湖北省鄂州鄂南高中2024届高三下学期高考模拟数学试卷

1．本试卷满分150分，考试时间120分钟。

2．答题前，考生务必将姓名、考生号等个人信息填写在答题卡指定位置。

3．考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答。超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．下面四个数中，最大的是（　）

A．$\ln3$　　B．$\ln(\ln3)$　　C．$\frac{1}{\ln3}$　　D．$(\ln3)^2$

2．从1、2、3、4、5中任选3个不同数字组成一个三位数，则该三位数能被3整除的概率为（　）

A．$\frac{1}{10}$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$\frac{3}{10}$　　D．$\frac{2}{5}$

3．若等差数列$\{a_{\rm n}\}$ 的前n项和为S，且满足$S_{45}>0, S_{46}<0$，对任意正整数n，都有$|a_n|\geq|a_m|$,则m 的值为（　）

A．21　　B．22　　C．23　　D．24

4．已知$\triangle ABC$ 的内角A, B, C 的对边分别为a, b, c，若面积$S=\frac{(a+b)^2-c^2}{3}$，则$\sin C=$（　）

A．$\frac{24}{25}$　　B．$\frac{4}{5}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{7}{25}$

5．已知在等腰直角三角形ABC中，$CA=CB=4$，点M在以C为圆心、2为半径的圆上，则$|MB|+\frac{1}{2}|MA|$的最小值为（　）

A．$3\sqrt{5-2\sqrt{2}}$　　B．$\sqrt{17}$　　C．$1+2\sqrt{5}$　　D．$2\sqrt{5}-1$

6．已知m,n表示两条直线，α,β,γ表示平面，下列命题中正确的有（　）

①若$\alpha\cap\gamma=m,\beta\cap\gamma=n$，且$m//n$，则$\alpha//\beta$；

②若m,n相交且都在平面α,β外，$m//\alpha,m//\beta,n//\alpha,n//\beta$，则$\alpha//\beta$；

③若$m//\alpha, m//\beta$，则$\alpha//\beta$；

④若$m//\alpha, n//\beta$，且$m//n$，则$\alpha//\beta$.

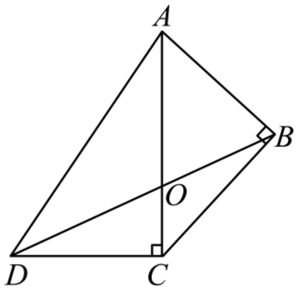
A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

7．已知椭圆C_1：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$与双曲线$C_2$：$\frac{x^2}{m^2}-\frac{y^2}{n^2}=1$（$m>0$，$n>0$）有共同的焦点$F_1$，$F_2$，且在第一象限的交点为$P$，满足$2\overrightarrow{OF_2}\cdot\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OF_2}^2$（其中$O$为原点）.设$C_1$，$C_2$的离心率分别为$e_1$，$e_2$，当$3e_1+e_2$取得最小值时，$e_1$的值为（　）

A．$\frac{\sqrt{6}}{4}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{6}}{3}$

8．古希腊数学家特埃特图斯（Theaetetus）利用如图所示的直角三角形来构造无理数. 已知$AB=BC=CD=1, AB\perp BC, AC\perp CD, AC$与$BD$交于点$O$，若$\overrightarrow{DO}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则$\lambda+\mu=$（　）



A．$\sqrt{2}-1$　　B．$1-\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{2}+1$　　D．$-\sqrt{2}-1$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9．下列命题正确的是（　）

A．若样本数据的频率分布直方图为单峰不对称，且在右边“拖尾”，则样本数据的平均数大于中位数

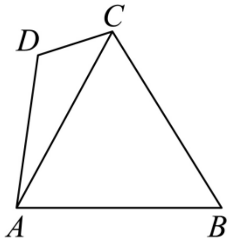
B．若散点图的散点均落在一条斜率非 0 的直线上，则决定系数$R^2=1$

C．数据x_1, x_2, x_3, x_4, x_5的均值为 4，标准差为 1，则这组数据中没有大于 5 的数

D．数据 12，23，35，47，61 的 75 百分位数为 47

10．如图，在锐角$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$\sin A=\sin B$，且

$\sqrt{3}\left(a\cos B+b\cos A\right)=2c\sin C$，$D$ 是 $\triangle ABC$ 外一点且 B、D 在直线 AC 异侧，$DC=2$，$DA=6$，则下列说法正确的是（　）



A．$\triangle ABC$ 是等边三角形

B．若 $AC=2\sqrt{13}$，则 A，B，C，D 四点共圆

C．四边形 $ABCD$ 面积的最小值为 $10\sqrt{3}-12$

D．四边形 $ABCD$ 面积的最大值为 $10\sqrt{3}+12$

11．已知抛物线 $C:y^2=2px\left(p>0\right)$ 的准线方程为 $x=-1$，过抛物线 C 的焦点 F 的直线 l 交抛物线 C 于 A，B 两点，则下列说法正确的是（　）

A．以 AF 为直径的圆与 y 轴相切

B．设 $Q\left(3,2\right)$，则 $\triangle QAF$ 周长的最小值为 4

C．若 $\overrightarrow{BF}=2\overrightarrow{FA}$，则直线 l 的斜率为 $2\sqrt{2}$ 或 $-2\sqrt{2}$

D．x 轴上存在一点 N，使 $k_{AN}+k_{BN}$ 为定值

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．

12．曲线 $x^2+y^2=2\left|x\right|-2\left|y\right|$ 所围成的封闭图形的面积为_____．

13．已知对任意平面向量 $\overrightarrow{AB}=(x,y)$，把 $\overrightarrow{AB}$ 绕其起点沿逆时针方向旋转 θ 角得到向量 $\overrightarrow{AP}=\left(x\cos\theta-y\sin\theta,x\sin\theta+y\cos\theta\right)$，叫做把点 B 绕点 A 沿逆时针方向旋转 θ 角得到点 P．现将双曲线 Γ：$\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2}=1$ 上的每个点 M 绕坐标原点 O 沿逆时针方向旋转 $\dfrac{\pi}{4}$ 后得到曲线 C，则曲线 C 的方程为______．

14．若函数 $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$（b，c，$d\in\mathbf{R}$）恰有两个零点 x_1，x_2，且 $|x_2-x_1|=1$，则函数 $f(x)$ 所有可能的极大值为_____．

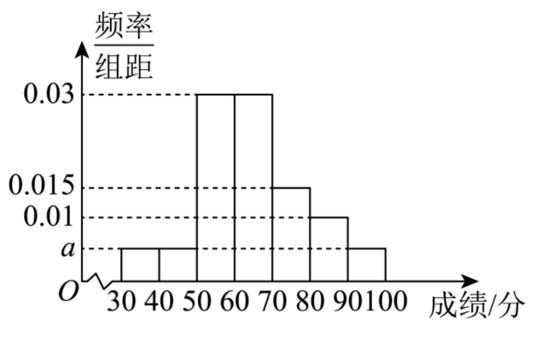
四、解答题：本题共 5 小题，第 15 小题 13 分，第 16、17 小题 15 分，第 18、19 小题 17 分，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15．在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=6$，且等差数列$\{a_n+a_{n+1}\}$的公差为 4.

(1)求a_{10}；

(2)若$b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}+a_{2n-1}$，数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$S_n$，证明：$S_n<2n^2+2n+\dfrac{1}{8}$.

16．为提升基层综合文化服务中心服务效能，广泛开展群众性文化活动，某村干部在本村的村民中进行问卷调查，将他们的成绩（满分：100 分）分成 7 组：$[30,40),[40,50),[50,60),[60,70),[70,80),[80,90),[90,100]$.整理得到如下频率分布直方图.

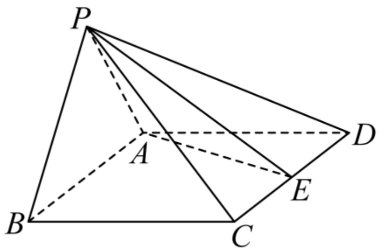


(1)求a的值并估计该村村民成绩的平均数（同一组中的数据用该组区间的中点值代表）；

(2)从成绩在$[30,40),[80,90)$内的村民中用分层抽样的方法选取 6 人，再从这 6 人中任选 3 人，记这 3 人中成绩在$[80,90)$内的村民人数为X，求X的分布列与期望.

17．如图，在四棱锥$P-ABCD$中，平面$PAB\perp$平面$ABCD$，底面$ABCD$为菱形，

$\angle ABC=60^{\circ}$，$AB=\sqrt{2}PA=\sqrt{2}PB=2, E$是$CD$的中点.



(1)证明：平面$PBC\perp$平面PAE.

(2)求二面角$D-AP-E$的余弦值.

18．设抛物线$C: y^{2}=2px(p>0)$的焦点为F，已知点F到圆$E:(x+3)^{2}+y^{2}=1$上一点的距离的最大值为6.

(1)求抛物线C的方程.

(2)设O是坐标原点，点$P(2,4), A, B$是抛物线C上异于点P的两点，直线PA, PB与y轴分别相交于M, N两点（异于点O），且O是线段MN的中点，试判断直线AB是否经过定点.若是，求出该定点坐标；若不是，说明理由.

19．已知函数$f\left(x\right)=\ln x-\frac{ax}{\mathrm{e}^{x}}$.

(1)当$a=1$时，证明：$f\left(x\right)$是增函数.

(2)若$f\left(x\right)\le x$恒成立，求a的取值范围.

(3)证明：$\frac{\ln 2}{2}+\frac{\ln 3}{3}+\cdots+\frac{\ln n}{n}\le n-\frac{\mathrm{e}\left(1-\mathrm{e}^{-n}\right)}{\mathrm{e}-1}$（$n\ge 2$，$n\in N$）.

参考答案：

1．D

【分析】先根据对数函数单调性求得$1<\ln 3<2$，然后可判断最大项.

【详解】因为$\ln e<\ln 3<\ln e^2$，即$1<\ln 3<2$，

所以$\ln(\ln 3)<\ln 2<1$，$\frac{1}{\ln 3}<1$，故B，C错误；

又$(\ln 3)^2-\ln 3=(\ln 3-1)\ln 3>0$，所以$(\ln 3)^2>\ln 3$.

故选：D

2．D

【分析】利用排列组合知识求出对应的方法种数，利用古典概型的概率公式直接求解.

【详解】从1、2、3、4、5中任选3个不同数字组成一个三位数，有$A_5^3=5\times4\times3=60$种；

要使该三位数能被3整除，只需数字和能被3整除，

所以数字为1，2，3时，有$A_3^3=3\times2\times1=6$种；数字为1，3，5时，有$A_3^3=3\times2\times1=6$种；

数字为2，3，4时，有$A_3^3=3\times2\times1=6$种；数字为3，4，5时，有$A_3^3=3\times2\times1=6$种；共24种.

所以该三位数能被3整除的概率为$\frac{24}{60}=\frac{2}{5}$.

故选：D

3．C

【分析】根据给定条件，利用等差数列的性质及前n项和公式计算推理得解.

【详解】依题意，$S_{45}=\frac{45(a_1+a_{45})}{2}=45a_{23}>0$，则$a_{23}>0$，

又$S_{46}=\frac{46(a_1+a_{46})}{2}=23(a_{23}+a_{24})<0$，则$a_{23}+a_{24}<0$，$a_{24}<-a_{23}<0$，

等差数列$\{a_n\}$的公差$d=a_{24}-a_{23}<0$，因此数列$\{a_n\}$单调递减，

$a_1>a_2>\cdots>a_{22}>a_{23}>0>a_{24}>a_{25}>\cdots$，且$|a_{23}|<|a_{24}|$，

即任意正整数n，$|a_n|\ge|a_{23}|$恒成立，

所以对任意正整数n，都有$|a_n|\ge|a_m|$成立的$m=23$.

故选：C

4．A

【分析】先利用余弦定理的变形：$a^2+b^2-c^2=2ab\cos C$，结合三角形的面积公式

$S=\frac{1}{2}ab\sin C$，可把条件转化为：$4\cos C+4=3\sin C$，再根据同角三角函数的基本关系和三角形中$\sin C>0$，可求得$\sin C$.

【详解】因为$S=\frac{1}{2}ab\sin C$，所以$\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{(a+b)^2-c^2}{3}=\frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{3}$，

又由$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C\Rightarrow a^2+b^2-c^2=2ab\cos C$，

所以$\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{2ab\cos C+2ab}{3}\Rightarrow 4\cos C+4=3\sin C$.

所以$4\cos C=3\sin C-4\Rightarrow(4\cos C)^2=(3\sin C-4)^2\Rightarrow 16\cos^2 C=9\sin^2 C-24\sin C+16\Rightarrow$

$16(1-\sin^2 C)=9\sin^2 C-24\sin C+16$

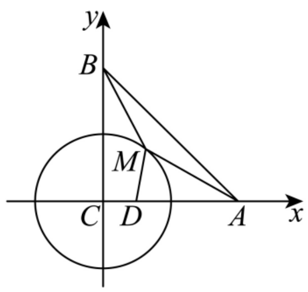
所以$25\sin^2 C-24\sin C=0$，又因为在$\triangle ABC$中，$\sin C\neq 0$，所以$\sin C=\frac{24}{25}$.

故选：A

5．B

【分析】建立坐标系，先把$\frac{1}{2}|MA|$转化为$|MD|$，其中$D(1,0)$，再利用两点之间线段最短求解.

【详解】如图：建立平面直角坐标系.则$A(4,0)$，$B(0,4)$,取$D(1,0)$.设$M(x,y)$



则$x^2+y^2=4$.

所以$\frac{1}{2}|MA|=\frac{1}{2}\sqrt{(x-4)^2+y^2}=\frac{1}{2}\sqrt{4\left[(x-1)^2+y^2\right]}=|MD|$，

又$|MB|+|MD|\leq|BD|=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$.

故选：B

6．A

【分析】根据线面平行和面面平行逐项判断即可.

【详解】对于①，若$\alpha\cap\gamma=m,\beta\cap\gamma=n$，且$m//n$，则$\alpha//\beta$或相交，故①错误；

对于③和④，α 与 β 也可能相交，均错误；

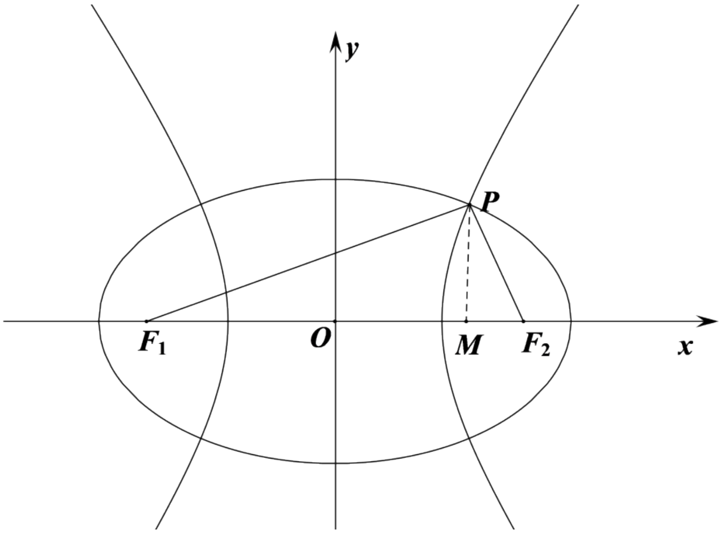
对于②，设 m,n 相交确定平面 γ，根据线面平行的判定定理知 $\alpha /\!/ \gamma, \beta /\!/ \gamma$，根据平行平面的传递性得知 $\alpha /\!/ \beta$.

故选：A.

7．D

【分析】作 $PM \perp F_1F_2$，利用椭圆和双曲线定义可表示出 $|PF_1|,|PF_2|$，由 $2\overrightarrow{OF_2}\cdot\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OF_2}^2$，可得点 P 的横坐标为 $x_P=\dfrac{c}{2}$，利用勾股定理可得 $c^2=2am$，即 $e_1e_2=2$，再利用基本不等式可求出最值，并求出此时 e_1 的值.

【详解】如图，作 $PM \perp F_1F_2$，垂足为 M，



根据椭圆与双曲线的定义可得 $\begin{cases}|PF_1|+|PF_2|=2a\\ |PF_1|-|PF_2|=2m\end{cases}$，

解得 $|PF_1|=a+m,|PF_2|=a-m$，

由 $2\overrightarrow{OF_2}\cdot\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OF_2}^2$，可得点 P 的横坐标为 $x_P=\dfrac{c}{2}$，

即 $|F_1M|=\dfrac{3c}{2},|F_2M|=\dfrac{c}{2}$，

由勾股定理可得 $(a+m)^2-\left(\dfrac{3c}{2}\right)^2=(a-m)^2-\left(\dfrac{c}{2}\right)^2$，

整理得 $c^2=2am$，即 $e_1e_2=2$，

$\therefore 3e_1+e_2\ge 2\sqrt{3e_1\cdot e_2}=2\sqrt{6}$，当且仅当 $3e_1=e_2$ 时等号成立，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：
https://d.book118.com/315222134230011212