

信号与系统典型问题的 MATLAB 分析

淮北师范大学物理与电子信息学院 235000

摘要 信号与系统是通信技术和电子技术的基础理论，本文以信号与系统基本理论为基础，以 MATLAB 编程软件为工具，分别从实域、频域和复频域的角度对 LTI 系统的典型问题进行了求解和分析。在时域分析中，用解析式和图形相结合的方法对典型系统的零输入响应、零状态响应、全响应进行了全面的分析和描述，运行结果与理论计算结果完全一致，并通过编程实现了连续信号的卷积计算，进而验证了求解零状态响应的卷积公式的正确性，以动态的图形形式演示了两因果时限离散信号的卷和过程，显示了离散信号的反折、移位、相乘基本运算过程；在频域分析中，用仿真的图形检验并证明了傅里叶级数的正确性，并对一典型信号的频谱特性进行了全面地分析；在复频域分析中，将一复杂系统展开成便于分析的部分分式形式，进而求得冲激响应，并用仿真的图形描述了系统零极图、单位冲激响应、频响特性，最后根据极点的位置准确判断了该系统的稳定性。

关键词 信号与系统；MATLAB 仿真；卷积；频域分析；时域分析

The Research of typical problems in Signals and Systems Based on MATLAB

Meng Weiwei

Department of physical and electronic information, Huaibei normal university, 235000

Abstract Signal and system is the basic theory of communication technology and electronic technology. This paper uses the MATLAB software to vividly analyze the typical problems of LTI system from the real domain, frequency domain and the complex frequency domain. In the time domain analysis, the combination of resolution and graphics conducted a comprehensive analysis of zero input response and zero State response of a typical system and the actual results are completely consistent with theoretical results. The calculation of convolution of continuous signal by programming verifies the correctness of convolution formula for solving zero-State response. Then the paper also graphically shows two discrete signal convolution process perfectly. In the frequency domain analysis, the graphics simulated by the MATLAB software test and prove the correctness of the Fourier series and the characteristics of a typical spectrum of the signal is analysed comprehensively with the help of MATLAB software. In the complex frequency domain analysis, a complex system is expanded into partial fraction form which is very easy to analyze so that it can easily describe its impulse response, pole-zero plot and frequency response characteristics. Then according to the position of the pole, the stability of the system is determined accurately.

Keywords Signals and Systems; MATLAB simulation; the Time-domain Analysis; Frequency domain analysis

目 次

1	引言	-----	
2	MATLAB 简介	-----	
3	LTI 系统的时域分析	-----	
3.1	系统的描述及时域分析的特点	-----	
3.2	LTI 连续系统时域分析的 MATLAB 实现	-----	3
3.3	LTI 离散系统的时域分析	-----	
4	信号与系统典型问题的变换域分析	-----	10
4.1	傅里叶级数的概念及其 MATLAB 分析	-----	10
4.2	傅里叶变换有关问题的 MATLAB 分析	-----	12
4.3	连续信号拉普拉斯变换及复频域分析	-----	13
	结 论	-----	15
	参考文献	-----	16
	致 谢	-----	17
	附录	-----	错误! 未定义书签。

1 引言

信号与系统课程是一门实用性较强、涉及面较广的专业基础课，是进行通信技术研究及对各种电子信息进行信号处理的理论和实践基础^[1]。随着信息化时代的不断推进，这一学科的理论 and 实践研究迅速发展，分析方法不断更新，技术应用范围不断扩展，因此，对于从事电子类专业人员，掌握研究信号与系统的各种方法至关重要。

在各种通信电子设备过程中，信号是通过系统来传输的。例如，电路系统由开关、电阻、电容、电感、导线和半导体集成电路等元器件所组成，在外加电压信号和电流信号的激励下，电路内部各支路的电压和电流将发生变化，这些变化的电压和电流称为电路系统的响应。在某种激励的作用下电路产生了某种响应，便是该电路系统的功能。信号与系统课程涉及的主要问题为激励与响应的关系以及各种系统的特性，即研究给定激励通过特定系统所产生的预期响应，信号分为离散信号和连续信号，对应离散系统和连续系统，主要从时域和变换域两大角度来分析各种信号和系统的特性，对连续系统，研究的典型问题是信号的基本运算和卷积积分以及各种系统的冲激响应、零输入响应、零状态响应全响应及其对应关系；对离散系统，研究的典型问题是信号的基本运算和卷积运算以及各种系统的单位序列响应、零输入响应、零状态响应全响应及其对应关系。因此，系统分析是从宏观的角度研究由电路构成的系统的输入激励与输出响应之关系。

信号与系统关系非常紧密，它们相互依存、相互制约，是不可分割的统一整体。信号由系统产生、发送、传输与接收，在系统中信号按一定的规律运动和变化；系统则是对信号进行加工、变换、处理和传输的媒质，信号离不开系统，系统也离不开信号。因此，在实际应用中，信号与系统需相互协调，才能实现各自的功能，两者共存共荣，共同发展。信号与系统的这种协调一致的现象称为信号与系统的“匹配”。在研究信号与系统各方面的问题时，可借助MATLAB软件对一些抽象的概念、公式、定理进行形象生动地分析^[2]。

2 MATLAB 简介

MATLAB 的名称源自Matrix Laboratory, 是1984年由美国Mathworks公司推出的一种科学计算软件, 专门以矩阵的形式处理数据。MATLAB 将高性能的数值计算和可视化集成在一起, 并提供了大量的内置函数, 从而被广泛地应用于科学计算、控制系统、信息处理等领域的分析、仿真和设计工作。

该软件具有如下优越的特征:

- (1) 高效率、高性能、高可靠的数值计算能力, 可简化用户复杂的计算过程;
- (2) 运用数组、向量和矩阵的高级程序设计语言编程, 易于学习者理解和掌握;
- (3) 具备高级图形和可视化数据处理能力, 实现数据结果和编程的可视化;
- (4) 拥有强大的动态系统仿真建模工具箱——Simulink, 可极大地方便用户对各学科领域进行仿真调试^[4]。

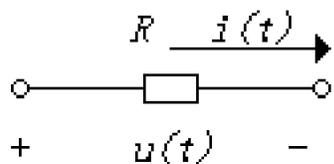
MATLAB 是一门集图形处理, 符号运算和数值计算等多种功能于一体的科学计算软件体系。它还内置许多专用工具箱, 可以满足多数专业领域用户的需求。目前, MATLAB 已经普及到各个学科领域的科学研究, 尤其是在大多数高等院校里, 其应用研究已经有了相当的普及, 已经深入到各个专业的很多学科。在现在科学研究和工程实践中, 很多数学模型都是用微分方程或差分方程来确定的, 很多基本问题本身就是一个方程的求解问题。因此, 求解微分方程和差分方程是非常重要的, 但是, 大部分的微分方程目前还难以得到其解析解, 因此, 人们只有利用计算机强大的计算功能来求其数值解。借助MATLAB 软件学习、研究微分方程和差分方程有两方面的好处, 一方面可以利用MATLAB 软件数值计算和绘图功能迅速求解或探讨某些微分方程的性态; 另一方面是应用MATLAB 软件中符号计算功能直接求解某些常微分方程。

由于 MATLAB 的上述优点, 使其受工程技术人员及科技专家的欢迎的程度越来越高, 并很快成为应用学科计算机辅助分析、设计、仿真、教学等领域不可缺少的重要软件。目前, 在国外高等院校, MATLAB 已成为本科生、研究生必须掌握的基础软件^[5,6]。国内很多高等院校也已经或正把 MATLAB 作为学生必须掌握的一种软件。

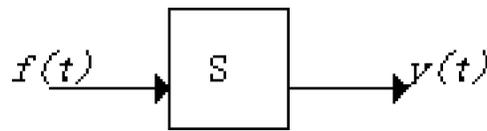
3 LTI 系统的时域分析

3.1 系统的描述及时域分析的特点

电路系统是由电路元件所组成的具有处理和传输电信号能力的装置。电路系统有时候可以很简单，例如，一个纯电阻电路，如图 1(a)，如果将流入电阻的 $i(t)$ 视为激励信号 $f(t)$ ，因此将电阻两端产生的端电压 $u(t)$ 视为响应信号 $y(t)$ 去掉电路的内涵，则该电阻便可被抽象为一个简单的电路系统 S 并可用方框表示，如图 1(b) 所示。系统分析侧重研究输出响应 $y(t)$ 与输入激励之间的关系，根据欧姆定律 $u(t)=R i(t)$ ，则 $y(t)=Rf(t)$ ，该系统 $y(t)$ 与 $f(t)$ 之间呈线性关系。



(a)简单电阻模型



(b)等效的系统模型

图 1 电路系统模型

如果一个系统的系统参数随自变量改变，则该系统是时变系统；反之，如果系统参数是与自变量无关的常数，则该系统为非时变系统。

如果一个系统对于激励 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的作用，所产生的响应分别是 $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ ，而当 $Af_1(t) + Bf_2(t)$ 作用于同一系统时所产生的响应是 $Ay_1(t) + By_2(t)$ ，其中 A 、 B 为常数，则称该系统满足线性性质，即

若 $f_1(t) \rightarrow y_1(t)$ ， $f_2(t) \rightarrow y_2(t)$ ，

$$\text{则 } Af_1(t) + Bf_2(t) \rightarrow Ay_1(t) + By_2(t) \quad (3-1)$$

若一系统既满足线性又满足非时变性的系统，称为线性非时变系统，简称 LTI 系统。时域分析的特点是由输入激励和表征系统特性的时域数学模型，不经变换，在时域直接求出系统的输出响应。

3.2 LTI 连续系统时域分析的 MATLAB 实现

描述 LTI 连续系统的数学模型是常系数线性微分方程，其一般形式为

$$\sum_{i=1}^n a_i y^{(i)}(t) = \sum_{j=1}^m b_j f^{(j)}(t) \quad (3-2)$$

式中 $a_i (i = 0, 1, 2, \dots, n)$ 和 $b_j (j = 0, 1, 2, \dots, m)$ 为常系数。该微分方程的求解可借助 MATLAB 中的 dsolve 函数计算卷积来实现，而卷积积分主要采用数值求解方法。

对典型连续系统问题，可方便地借助 MATLAB 求解时域响应[7]，例如方程 $y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = f'(t) - 3f(t)$ 描述了一连续系统的时域特性，利用 MATLAB 可求冲激响应 $h(t)$ 以及当激励信号为 $f(t) = e^{-3t}u(t)$ ，初始状态 $y(0) = 1, y'(0) = 2$ 的零输入响应 $y_x(t)$ 和零状态响应 $y_f(t)$ 以及全响应 $y(t)$ 。

首先利用时域分析法可以得出系统的冲击响应 $h(t)$ 和零输入响应 $y_x(t)$ 、零状态响应分别为 $y_f(t)$ ，具体求解方法如下：

求解冲激响应的微分方程为

$$h''(t) - 3h'(t) + 2h(t) = \delta'(t) - 3\delta(t)$$

它的齐次解形式为

$$h(t) = A_1 e^{-t} + A_2 e^{2t} \quad (t \geq 0)$$

利用冲激函数匹配法可求得 $h(0) = 1, h'(0) = 0$ ，得

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = 1 \\ A_1 - 2A_2 = 0 \end{cases}$$

所以冲激响应为 $h(t) = (2e^{-t} - e^{2t})u(t)$

对于零输入响应用同样的方法可求得 $y_x(t) = 4e^{-t} - 3e^{2t}$ ，而零状态响应根据卷积公式求得，即有

$$y_f(t) = (e^{-t} - e^{2t})u(t)$$

再用 MATLAB 编程，实现程序为

```
eq0='D2y+3*Dy+2*y=Df+3*f';
eq1='D2y+3*Dy+2*y=0';
ic1='y(-0.0001)=0,Dy(-0.0001)=0';
ic2='y(0)=1,Dy(0)=2';
ic3='y(-0.0001)=1,Dy(-0.0001)=2';
in1='f=dirac(t)';
in2='f=exp(-3*t)*heaviside(t)';
ans1=dsolve(eq0,in1,ic1);
h=simplify(ans1.y)
ans2=dsolve(eq1,ic2);
yx=simplify(ans2)
```

```
ans3=dsolve(eq0, in2, ic1);
yf=simplify(ans3.y)
ans4=dsolve(eq0, in2, ic3);
y=simplify(ans4.y)
```

运行结果：

$$\begin{aligned}
 h(t) &= (2e^{-t} - e^{-2t})u(t) \\
 y_x(t) &= 4e^{-t} - 3e^{-2t} \\
 y_f(t) &= (e^{-t} - e^{-2t})u(t) \\
 y(t) &= (5e^{-t} - 4e^{-2t})u(t)
 \end{aligned}$$

由此可知程序运行结果与上述时域计算结果一致，并可验证 $y=y_f+y_x$ ，即系统的全响应等于零输入响应与零状态响应之和。此外在对系统的响应进行分析中，也可以利用 MATLAB 工具箱里的其他函数求零状态响应数值解，包括：

(1) 用 tf 函数描述 LTI 系统模型，调用方式为

$$sys=tf(b, a)$$

式中，a(den)和 b(num)分别表示微分方程左边和右边各项系数向量。例如，可用以下语句 `a = [1, 3, 2]; b = [1, 3]; sys=tf(b, a)` 表示上例中微分方程的 LTI 系统模型。

(2) 调用 lsim 函数求零状态响应，调用方式为

$$yf=lsim(sys, f, t)$$

式中，t 表示计算系统响应的抽样点向量，f 是系统输入信号向量，sys 是 LTI 系统模型，可用来表示微分方程、差分方程、或状态方程。

(3) 调用 impulse 函数和 step 函数分别可求冲激响应和阶跃响应，调用方式为

$$h(t)=impulse(sys, t) \qquad g(t)=step(sys, t)$$

对上例中的冲激响应和零状态响应可用下述程序求解，并绘出其波形图，运行结果如图 2 所示。

```
a=[1, 3, 2];b=[1, 3];
sys=tf(b, a);
t=0:0.01:5;
f=exp(-3*t);
subplot(2, 1, 1),
```

```

impulse(sys, t);
xlabel('t'), ylabel('h(t)'), grid
subplot(2, 1, 2),
lsim(sys, f, t);
xlabel('t'), grid
    
```

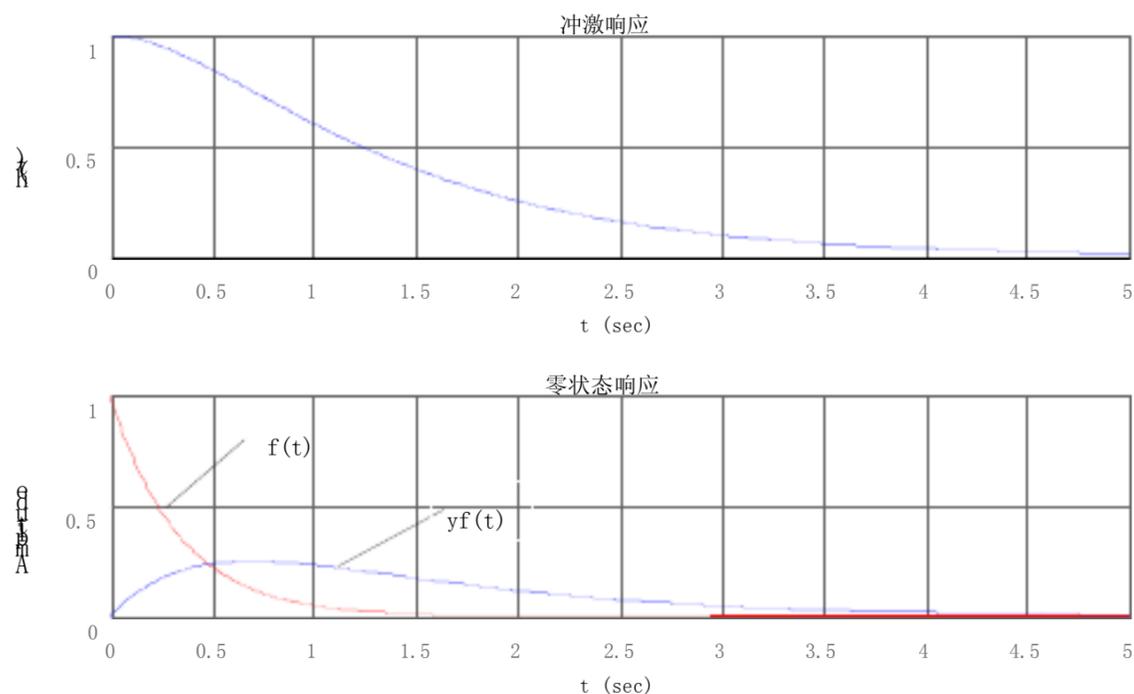


图 2 冲激响应和零状态响应

由信号与系统理论可知，卷积积分也可以用来求解系统的零状态响应，即 LTI 连续系统的零状态响应等于冲激响应与激励信号的卷积，具体公式为

$$y_f(t) = \int_0^t h(t-\tau) f(\tau) d\tau \quad (3-3)$$

其中 $h(t)$ 和 $f(t)$ 分别为系统冲激响应和激励信号，图 2 已经绘出了零状态响应的波形，下面用 conv 函数来验证这一公式的正确性。编程如附录中 A。结果如图 3 所示。

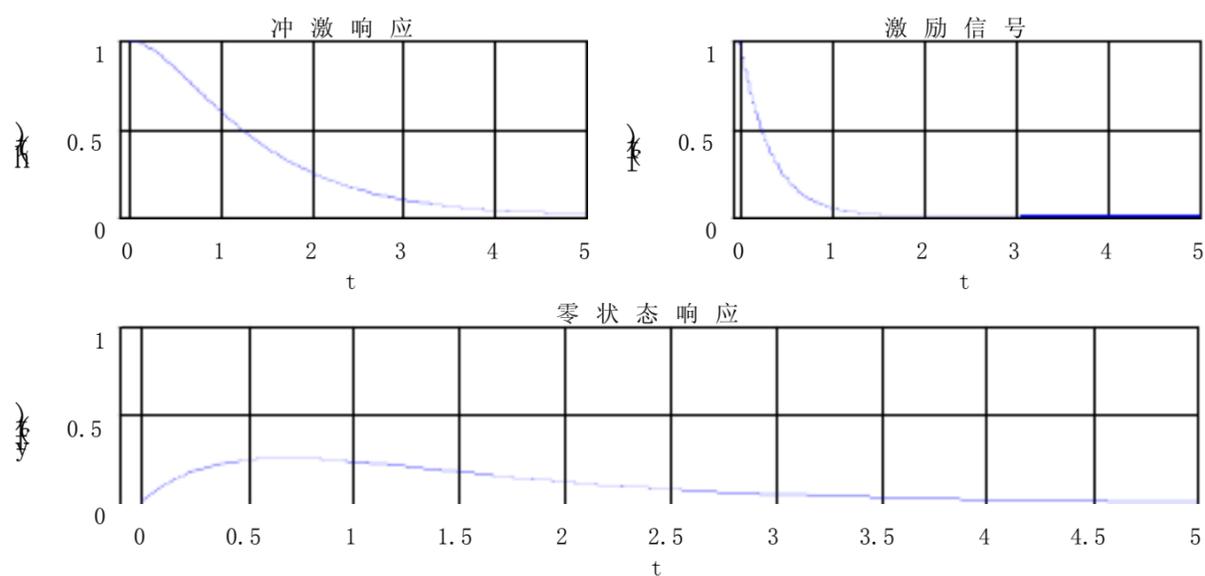


图 3 卷积法求得的零状态响应

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/315342130202011222>