2023-2024学年福建省龙岩二中高三4月大联考数学试题

注意事项:
1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2．答题时请按要求用笔。
3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．下列不等式正确的是（　　）

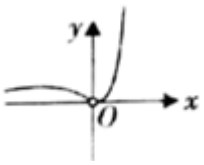
A．$\sin 130^\circ > \sin 40^\circ > \log_3 4$　　B．$\tan 226^\circ < \ln 0.4 < \tan 48^\circ$

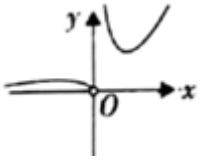
C．$\cos\left(-20^\circ\right) < \sin 65^\circ < \lg 11$　　D．$\tan 410^\circ > \sin 80^\circ > \log_5 2$

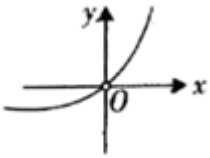
2．已知函数$f\left(x\right)=\ln x$，$g\left(x\right)=\left(2m+3\right)x+n$，若$\forall x\in\left(0,+\infty\right)$总有$f\left(x\right)\le g\left(x\right)$恒成立.记$\left(2m+3\right)n$的最小值为$F\left(m,n\right)$，则$F\left(m,n\right)$的最大值为（　　）

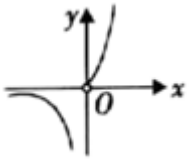
A．1　　B．$\frac{1}{e}$　　C．$\frac{1}{e^2}$　　D．$\frac{1}{e^3}$

3．函数$f\left(x\right)=\frac{x^2e^x}{|x|}$的图像大致为（　　）

A．

B．

C．

D．

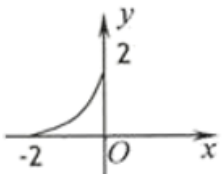
4．若$\left(1-x\right)^{2019}=a_0+a_1\left(x+1\right)+\cdots+a_{2019}\left(x+1\right)^{2019}$，$x\in\mathbf{R}$，则$a_1\cdot 3+a_2\cdot 3^2+\cdots+a_{2019}\cdot 3^{2019}$的值为（　　）

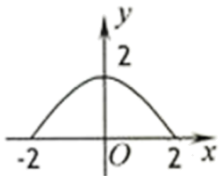
A．$-1-2^{2019}$　　B．$-1+2^{2019}$　　C．$1-2^{2019}$　　D．$1+2^{2019}$

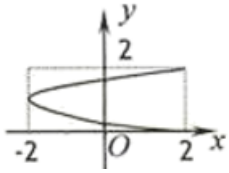
5．若双曲线E：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0,b>0$）的一个焦点为$F(3,0)$，过$F$点的直线$l$与双曲线$E$交于$A$、$B$两点，且$AB$的中点为$P\left(-3,-6\right)$，则$E$的方程为（　　）

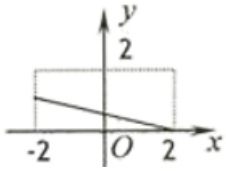
A．$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$　　B．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$　　C．$\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$　　D．$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{6}=1$

6．若函数$y=f(x)$的定义域为M＝{x|－2≤x≤2}，值域为N＝{y|0≤y≤2},则函数$y=f(x)$的图像可能是（　）

A．

B．

C．

D．

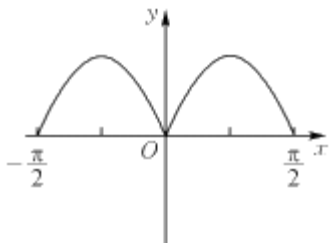
7．已知函数 $f\left(x\right)=2\sin\left(\omega x+\varphi\right)+b\left(\omega>0\right)$，$f(\frac{\pi}{8}+x)=f(\frac{\pi}{8}-x)$，且 $f(\frac{\pi}{8})=5$，则 $b=$（　　）

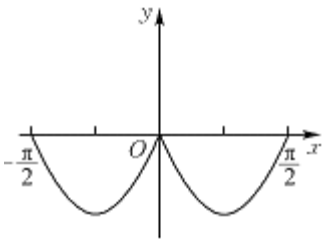
A．3　　B．3 或 7　　C．5　　D．5 或 8

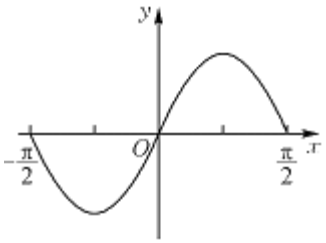
8．等比数列 $\{a_n\}$，若 $a_3=4,a_{15}=9$ 则 $a_9=$（　　）

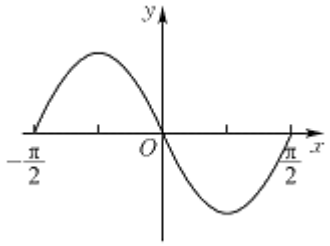
A．±6　　B．6　　C．-6　　D．$\frac{13}{2}$

9．函数 $f(x)=\frac{x\cos x}{2^x+2^{-x}}$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上的图象大致为（　　）

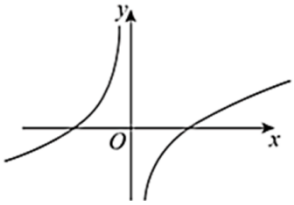
A．

B．

C．

D．

10．已知函数 $f(x)$ 的图象如图所示，则 $f(x)$ 可以为（　　）



A．$f(x)=\frac{x}{3}-\frac{3}{x}$　　B．$f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{x}$　　C．$f(x)=\frac{2}{x}-x$　　D．$f(x)=\frac{e^{|x|}}{x}$

11．从集合 $\{-3,-2,-1,1,2,3,4\}$ 中随机选取一个数记为 m，从集合 $\{-2,-1,2,3,4\}$ 中随机选取一个数记为 n

，则在方程$\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{n}=1$表示双曲线的条件下，方程$\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{n}=1$表示焦点在$y$轴上的双曲线的概率为（　　）

A．$\frac{9}{17}$　　B．$\frac{8}{17}$　　C．$\frac{17}{35}$　　D．$\frac{9}{35}$

12．抛物线$y^2=2x$的焦点为F，则经过点F与点$M(2,2)$且与抛物线的准线相切的圆的个数有（　　）

A．1个　　B．2个　　C．0个　　D．无数个

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．某大学A、B、C、D四个不同的专业人数占本校总人数的比例依次为3.2%、4.8%、4%、5.2%，现欲采用分层抽样的方法从这四个专业的总人数中抽取129人调查毕业后的就业情况，则D专业应抽取_____人．

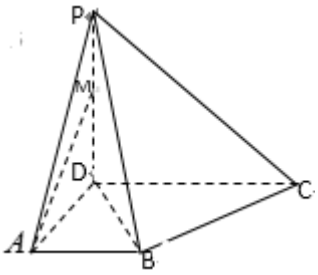
14．已知$A(-4,0)$, $P(a,a+4)$，圆$0:x^2+y^2=4$，直线*PM*，*PN*分别与圆*O*相切，切点为*M*，*N*，若$\overrightarrow{MR}=\overrightarrow{RN}$，则$|AR|$的最小值为_____.

15．已知$x=0$是函数$f(x)=x(ax-\tan x)$的极大值点，则a的取值范围是_____.

16．$(1+\sqrt{x})^n$展开式中的系数的和大于8而小于32，则$n=$_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PD\perp$底面$ABCD$，底面$ABCD$是直角梯形，M为侧棱PD上一点，已知$BD=2, BC=2\sqrt{3}, CD=4, DP=4, DM=3$.



（Ⅰ）证明:平面$PBC\perp$平面PBD；

（Ⅱ）求二面角$A-BM-C$的余弦值.

18．（12分）2018年反映社会现实的电影《我不是药神》引起了很大的轰动，治疗特种病的创新药研发成了当务之急．为此，某药企加大了研发投入，市场上治疗一类慢性病的特效药品A的研发费用x（百万元）和销量y（万盒）的统计数据如下：

研发费用x（百万元）	2	3	6	10	13	15	18	21
销量y（万盒）	1	1	2	2.5	3.5	3.5	4.5	6

（1）求y与x的相关系数r精确到0.01，并判断y与x的关系是否可用线性回归方程模型拟合？（规定：$|r|\geq 0.75$

时，可用线性回归方程模型拟合）；

（2）该药企准备生产药品 A 的三类不同的剂型 A_1，A_2，A_3，并对其进行两次检测，当第一次检测合格后，才能进行第二次检测．第一次检测时，三类剂型 A_1，A_2，A_3 合格的概率分别为 $\frac{1}{2}$，$\frac{4}{5}$，$\frac{3}{5}$，第二次检测时，三类剂型 A_1，A_2，A_3 合格的概率分别为 $\frac{4}{5}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$．两次检测过程相互独立，设经过两次检测后 A_1，A_2，A_3 三类剂型合格的种类数为 X，求 X 的数学期望．

附：（1）相关系数 $r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n}y_i^2-n\overline{y}^2\right)}}$

（2）$\sum_{i=1}^{8}x_iy_i=347$，$\sum_{i=1}^{8}x_i^2=1308$，$\sum_{i=1}^{8}y_i^2=93$，$\sqrt{1785}\approx 42.25$．

19．（12 分）在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $(a+c)b=\frac{12}{5}ac$．

（1）若 a，b，c 成等差数列，求 $\cos B$ 的值；

（2）是否存在 $\triangle ABC$ 满足 B 为直角？若存在，求 $\sin A$ 的值；若不存在，请说明理由．

20．（12 分）某地在每周六的晚上 8 点到 10 点半举行灯光展，灯光展涉及到 10000 盏灯，每盏灯在某一时刻亮灯的概率均为 $p(0<p<1)$，并且是否亮灯彼此相互独立.现统计了其中 100 盏灯在一场灯光展中亮灯的时长（单位：min），得到下面的频数表：

亮灯时长/min	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100]$
频数	**10**	**20**	**40**	**20**	**10**

以样本中 100 盏灯的平均亮灯时长作为一盏灯的亮灯时长.

（1）试估计 p 的值；

（2）设 X 表示这 10000 盏灯在某一时刻亮灯的数目.

①求 X 的数学期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$；

②若随机变量 Z 满足 $Z=\dfrac{X-E(X)}{\sqrt{D(X)}}$，则认为 $Z:\ N(0,1)$.假设当 $4900<X\le 5000$ 时，灯光展处于最佳灯光亮度.试由此估计，在一场灯光展中，处于最佳灯光亮度的时长（结果保留为整数）．

附：

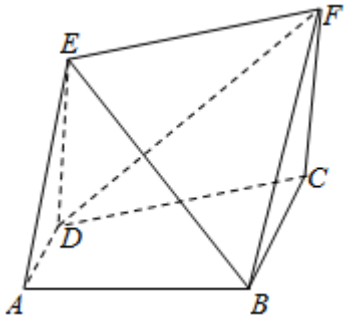
①某盏灯在某一时刻亮灯的概率 p 等于亮灯时长与灯光展总时长的商；

②若 $Z:\ N(0,1)$，则 $P(\mu-\sigma<X\le\mu+\sigma)=0.6827$，$P(\mu-2\sigma<X\le\mu+2\sigma)=0.9545$，

$P(\mu-3\sigma<X\le\mu+3\sigma)=0.9973$.

21.（12 分）如图所示，直角梯形 ABCD 中，$AD//BC$，$AD\perp AB$，$AB=BC=2AD=2$，四边形 EDCF 为矩形，

$CF=\sqrt{3}$，平面 $EDCF\perp$平面 ABCD.



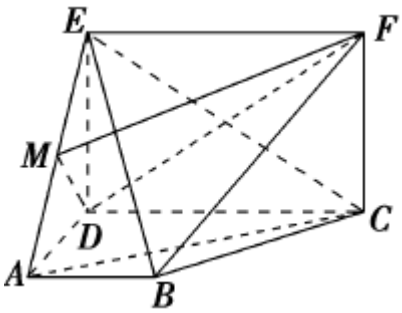
(1)求证：DF P平面 ABE；

(2)求平面 ABE 与平面 EFB 所成锐二面角的余弦值.

(3)在线段 DF 上是否存在点 P，使得直线 BP 与平面 ABE 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{3}}{4}$，若存在，求出线段 BP 的长，若不存在，请说明理由.

22.（10 分）如图，矩形 $CDEF$ 和梯形 $ABCD$ 所在的平面互相垂直，$\angle BAD=\angle ADC=90^\circ$，$AB=AD=\frac{1}{2}CD$，

$BE\perp DF$.



（1）若 M 为 EA 的中点，求证：$AC//$平面 MDF；

（2）若 $AB=2$，求四棱锥 $E-ABCD$ 的体积.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

根据 $\sin 40^\circ < 1 < \log_3 4, \ln 0.4 < 0 < \tan 226^\circ, \cos(-20^\circ) = \sin 70^\circ > \sin 65^\circ$，利用排除法，即可求解.

【详解】

由 $\sin 40^\circ < 1 < \log_3 4, \ln 0.4 < 0 < \tan 226^\circ, \cos(-20^\circ) = \cos 20^\circ = \sin 70^\circ > \sin 65^\circ$，

可排除 A、B、C 选项，

又由 $\tan 410^\circ = \tan 50^\circ > 1 > \sin 80^\circ > \frac{1}{2} = \log_5 \sqrt{5} > \log_5 2$，

所以 $\tan 410^\circ > \sin 80^\circ > \log_5 2$.

故选 D.

【点睛】

本题主要考查了三角函数的图象与性质，以及对数的比较大小问题，其中解答熟记三角函数与对数函数的性质是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

2、C

【解析】

根据 $\forall x \in (0, +\infty)$ 总有 $f(x) \le g(x)$ 恒成立可构造函数 $h(x) = \ln x - (2m+3)x - n$,求导后分情况讨论 $h(x)$ 的最大值可得最大值最大值 $h\left(\frac{1}{2m+3}\right) = -\ln(2m+3) - 1 - n$,

即 $-\ln(2m+3) - 1 - n \le 0$.根据题意化简可得 $(2m+3)n \ge (2m+3)\left[-\ln(2m+3) - 1\right]$,求得 $F(m,n) = (2m+3)\left[-\ln(2m+3) - 1\right]$,再换元求导分析最大值即可.

【详解】

由题，$\forall x \in (0, +\infty)$ 总有 $\ln x \le (2m+3)x + n$ 即 $\ln x - (2m+3)x - n \le 0$ 恒成立.

设 $h(x) = \ln x - (2m+3)x - n$,则 $h(x)$ 的最大值小于等于 0.

又 $h'(x) = \frac{1}{x} - (2m+3)$,

若 $2m+3 \le 0$ 则 $h'(x) > 0$, $h(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增，$h(x)$ 无最大值.

若 $2m+3 > 0$,则当 $x > \frac{1}{2m+3}$ 时, $h'(x) < 0$, $h(x)$ 在 $\left(\frac{1}{2m+3}, +\infty\right)$ 上单调递减,

当$0<x<\frac{1}{2m+3}$时,$h'(x)>0$,$h(x)$在$\left(0,\frac{1}{2m+3}\right)$上单调递增.

故在$x=\frac{1}{2m+3}$处$h(x)$取得最大值$h\left(\frac{1}{2m+3}\right)=\ln\frac{1}{2m+3}-1-n=-\ln(2m+3)-1-n$.

故$-\ln(2m+3)-1-n\le 0$,化简得$(2m+3)n\ge(2m+3)\left[-\ln(2m+3)-1\right]$.

故$F(m,n)=(2m+3)\left[-\ln(2m+3)-1\right]$,令$t=2m+3,(t>0)$,可令$k(t)=-t(\ln t+1)$,

故$k'(t)=-\ln t-2$,当$t>\frac{1}{e^2}$时, $k'(t)<0$,$k(t)$在$\left(\frac{1}{e^2},+\infty\right)$递减;

当$0<t<\frac{1}{e^2}$时, $k'(t)>0$,$k(t)$在$\left(0,\frac{1}{e^2}\right)$递增.

故在$t=\frac{1}{e^2}$处$h(t)$取得极大值,为$k\left(\frac{1}{e^2}\right)=-\frac{1}{e^2}\left(\ln\frac{1}{e^2}+1\right)=\frac{1}{e^2}$.

故$F(m,n)$的最大值为$\frac{1}{e^2}$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查了根据导数求解函数的最值问题,需要根据题意分析导数中参数的范围,再分析函数的最值,进而求导构造函数求解$(2m+3)n$的最大值.属于难题.

3、A

【解析】

根据$f(x)>0$排除C，D，利用极限思想进行排除即可.

【详解】

解：函数的定义域为$\{x\mid x\neq 0\}$，$f(x)>0$恒成立，排除C，D，

当$x>0$时，$f(x)=\frac{x^2e^x}{|x|}=xe^x$，当$x\to 0$，$f(x)\to 0$，排除$B$，

故选：A.

【点睛】

本题主要考查函数图象的识别和判断，利用函数值的符号以及极限思想是解决本题的关键，属于基础题.

4、A

【解析】

取$x=-1$，得到$a_0=2^{2019}$，取$x=2$，则$a_0+a_1\cdot 3+a_2\cdot 3^2+\text{L}\ +a_{2019}\cdot 3^{2019}=-1$，计算得到答案.

【详解】

取$x=-1$，得到$a_0=2^{2019}$；取$x=2$，则$a_0+a_1\cdot 3+a_2\cdot 3^2+\text{L}\ +a_{2019}\cdot 3^{2019}=-1$.

故$a_1\cdot 3+a_2\cdot 3^2+\text{L}\ +a_{2019}\cdot 3^{2019}=-1-2^{2019}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查了二项式定理的应用，取$x=-1$和$x=2$是解题的关键.

5、D

【解析】

求出直线l的斜率和方程，代入双曲线的方程，运用韦达定理和中点坐标公式，结合焦点的坐标，可得a,b的方程组，求得a,b的值，即可得到答案.

【详解】

由题意，直线l的斜率为$k=k_{PF}=\dfrac{0+6}{3+3}=1$，

可得直线l的方程为$y=x-3$，

把直线l的方程代入双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$，可得$(b^2-a^2)x^2+6a^2x-9a^2-a^2b^2=0$，

设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则$x_1+x_2=\dfrac{6a^2}{a^2-b^2}$，

由AB的中点为$P(-3,-6)$，可得$\dfrac{6a^2}{a^2-b^2}=-6$，解答$b^2=2a^2$，

又由$a^2+b^2=c^2=9$，即$a^2+2a^2=9$，解得$a=\sqrt{3},b=\sqrt{6}$，

所以双曲线的标准方程为$\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{6}=1$.

故选：*D*.

【点睛】

本题主要考查了双曲线的标准方程的求解，其中解答中属于运用双曲线的焦点和联立方程组，合理利用根与系数的关系和中点坐标公式是解答的关键，着重考查了推理与运算能力.

6、B

【解析】

因为对 A 不符合定义域当中的每一个元素都有象，即可排除；

对 B 满足函数定义，故符合；

对 C 出现了定义域当中的一个元素对应值域当中的两个元素的情况，不符合函数的定义，从而可以否定；

对 D 因为值域当中有的元素没有原象，故可否定.

故选 B.

7、B

【解析】

根据函数的对称轴 $x=\frac{\pi}{8}$ 以及函数值，可得结果.

【详解】

函数 $f\left(x\right)=2\sin\left(\omega x+\varphi\right)+b\left(\omega>0\right)$，

若 $f(\frac{\pi}{8}+x)=f(\frac{\pi}{8}-x)$，则 $f\left(x\right)$ 的图象关于 $x=\frac{\pi}{8}$ 对称，

又 $f(\frac{\pi}{8})=5$，所以 $2+b=5$ 或 $-2+b=5$，

所以 b 的值是 7 或 3.

故选：*B.*

【点睛】

本题考查的是三角函数的概念及性质和函数的对称性问题，属基础题

8、B

【解析】

根据等比中项性质代入可得解，由等比数列项的性质确定值即可.

【详解】

由等比数列中等比中项性质可知，$a_3\cdot a_{15}=a_9^{\ 2}$，

所以 $a_9=\pm\sqrt{a_3\cdot a_{15}}=\pm\sqrt{36}=\pm6$，

而由等比数列性质可知奇数项符号相同，所以 $a_9=6$，

故选：B.

【点睛】

本题考查了等比数列中等比中项的简单应用，注意项的符号特征，属于基础题.

9、C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/315100140324011303