC$  的面积乘 2 就是平行四边形  $ABCD$  的面积。

【解答】解：  $12 \times 4 \times 3 \times 2$

$$= 48 \times 3 \times 2$$

$$= 288 \text{ (cm}^2\text{)}$$

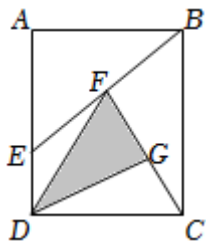
答：平行四边形  $ABCD$  的面积是 288 平方厘米。

【点评】解答本题的关键是连接  $AF$  和  $AC$  后分析出三角形  $ABF$  的面积是三角形  $BEF$  面积的 4 倍，三角形  $ABC$  的面积是三角形  $ABF$  的面积的 3 倍。

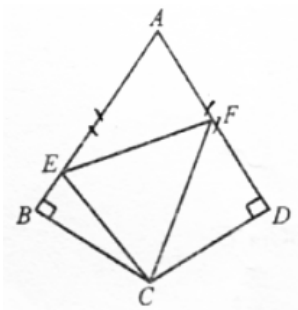
### 第三部分

### 高频真题

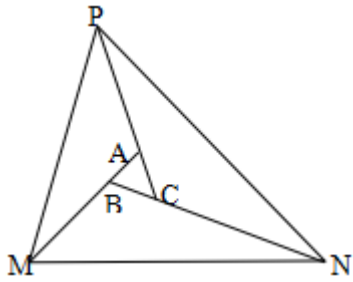
1. 如图，四边形  $ABCD$  是长方形，其中  $AB=8$  厘米， $AE=6$  厘米， $ED=3$  厘米。并且点  $F$  是线段  $BE$  的中点，点  $G$  是线段  $FC$  的中点。求三角形  $DFG$ （阴影部分）的面积。



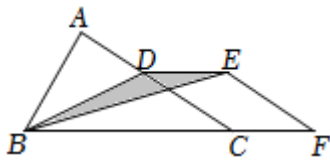
2. 如图，在四边形  $ABCD$  中， $AB=AD$ ， $\angle B=\angle D=90^\circ$ ，点  $E$ 、 $F$  分别在  $AB$ 、 $AD$  上，且  $\angle ECF = \frac{1}{2}\angle BCD$ 。求证： $\triangle AEF$  的周长等于  $AB+AD$ 。



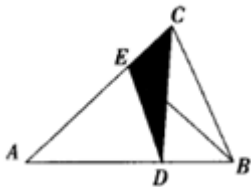
3. 如图，三角形  $ABC$  的面积为 2 平方厘米，分别延长  $AB$ 、 $BC$ 、 $CA$  至  $M$ 、 $N$ 、 $P$ ，使得  $2AB=BM$ ， $3BC=CN$ ， $4CA=AP$ ，则三角形  $MNP$  面积是多少？



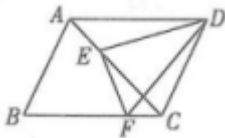
4. 如图，已知图中三角形  $ABC$  的面积为 1998 平方厘米，是平行四边形  $DEFC$  面积的 3 倍。那么，图中阴影部分的面积是多少？



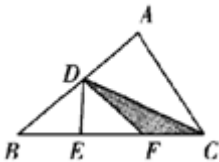
5. 如图所示，在三角形  $ABC$  中，已知三角形  $ADE$ 、三角形  $DCE$ 、三角形  $BCD$  的面积分别是 89，28，26，那么三角形  $DBE$  的面积是多少？



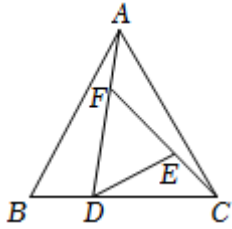
6. 如图，平行四边形  $ABCD$  的面积是 96 平方厘米， $EC=2AE$ ， $BF=3FC$ 。三角形  $DEF$  的面积是多少平方厘米？



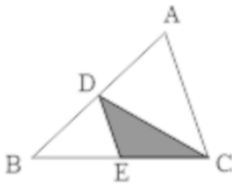
7. 如图， $D$  是  $AB$  的中点， $BE=EF=FC$ ，已知涂色部分的面积是  $15\text{cm}^2$ ，那么三角形  $ABC$  的面积是多少平方厘米？



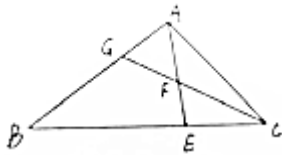
8. 如图，已知  $\triangle ABC$  的面积为 27，且  $BD = \frac{1}{2}DC$ ， $AF = \frac{1}{2}FD$ ， $CE = \frac{1}{2}EF$ ，求  $\triangle DEF$  的面积。



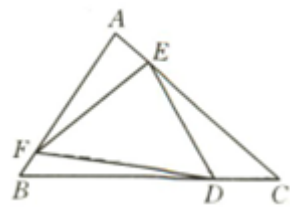
9. 在三角形  $ABC$  中,  $D$ 、 $E$  分别是  $AB$ 、 $BC$  的中点。阴影部分的面积与三角形  $ABC$  的面积比是多少?



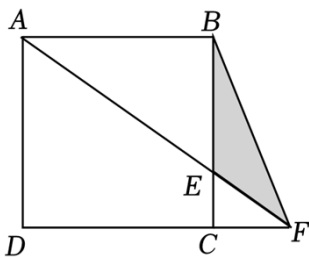
10. 如图, 已知三角形  $ABC$  的面积为  $11\text{cm}^2$ ,  $AF=FE$ 、 $BE=2CE$ , 求  $\triangle AGF$  和  $\triangle ECF$  面积之和.



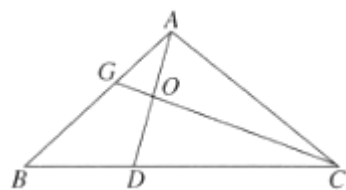
11. 如图, 在  $\triangle ABC$  的三边  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  上分别有三点  $D$ ,  $E$ ,  $F$ , 且  $CD = \frac{1}{4}BC$ ,  $AE = \frac{1}{5}AC$ ,  $BF = \frac{1}{6}BA$ . 求  $\triangle DEF$  与  $\triangle ABC$  面积的比.



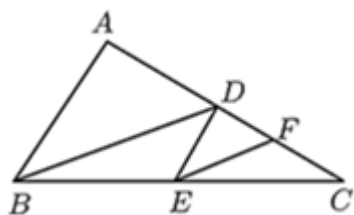
12. 如图, 正方形  $ABCD$  的面积是 100 平方厘米, 三角形  $ABE$  的面积是 35 平方厘米. 阴影部分的面积是多少?



13. 如图,  $DC=2BD$ ,  $AO=OD$ , 三角形  $AOG$  的面积是  $16\text{cm}^2$ , 三角形  $ABC$  的面积是多少?

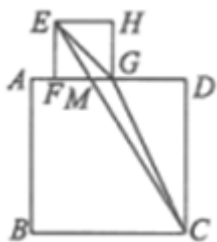


14. 如图所示，三角形  $ABC$  的面积是 10，且  $AD = \frac{1}{2}AC$ ， $BE = \frac{1}{2}BC$ ， $DF = FC$ ，则三角形  $EFC$  的面积是多少？

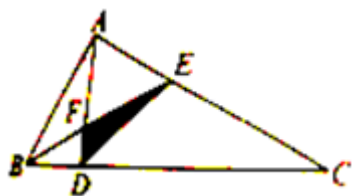


15. 正方形  $ABCD$  的边长为 8，正方形  $EFGH$  的边长为 3，正方形  $EFGH$  可在线段  $AD$  上滑动，且每秒滑动的长度为 1。现正方形  $EFGH$  从最左边运动到最右边，设其运动时间为  $t$  ( $0 \leq t \leq 5$ )， $\triangle ECG$  的面积为  $S$ 。

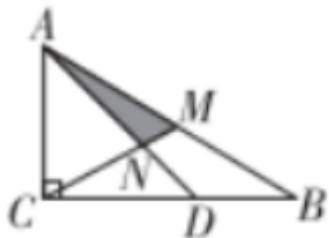
- (1) 求初始位置面积与末位置面积之差  $S_1$ ；
- (2) 当  $t=3$  时，求出三角形的面积  $S_2$ ；
- (3) 试写出面积  $S$  与时间  $t$  之间的关系式。



16. 如图， $\triangle AEF$ 、 $\triangle ABF$ 、 $\triangle BFD$  的面积分别是 3，2，1，阴影部分的面积是多少？



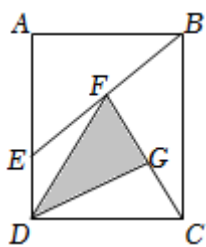
17. 三角形  $ABC$  中， $\angle ACB$  是直角，已知  $AC=3$ ， $CD=3$ ， $CB=5$ ， $AM=BM$ ，那么三角形  $AMN$ （阴影部分）的面积是多少？



参考答案与试题解析

1. 如图，四边形  $ABCD$  是长方形，其中  $AB=8$  厘米， $AE=6$  厘米， $ED=3$  厘米。并且点  $F$  是线段  $BE$

的中点，点  $G$  是线段  $FC$  的中点。求三角形  $DFG$ （阴影部分）的面积。



**【答案】** 12 平方厘米。

**【分析】** 因为  $\triangle DFG$  与  $\triangle CDF$  等高， $FG = \frac{1}{2}CF$ ，所以  $\triangle DFG$  的面积是  $\triangle CDF$  的一半，过  $F$  作  $HI \perp AB$  交  $AB$  于  $H$ ，交  $CD$  于  $I$ ，可以得出  $HI$  平行于  $AD$ ，因为  $F$  是  $BE$  中点，所以， $HF = \frac{1}{2}AE$ ，从而可以求出  $FI$  的长度，根据三角形面积公式求出  $\triangle CDF$  的面积，从而可以求出  $\triangle DFG$  的面积。

**【解答】** 解：过  $F$  作  $HI \perp AB$  交  $AB$  于  $H$ ，交  $CD$  于  $I$ ，如图：

因为四边形  $ABCD$  是长方形，

所以， $AD \perp AB$ ， $AB \parallel CD$ ，

所以， $HF \parallel AE$ ， $FI \perp CD$ ， $HI = AD$

又因为  $F$  是  $BE$  中点，

所以， $HF = \frac{1}{2}AE = 3$ （厘米）

所以， $FI = HI - FH = (6+3) - 3 = 6$ （厘米）

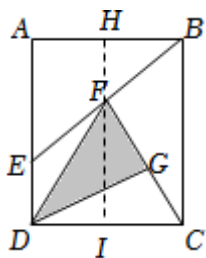
所以， $S_{\triangle CDF} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ （平方厘米）

因为  $\triangle DFG$  与  $\triangle CDF$  等高， $FG = \frac{1}{2}CF$ ，

所以  $\triangle DFG$  的面积是  $\triangle CDF$  的一半，

即  $S_{\triangle DFG} = \frac{1}{2} \times 24 = 12$ （平方厘米）

答：三角形  $DFG$ （阴影部分）的面积为 12 平方厘米。

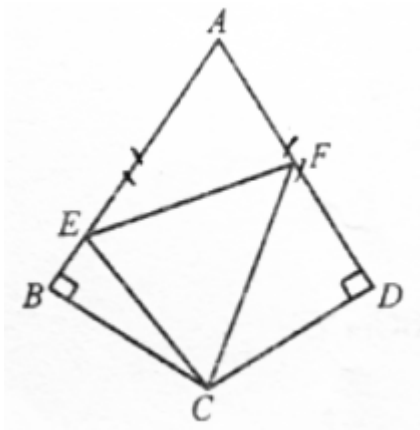


**【点评】**

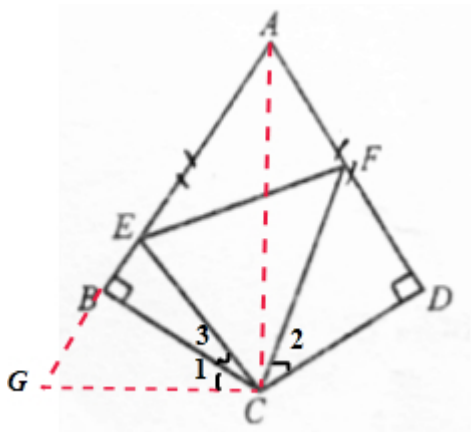


本题主要考查了三角形面积与底的正比关系，解答过程用到了平行线的性质，略有超纲，知道中位线知识的同学，也可以直接用中位线来直接求解。

2. 如图，在四边形  $ABCD$  中， $AB=AD$ ， $\angle B=\angle D=90^\circ$ ，点  $E$ 、 $F$  分别在  $AB$ 、 $AD$  上，且  $\angle ECF = \frac{1}{2}\angle BCD$ 。求证： $\triangle AEF$  的周长等于  $AB+AD$ 。



【答案】见试题解答内容



【分析】

延长  $EB$  到  $G$ ，使  $BG=DF$ ，连接  $CG$  和  $AC$ ；通过直角三角形的判定定理得出  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADC$  全等，求出  $BC=CD$ ；

根据三角形判定定理  $SAS$  得出  $\triangle BCG$  和  $\triangle CDF$  全等，求出  $CF=CG$ ， $\angle 1=\angle 2$ ；

根据三角形判定定理  $SAS$  得出  $\triangle ECG$  和  $\triangle ECF$  全等，可知  $EF=GE=BE+BG=BE+DF$ ，即可求出  $\triangle AEF$  的周长等于  $AB+AD$ 。

【解答】解：延长  $EB$  到  $G$ ，使  $BG=DF$ ，连接  $CG$  和  $AC$ ，因为  $\angle ABC=\angle ADC=90^\circ$ ， $AB=AD$ ，所以  $\triangle ABC\cong\triangle ADC$  ( $HL$ )， $BC=CD$ ；

因为  $BG=DF$ ， $\angle CBG=\angle ADC=90^\circ$ ， $BC=CD$ ，所以  $\triangle BCG\cong\triangle CDF$  ( $SAS$ )， $\angle 1=\angle 2$ ， $CF=CG$ ；

因为  $\angle ECF = \frac{1}{2}\angle BCD$ ，所以  $\angle 2+\angle 3 = \angle BCD - \angle ECF = \frac{1}{2}\angle BCD$ ， $\angle 1+\angle 3 = \frac{1}{2}\angle BCD = \angle ECG$ ；

因为  $CG=CF$ ,  $\angle ECG = \angle ECF = \frac{1}{2}\angle BCD$ ,  $CE=CE$ , 所以  $\triangle ECG \cong \triangle ECF$  (SAS); 所以  $EF=GE=BE+BG$

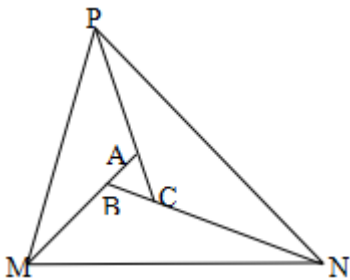
$$=BE+DF;$$

因为 $\triangle AEF$ 的周长为： $AE+AF+EF$ ，所以 $AE+AF+EF=AE+AF+BE+DF=AB+AD$ ；

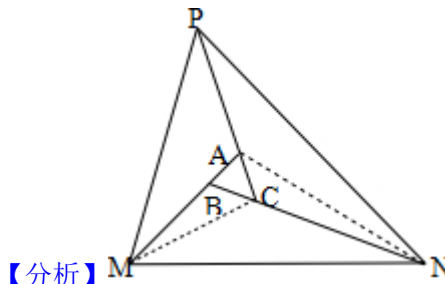
所以 $\triangle AEF$ 的周长等于 $AB+AD$ 。

**【点评】**本题的关键是通过作辅助线把 $EF$ 这条线转化到和 $AB$ 、 $AD$ 线相关的三角形中，通过三角形的判定定理解决问题。

3. 如图，三角形 $ABC$ 的面积为2平方厘米，分别延长 $AB$ 、 $BC$ 、 $CA$ 至 $M$ 、 $N$ 、 $P$ ，使得 $2AB=BM$ ， $3BC=CN$ ， $4CA=AP$ ，则三角形 $MNP$ 面积是多少？

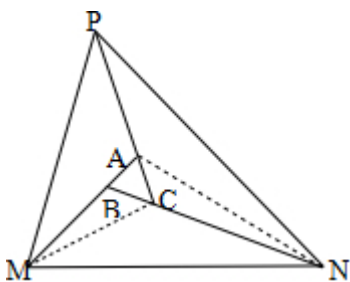


**【答案】**见试题解答内容



**【分析】**连接 $MC$ ， $AN$ ，根据高相等的三角形，它们面积的比是底边的比可知：三角形 $BCM$ 的面积是三角形 $ABC$ 面积的2倍是4平方厘米，三角形 $MNC$ 的面积是 $BCM$ 面积的3倍，所以三角形 $MNC$ 的面积是 $4 \times 3 = 12$ 平方厘米，根据 $4CA=AP$ 可知三角形 $APM$ 的面积是三角形 $AMC$ 面积的4倍是 $4 \times (4+2) = 24$ 平方厘米，三角形 $ACN$ 的面积是三角形 $ABC$ 面积的3倍是6平方厘米，三角形 $ANP$ 的面积是三角形 $ACN$ 面积的4倍是24平方厘米，据此可求出三角形 $MNP$ 的面积，据此解答。

**【解答】**解：连接 $MC$ ， $AN$



因 $2AB=BM$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/315024214320011314>