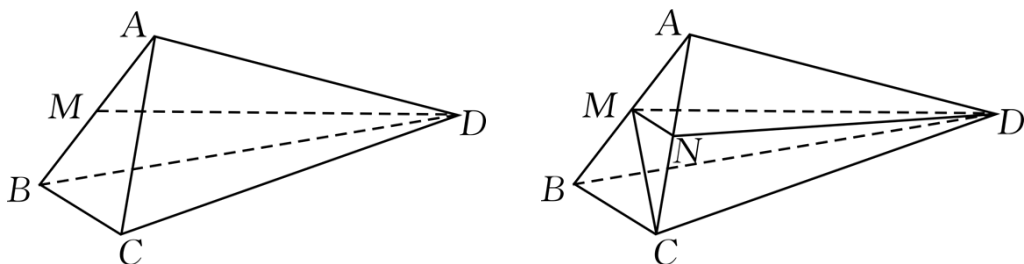


综合法在高考中的立体几何解答题中的应用

一：高考真题分析

1 (2018·天津高考) 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 平面 $ABC \perp$ 平面 ABD , 点 M 为棱 AB 的中点, $AB=2$, $AD=2\sqrt{3}$, $\angle BAD=90^\circ$. (1) 求证: $AD \perp BC$; (2) 求异面直线 BC 与 MD 所成角的余弦值; (3) 求直线 CD 与平面 ABD 所成角的正弦值.



【解】 (1) 证明: 由平面 $ABC \perp$ 平面 ABD , 平面 $ABC \cap$ 平面 $ABD = AB$, $AD \perp AB$, 可得 $AD \perp$ 平面 ABC , 故 $AD \perp BC$.

(2) 如图, 取棱 AC 的中点 N , 连接 MN , ND .

又 $\because M$ 为棱 AB 的中点, $\therefore MN \parallel BC$. $\therefore \angle DMN$ (或其补角) 为异面直线 BC 与 MD 所成的角.

在 $Rt\triangle DAM$ 中, $AM=1$, 故 $DM = \sqrt{AD^2 + AM^2} = \sqrt{13}$.

$\because AD \perp$ 平面 ABC , $\therefore AD \perp AC$.

在 $Rt\triangle DAN$ 中, $AN=1$, 故 $DN = \sqrt{AD^2 + AN^2} = \sqrt{13}$.

在等腰三角形 DMN 中, $MN=1$, 可得 $\cos \angle DMN = \frac{\frac{1}{2}MN}{DM} = \frac{\sqrt{13}}{26}$.

\therefore 异面直线 BC 与 MD 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{13}}{26}$.

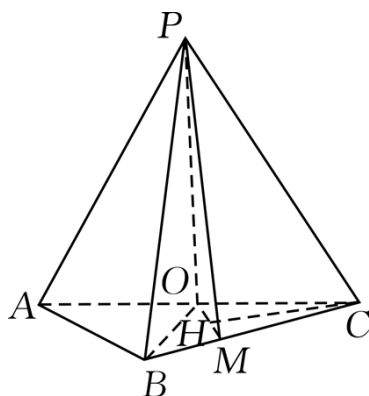
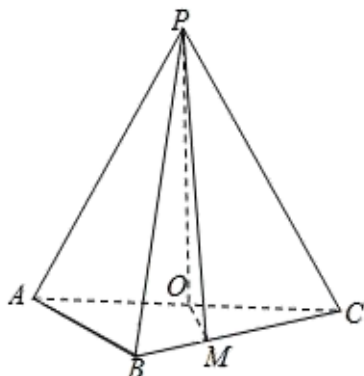
(3) 如图, 连接 CM . $\because \triangle ABC$ 为等边三角形, M 为边 AB 的中点, $\therefore CM \perp AB$, $CM = \sqrt{3}$.

又 \because 平面 $ABC \perp$ 平面 ABD , 而 $CM \subset$ 平面 ABC , 故 $CM \perp$ 平面 ABD ,

$\therefore \angle CDM$ 为直线 CD 与平面 ABD 所成的角. 在 $Rt\triangle CAD$ 中, $CD = \sqrt{AC^2 + AD^2} = 4$.

在 $Rt\triangle CMD$ 中, $\sin \angle CDM = \frac{CM}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{4}$. \therefore 直线 CD 与平面 ABD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

2. (2018·全国 II 高考) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB=BC=2\sqrt{2}$, $PA=PB=PC=AC=4$, O 为 AC 的中点. (1)证明: $PO \perp$ 平面 ABC ; (2)若点 M 在棱 BC 上, 且 $MC=2MB$, 求点 C 到平面 POM 的距离.



【解】 (1)证明: $\because PA=PC=AC=4$, O 为 AC 的中点, $\therefore PO \perp AC$, 且 $PO=2\sqrt{3}$. 连接 OB ,

$\because AB=BC=\frac{\sqrt{2}}{2}AC$, $\therefore \triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且 $OB \perp AC$, $OB=\frac{1}{2}AC=2$.

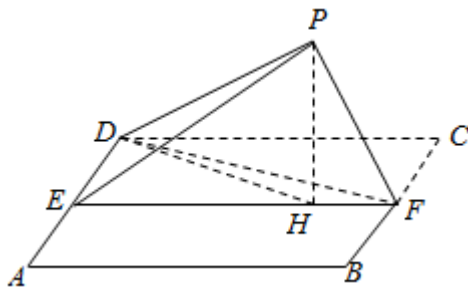
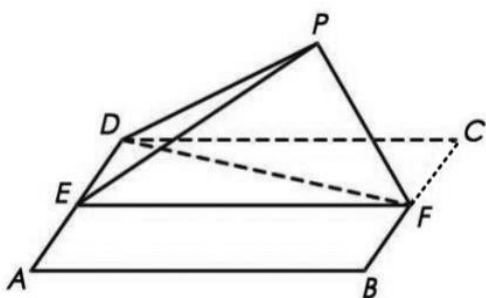
$\therefore PO^2+OB^2=PB^2$, $\therefore PO \perp OB$. 又 $\because AC \cap OB=O$, $\therefore PO \perp$ 平面 ABC .

(2)如图, 作 $CH \perp OM$, 垂足为 H ,

又由(1)可得 $PO \perp CH$, 且 $PO \cap OM=O$, $\therefore CH \perp$ 平面 POM .

故 CH 的长为点 C 到平面 POM 的距离. 由题设可知 $OC=\frac{1}{2}AC=2$, $MC=\frac{2}{3}BC=\frac{4\sqrt{2}}{3}$, $\angle ACB=45^\circ$, $\therefore OM=\frac{2\sqrt{5}}{3}$, $CH=\frac{OC \cdot MC \cdot \sin \angle ACB}{OM}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$. \therefore 点 C 到平面 POM 的距离为 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

3. **【2018 年高考全国 I 卷理数】** 如图, 四边形 $ABCD$ 为正方形, E, F 分别为 AD, BC 的中点, 以 DF 为折痕把 $\triangle DFC$ 折起, 使点 C 到达点 P 的位置, 且 $PF \perp BF$. (1)证明: 平面 $PEF \perp$ 平面 $ABFD$; (2)求 DP 与平面 $ABFD$ 所成角的正弦值.



【答案】 (1) 见解析; (2) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

【解析】 方法一: (1) 由已知可得, $BF \perp PF$, $BF \perp EF$, 所以 $BF \perp$ 平面 PEF .

又 $BF \subset$ 平面 $ABFD$, 所以平面 $PEF \perp$ 平面 $ABFD$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/315141213033011133>