

新疆伊宁生产建设兵团第四师第一中学 2023-2024 学年数学高三第一学期期末监测模
拟试题

注意事项

- 1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
- 2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
- 3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
- 4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 05 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
- 5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 从集合 $\{-3,-2,-1,1,2,3,4\}$ 中随机选取一个数记为 m ，从集合 $\{-2,-1,2,3,4\}$ 中随机选取一个数记为 n ，则在方

程 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 表示双曲线的条件下，方程 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 表示焦点在 y 轴上的双曲线的概率为（ ）

- A. $\frac{9}{17}$
- B. $\frac{8}{17}$
- C. $\frac{17}{35}$
- D. $\frac{9}{35}$

2. 已知 F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$ 的左右焦点，过 F_1 的直线与双曲线的两支分别交于 A, B 两点（ A 在右支， B 在左支）若 $\triangle ABF_2$ 为等边三角形，则双曲线的离心率为（ ）

- A. $\sqrt{3}$
- B. $\sqrt{5}$
- C. $\sqrt{6}$
- D. $\sqrt{7}$

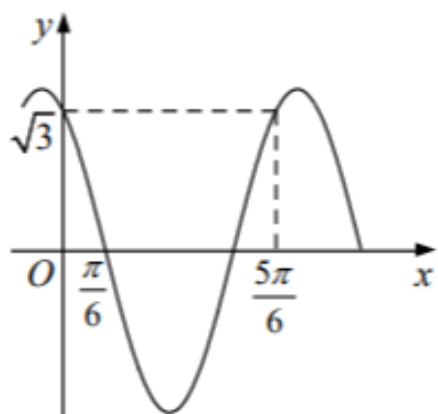
3. 为实现国民经济新“三步走”的发展战略目标，国家加大了扶贫攻坚的力度。某地区在 2015 年以前的年均脱贫率（脱离贫困的户数占当年贫困户总数的比）为 70%。2015 年开始，全面实施“精准扶贫”政策后，扶贫效果明显提高，其中 2019 年度实施的扶贫项目，各项目参加户数占比（参加该项目户数占 2019 年贫困户总数的比）及该项目的脱贫率见下表：

实施项目	种植业	养殖业	工厂就业	服务业
参加用户比	40%	40%	10%	10%
脱贫率	95%	95%	90%	90%

那么 2019 年的年脱贫率是实施“精准扶贫”政策前的年均脱贫率的（ ）

- A. $\frac{27}{28}$ 倍
- B. $\frac{47}{35}$ 倍
- C. $\frac{48}{35}$ 倍
- D. $\frac{7}{5}$ 倍

4. 已知函数 $f(x) = \ln x - 2ax$ ， $g(x) = \frac{4ax^2}{\ln x} - 2x$ ，若方程 $f(x) = g(x)$ 恰有三个不相等的实根，则 a

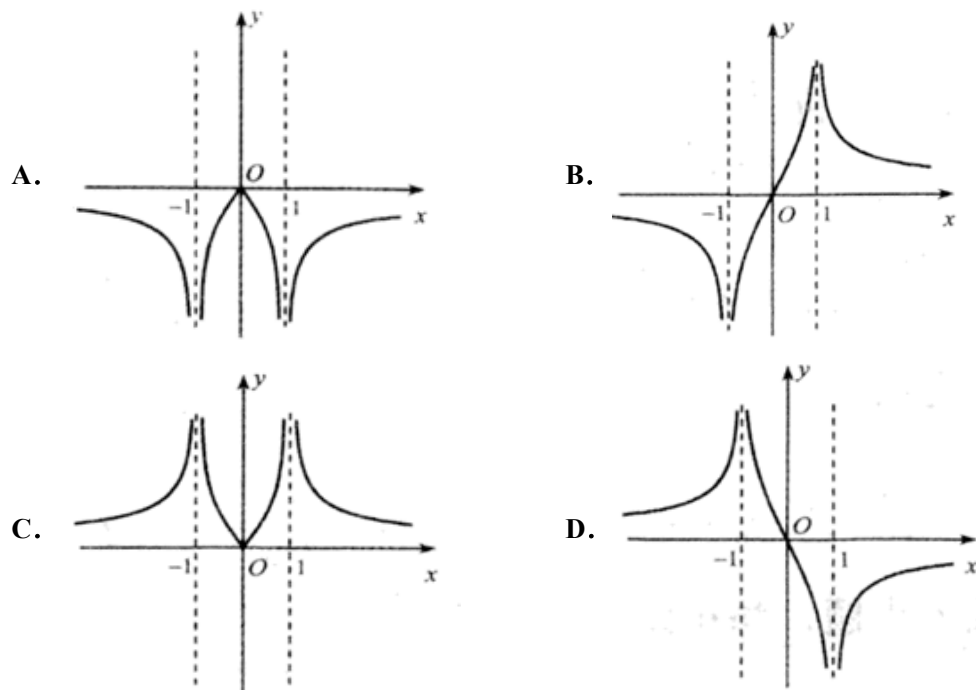


- A. $f(x) = 2\sin 2x$ B. $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$
- C. $f(x) = -2\sin x$ D. $f(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

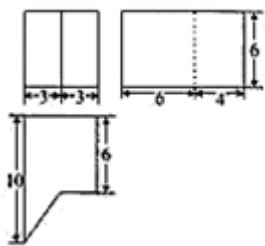
7. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 数列 $\{a_n\}$ 对任意的 $p, q \in \mathbb{N}^*$ 满足 $a_{p+q} = a_p + a_q + 13$. 若 $a_3 = -7$, 则当 S_n 取最小值时, n 等于 ()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

8. 函数 $f(x) = \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right|$ 的大致图像为 ()

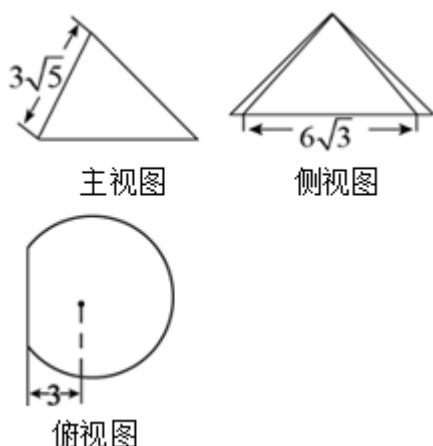


9. 若某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为 ()



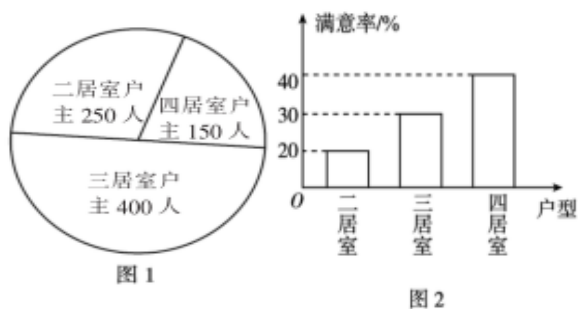
- A. 240 B. 264 C. 274 D. 282

10. 木匠师傅对一个圆锥形木件进行加工后得到一个三视图如图所示的新木件，则该木件的体积（ ）



- A. $24\pi + 9\sqrt{3}$ B. $48\pi + 9\sqrt{3}$ C. $48\pi + 18\sqrt{3}$ D. $144\pi + 18\sqrt{3}$

11. 已知我市某居民小区户主人数和户主对户型结构的满意率分别如图和如图所示，为了解该小区户主对户型结构的满意程度，用分层抽样的方法抽取30%的户主进行调查，则样本容量和抽取的户主对四居室满意的人数分别为



- A. 240, 18 B. 200, 20
C. 240, 20 D. 200, 18

12. 已知 $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{0.2}$, $b = 0.2^{\frac{1}{2}}$, $c = \log_{\frac{1}{3}} 2$, 则()

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $b > c > a$ D. $a > c > b$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知 $(1+2x)^n$ 的展开式中含有 x^2 的项的系数是60，则展开式中各项系数和为_____.

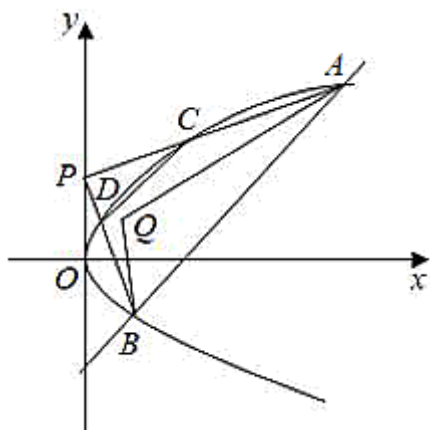
14. 已知向量 $\vec{a} = (1, x+1)$, $\vec{b} = (x, 2)$, 若满足 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 且方向相同, 则 $x =$ _____.

15. 已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x} - 1$ ，则关于 x 的不等式 $f(2x) + f(x+1) > -2$ 的解集为_____.

16. 已知 $z \cdot i = 1 + 2i$ (i 为虚数单位)，则复数 $z =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

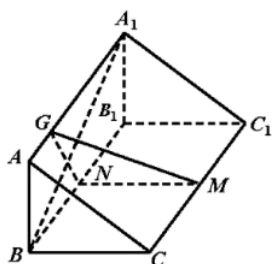
17. (12 分) 已知点 $P(0,1)$ ，直线 $y = x + t$ ($t < 0$) 与抛物线 $y^2 = 2x$ 交于不同两点 A 、 B ，直线 PA 、 PB 与抛物线的另一交点分别为两点 C 、 D ，连接 CD ，点 P 关于直线 CD 的对称点为点 Q ，连接 AQ 、 BQ 。



(1) 证明： $AB \parallel CD$ ；

(2) 若 $\triangle QAB$ 的面积 $S \geq 1 - t$ ，求 t 的取值范围。

18. (12 分) 如图，直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，底面 ABC 为等腰直角三角形， $AB \perp BC$ ， $AA_1 = 2AB = 4$ ， M ， N 分别为 CC_1 ， BB_1 的中点， G 为棱 AA_1 上一点，若 $A_1B \perp$ 平面 MNG 。



(1) 求线段 AG 的长；

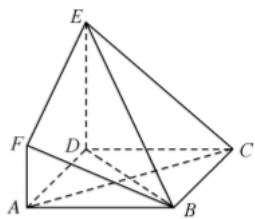
(2) 求二面角 $B - MG - N$ 的余弦值。

19. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左顶点为 A ，右焦点为 F ， P, Q 为椭圆 C 上两点，圆 $O: x^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$)。

(1) 若 $PF \perp x$ 轴，且满足直线 AP 与圆 O 相切，求圆 O 的方程；

(2) 若圆 O 的半径为 $\sqrt{3}$ ，点 P, Q 满足 $k_{OP} \cdot k_{OQ} = -\frac{3}{4}$ ，求直线 PQ 被圆 O 截得弦长的最大值。

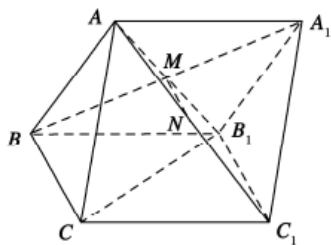
20. (12 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是边长为 3 的菱形, $DE \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \perp AD$, $AF \parallel DE$, $DE = 3AF$.



(1) 求证: $AC \perp$ 平面 BDE ;

(2) 若 BE 与平面 $ABCD$ 所成角为 60° , 求二面角 $F-BE-D$ 的正弦值.

21. (12 分) 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 四边形 A_1B_1BA 是菱形, $AB = 4$, $\angle ABB_1 = 60^\circ$, $B_1C_1 = 3$, $BC \perp AB$, 点 M 、 N 分别是 A_1B 、 AC_1 的中点, 且 $MN \perp AB_1$.



(1) 求证: 平面 $BCC_1B_1 \perp$ 平面 A_1B_1BA ;

(2) 求四棱锥 $A-BCC_1B_1$ 的体积.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - ax + a$, 其中 $a > 0$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的零点个数;

(2) 求证: $e^x + \sin x > x \ln x + 1$.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

设事件 A 为“方程 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 表示双曲线”, 事件 B 为“方程 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 表示焦点在 y 轴上的双曲线”, 分别计算出

$P(A), P(AB)$ ，再利用公式 $P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$ 计算即可.

【详解】

设事件 A 为“方程 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 表示双曲线”，事件 B 为“方程 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 表示焦点在 y 轴上的双曲线”，由题意， $P(A) = \frac{3 \times 3 + 4 \times 2}{7 \times 5} = \frac{17}{35}$ ， $P(AB) = \frac{3 \times 3}{7 \times 5} = \frac{9}{35}$ ，则所求的概率为

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{9}{17}.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查利用定义计算条件概率的问题，涉及到双曲线的定义，是一道容易题.

2、D

【解析】

根据双曲线的定义可得 $\triangle ABF_2$ 的边长为 $4a$ ，然后在 $\triangle AF_1F_2$ 中应用余弦定理得 a, c 的等式，从而求得离心率.

【详解】

由题意 $|AF_1| - |AF_2| = 2a$ ， $|BF_2| - |BF_1| = 2a$ ，又 $|AF_2| = |BF_2| = |AB|$ ，

$\therefore |AF_1| - |BF_1| = |AB| = 4a$ ， $\therefore |BF_1| = 2a$ ，

在 $\triangle AF_1F_2$ 中 $|F_1F_2|^2 = |AF_1|^2 + |AF_2|^2 - 2|AF_1||AF_2|\cos 60^\circ$ ，

即 $4c^2 = (6a)^2 + (4a)^2 - 2 \times 6a \times 4a \times \frac{1}{2} = 28a^2$ ， $\therefore$

故选：D.

【点睛】

本题考查求双曲线的离心率，解题关键是应用双曲线的定义把 A 到两焦点距离用 a 表示，然后用余弦定理建立关系式.

3、B

【解析】

设贫困户总数为 a ，利用表中数据可得脱贫率 $P = 2 \times 40\% \times 95\% + 2 \times 10\% \times 90\%$ ，进而可求解.

【详解】

设贫困户总数为 a ，脱贫率 $P = \frac{2 \times 40\% \times 95\% a + 2 \times 10\% \times 90\% a}{a} = 94\%$ ，

所以 $\frac{94\%}{70\%} = \frac{47}{35}$.

故 2019 年的年脱贫率是实施“精准扶贫”政策前的年均脱贫率的 $\frac{47}{35}$ 倍.

故选: B

【点睛】

本题考查了概率与统计, 考查了学生的数据处理能力, 属于基础题.

4、B

【解析】

由题意可将方程转化为 $\frac{\ln x}{x} - 2a = \frac{4ax}{\ln x} - 2$, 令 $t(x) = \frac{\ln x}{x}$, $x \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$, 进而将方程转化为 $[t(x) + 2][t(x) - 2a] = 0$, 即 $t(x) = -2$ 或 $t(x) = 2a$, 再利用 $t(x)$ 的单调性与最值即可得到结论.

【详解】

由题意知方程 $f(x) = g(x)$ 在 $(0, 1) \cup (1, +\infty)$ 上恰有三个不相等的实根,

$$\text{即 } \ln x - 2ax = \frac{4ax^2}{\ln x} - 2x, \quad \textcircled{1}.$$

因为 $x > 0$, ①式两边同除以 x , 得 $\frac{\ln x}{x} - 2a = \frac{4ax}{\ln x} - 2$.

所以方程 $\frac{\ln x}{x} - 2a - \frac{4ax}{\ln x} + 2 = 0$ 有三个不等的正实根.

记 $t(x) = \frac{\ln x}{x}$, $x \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$, 则上述方程转化为 $t(x) - 2a - \frac{4a}{t(x)} + 2 = 0$.

即 $[t(x) + 2][t(x) - 2a] = 0$, 所以 $t(x) = -2$ 或 $t(x) = 2a$.

因为 $t'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$, 当 $x \in (0, 1) \cup (1, e)$ 时, $t'(x) > 0$, 所以 $t(x)$ 在 $(0, 1)$, $(1, e)$ 上单调递增, 且 $x \rightarrow 0$ 时,

$t(x) \rightarrow -\infty$.

当 $x \in (e, +\infty)$ 时, $t'(x) < 0$, $t(x)$ 在 $(e, +\infty)$ 上单调递减, 且 $x \rightarrow +\infty$ 时, $t(x) \rightarrow 0$.

所以当 $x = e$ 时, $t(x)$ 取最大值 $\frac{1}{e}$, 当 $t(x) = -2$, 有一根.

所以 $t(x) = 2a$ 恰有两个不相等的实根, 所以 $0 < a < \frac{1}{2e}$.

故选: B.

【点睛】

本题考查了函数与方程的关系, 考查函数的单调性与最值, 转化的数学思想, 属于中档题.

5、A

【解析】

对于①，根据基尼系数公式 $Gini = \frac{a}{S}$ ，可得基尼系数越小，不平等区域的面积 a 越小，国民分配越公平，所以①正确.

对于②，根据劳伦茨曲线为一条凹向横轴的曲线，由图得 $\forall x \in (0,1)$ ，均有 $f(x) < x$ ，可得 $\frac{f(x)}{x} < 1$ ，所以②错误.对

于③，因为 $a = \int_0^1 (x - x^2) dx = (\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3)|_0^1 = \frac{1}{6}$ ，所以 $Gini = \frac{a}{S} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$ ，所以③错误.对于④，因为

$a = \int_0^1 (x - x^3) dx = (\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^4)|_0^1 = \frac{1}{4}$ ，所以 $Gini = \frac{a}{S} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ ，所以④正确.故选 A.

6、A

【解析】

由图根据三角函数图像的对称性可得 $\frac{T}{2} = \frac{5\pi}{6} - 2 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ ，利用周期公式可得 ω ，再根据图像过 $(\frac{\pi}{6}, 0), (0, \sqrt{3})$ ，即

可求出 φ, A ，再利用三角函数的平移变换即可求解.

【详解】

由图像可知 $\frac{T}{2} = \frac{5\pi}{6} - 2 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ ，即 $T = \pi$ ，

所以 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ，解得 $\omega = 2$ ，

又 $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = A \sin\left(2 \times \frac{\pi}{6} + \varphi\right) = 0$ ，

所以 $\frac{\pi}{3} + \varphi = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ，由 $0 < \varphi < 2\pi$ ，

所以 $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ 或 $\frac{5\pi}{3}$ ，

又 $g(0) = \sqrt{3}$ ，

所以 $A \sin \varphi = \sqrt{3}$ ，($A > 0$)，

所以 $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ ， $A = 2$ ，

即 $g(x) = 2 \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$ ，

因为函数 $y = f(x)$ 的图象由 $y = g(x)$ 图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度而得到，

$$\text{所以 } y = f(x) = 2 \sin \left[2 \left(x - \frac{\pi}{3} \right) + \frac{2\pi}{3} \right] = 2 \sin 2x.$$

故选：A

【点睛】

本题考查了由图像求三角函数的解析式、三角函数图像的平移伸缩变换，需掌握三角函数的平移伸缩变换原则，属于基础题.

7、A

【解析】

先令 $p=1, q=1$ ，找出 a_2, a_1 的关系，再令 $p=1, q=2$ ，得到 a_2, a_1, a_3 的关系，从而可求出 a_1 ，然后令 $p=n, q=1$ ，可得 $a_{n+1} - a_n = 2$ ，得出数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，得 $S_n = n^2 - 12n$ ，可求出 S_n 取最小值.

【详解】

解法一：由 $a_3 = a_1 + a_2 + 13 = (a_1 + 13) + (2a_1 + 13) = -7$ ，所以 $a_1 = -11$ ，由条件可得，对任意的

$n \in \mathbb{N}^*$, $a_{n+1} = a_n + a_1 + 13 = a_n + 2$ ，所以 $\{a_n\}$ 是等差数列， $a_n = 2n - 13$ ，要使 S_n 最小，由 $\begin{cases} a_n \geq 0, \\ a_{n+1} \geq 0 \end{cases}$ 解得

$$\frac{11}{2} \leq n \leq \frac{13}{2}, \text{ 则 } n = 6.$$

解法二：由赋值法易求得 $a_1 = -11, a_2 = -9, a_3 = -7, \dots, a_n = 2n - 13, S_n = n^2 - 12n$ ，可知当 $n = 6$ 时， S_n 取最小值.

故选：A

【点睛】

此题考查的是由数列的递推式求数列的通项，采用了赋值法，属于中档题.

8、D

【解析】

通过取特殊值逐项排除即可得到正确结果.

【详解】

函数 $f(x) = \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right|$ 的定义域为 $\{x \mid x \neq \pm 1\}$ ，当 $x = \frac{1}{2}$ 时， $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 3 < 0$ ，排除 B 和 C；

当 $x = -2$ 时， $f(-2) = \ln 3 > 0$ ，排除 A.

故选：D.

【点睛】

本题考查图象的判断，取特殊值排除选项是基本手段，属中档题.

9、B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/315214102012011131>