

第 12 讲 二次函数的应用（核心考点讲与练）

【基础知识】

二次函数的应用

（1）利用二次函数解决利润问题

在商品经营活动中，经常会遇到求最大利润，最大销量等问题．解此类题的关键是通过题意，确定出二次函数的解析式，然后确定其最大值，实际问题中自变量 x 的取值要使实际问题有意义，因此在求二次函数的最值时，一定要注意自变量 x 的取值范围．

（2）几何图形中的最值问题

几何图形中的二次函数问题常见的有：几何图形中面积的最值，用料的最佳方案以及动态几何中的最值的讨论．

（3）构建二次函数模型解决实际问题

利用二次函数解决抛物线形的隧道、大桥和拱门等实际问题时，要恰当地把这些实际问题中的数据落实到平面直角坐标系中的抛物线上，从而确定抛物线的解析式，通过解析式可解决一些测量问题或其他问题．

【考点剖析】

一、利润问题

- （2021 秋•虹口区校级期末）某品牌裙子，平均每天可以售出 20 条，每条盈利 40 元，经市场调查发现，如果该品牌每条裙子每降价 1 元，那么平均每天可以多售出 2 条，那么当裙子降价 _____ 元时，可获得最大利润 _____ 元．
- （2022 春•嘉定区校级期中）某超市从厂家购进 A 、 B 两种型号的水杯，两次购进水杯的情况如表：

进货批次	A 型水杯 (个)	B 型水杯 (个)	总费用 (元)
一	100	200	8000
二	200	300	13000

（1）求 A 、 B 两种型号的水杯进价各是多少元？

（2）在销售过程中， A 型水杯因为物美价廉而更受消费者喜欢．为了增大 B 型水杯的销售量，超市决定对 B 型水杯进行降价销售，当销售价为 44 元时，每天可以售出 20 个，每降价 1 元，每天将多售出 5 个，请问超市应将 B 型水杯降价多少元时，每天售出 B 型水杯的利润达到最大？最大利润是多少？

（2021 春•徐汇区校级月考）某工厂设计了一款产品，成本为每件 20 元．投放市场进行试销，经调查发现，该种产品每天的销售量 y （件）与销售单价 x （元）之间满足一次函数的关系，其中 $20 \leq x \leq 40$ ．

（1）根据表格求 y 关于 x 的函数解析式；

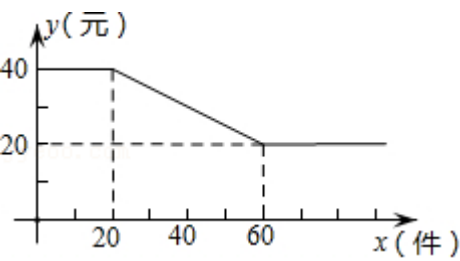
销售量 y （件）	...	30	20	10	...
销售单价 x （元）	...	25	30	35	...

（2）设销售这种产品每天的利润为 W （元），求 W 关于销售单价 x 之间的函数解析式并求当销售单价定为多少元时，每天的利润最大？最大利润是多少元？

4. （2019 秋•奉贤区期中）某工厂生产一种火爆的网红电子产品，每件产品成本 16 元，工厂将该产品进行网络批发，批发单价 y （元）与一次性批发量 x （件）（ x 为正整数）之间满足如图所示的函数关系．

（1）直接写出 y 与 x 之间所满足的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

（2）若一次性批发量不低于 20 且不超过 60 件时，求获得的利润 w 与 x 的函数关系式，同时当批发量为多少件时，工厂获利最大？最大利润是多少？

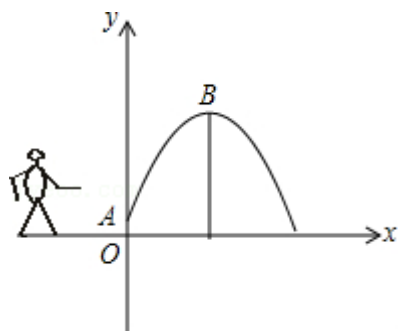


- （2018 秋•普陀区期中）某商店如果将进货为 8 元的商品按每件 10 元售出，每天可销售 200 件，通过一段时间的摸索，该店主发现这种商品每涨价 0.5 元，其销售量就减少 10 件，每降价 0.5 元，其销售量就增加 10 件.

- （1）如果每天的利润要达到 700 元，售价应定为每件多少元？
- （2）将售价定为每件多少元时，能使这天所获利润最大？最大利润是多少？

二、最值问题

1. （2021 秋•松江区期末）一位运动员投掷铅球，如果铅球运行时离地面的高度为 y （米）关于水平距离 x （米）的函数解析式为 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ ，那么铅球运动过程中最高点离地面的距离为____米.
2. （2020 秋•静安区校级月考）如图，一小孩将一只皮球从 A 处抛出去，它所经过的路线是某个二次函数图象的一部分，如果他的出手处 A 距地面的距离 OA 为 $1m$ ，当球飞越的水平距离为 8 米时，球到达最高点 B 处，离地面高度为 9 米，则这个二次函数的表达式为_____，小孩将球抛出了约____米（精确到 $0.1m$ ）.



3. （2018 秋•杨浦区校级期中）某建筑工程队在工地一边的靠墙处，用 120 米长的铁栅栏围成一个所占面积为长方形的临时仓库，其中墙仅 80 米长，铁栅栏只围三边，则所围仓库的最大面积为_____平方米.

三、构建二次函数模型解决实际问题

1. （2021 秋•虹口区期末）如图所示，一座抛物线形的拱桥在正常水位时，水面 AB

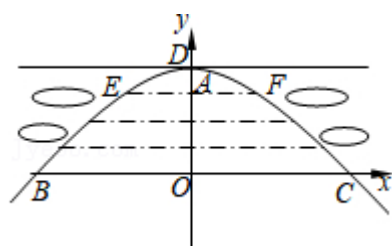
宽为 20 米, 拱桥的最高点 O 到水面 AB 的距离为 4 米. 如果此时水位上升 3 米就达到警戒水位 CD , 那么 CD 宽为 ()

- A. $4\sqrt{5}$ 米 B. 10 米 C. $4\sqrt{6}$ 米 D. 12 米

2. (2018•宝山区二模) 有一座抛物线拱型桥, 在正常水位时, 水面 BC 的宽为 10 米, 拱桥的最高点 D 到水面 BC 的距离 DO 为 4 米, 点 O 是 BC 的中点, 如图, 以点 O 为原点, 直线 BC 为 x , 建立平面直角坐标系 xOy .

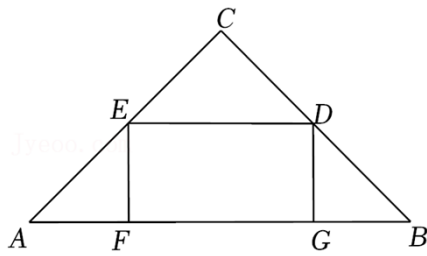
(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 如果水面 BC 上升 3 米 (即 $OA=3$) 至水面 EF , 点 E 在点 F 的左侧, 求水面宽度 EF 的长.



四、二次函数与几何图形

1. (2022•宝山区模拟) 在一块等腰直角三角形铁皮上截一块矩形铁皮. 如图, 已有的铁皮是等腰直角三角形 ABC , 它的底边 AB 长 20 厘米. 要截得的矩形 $EFGD$ 的边 FG 在 AB 上, 顶点 E 、 D 分别在边 CA 、 CB 上. 设 EF 的长为 x 厘米, 矩形 $EFGD$ 的面积为 y 平方厘米, 试写出 y 关于 x 的函数解析式及定义域, 并求当 EF 的长为 4 厘米时所截得的矩形的面积.



2. (2021 秋•浦东新区校级月考) 将一条长 20cm 的铁丝剪成两段，并以每一段铁丝的长度为周长做成一个正方形.

(1) 要使这两个正方形的面积之和等于 17cm^2 ，那么这两段铁丝的长度分别为多少？

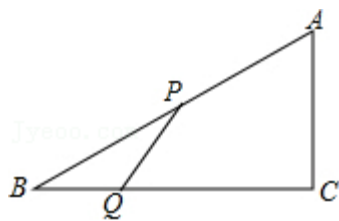
(2) 两个正方形的面积之和可能等于 12cm^2 吗？若能，求出两段铁丝的长度；若不能，请说明理由.

(3) 两个正方形的面积之和最小为 _____ cm^2 .

3. (2019 秋•浦东新区校级月考) 如图，在直角三角形 ABC 中，直角边 $AC=6\text{cm}$ ， $BC=8\text{cm}$ ，设 P ， Q 分别为 AB ， BC 上的动点，点 P 自点 A 沿 AB 方向向点 B 作匀速移动且速度为每秒 2cm ，同时点 Q 自点 B 沿 BC 方向向点 C 作匀速移动且速度为每秒 1cm 。当 P 点到达 B 点时， Q 点就停止移动，设 P ， Q 移动的时间 t 秒.

(1) 写出 $\triangle PBQ$ 的面积 $S(\text{cm}^2)$ 与时间 $t(\text{s})$ 之间的函数表达式，并写出 t 的取值范围.

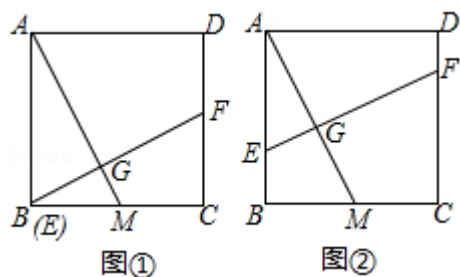
(2) 当 t 为何值时， $\triangle PBQ$ 为等腰三角形？



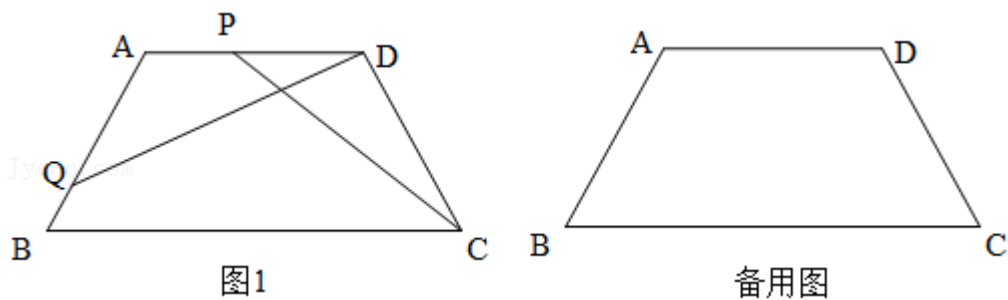
4. (2018 春•金山区期末)如图, 正方形 $ABCD$, $AB=4$, 点 M 是边 BC 的中点, 点 E 是边 AB 上的一个动点, 作 $EG \perp AM$ 交 AM 于点 G , EG 的延长线交线段 CD 于点 F .

(1) 如图①, 当点 E 与点 B 重合时, 求证: $BM=CF$;

(2) 设 $BE=x$, 梯形 $AEFD$ 的面积为 y , 求 y 与 x 的函数解析式, 并写出定义域.



5. (2018 春•长宁区期末)已知在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD=AB=CD=6$ 厘米, $\angle B=60^\circ$, 点 P 在边 AD 上以每秒 2 厘米的速度从 D 出发, 向点 A 运动; 点 Q 在边 AB 上以每秒 1 厘米的速度从点 B 出发, 向点 A 运动. 已知 P 、 Q 两点同时出发, 当其中一个点到达终点时, 另外一个点也随之停止运动, 设两个点的运动时间为 t 秒, 联结 PC 、 QD .



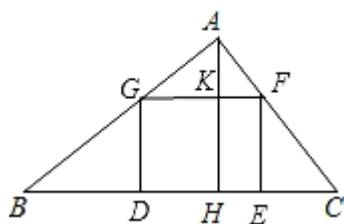
- (1) 如图 1，若四边形 $BQDC$ 的面积为 S 平方厘米，求 S 关于 t 的函数解析式并写出函数定义域；
- (2) 若 PC 与 QD 相交于点 E ，且 $\angle PEQ = 60^\circ$ ，求 t 的值。

【过关检测】

1. (2021 · 上海九年级专题练习) 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $BC = 10$ ， BC 边上的高 $AH = 8$ ，四边形 $DEFG$ 为内接矩形。

- (1) 当矩形 $DEFG$ 是正方形时，求正方形的边长。
- (2) 设 $EF = x$ ，矩形 $DEFG$ 的面积为 S ，求 S 关于 x 的函数关系式，当 x 为何值时 S

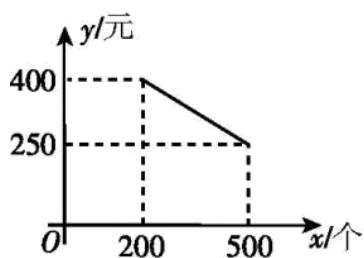
有最大值，并求出最大值.



2. (2021·上海九年级专题练习) 商场购进某种新商品在试销期间发现，当每件利润为 10 元时，每天可销售 70 件；当每件商品每涨价 1 元，日销售量就减少 1 件，但每天的销售量不得低于 35 件. 据此规律，请回答下列问题.

- (1) 设每件涨了 x 元时，每件盈利_____元，商品每天可销售_____件；
- (2) 在商品销售正常的情况下，每件商品涨价多少元时，商场每天盈利为 1500 元？
- (3) 若商场的每天盈利能达到最大，请直接写出每天的最大盈利为_____.

3. (2021·上海九年级专题练习) 某电动机加工厂以 400 元/个的价格新接了一批电动机加工业务. 根据工厂以往的制造能力，该工厂每天制造电动机的数量为 x (个) ($200 \leq x \leq 500$), 且每个电动机的制造成本 y (元) 与每天制造电动机的数量 x (个) 之间的函数关系的图象如图所示.



(1) 求 y 与 x 之间的函数表达式;

(2) 已知该工厂每天各项消耗的费用是 2 万元, 每天的利润为 w 元, 请求出 w 与 x 之间的函数表达式, 并求出当 x 为多少时, w 最大, 最大日利润是多少.

4. (2019 秋•浦东新区月考) 阅读材料:

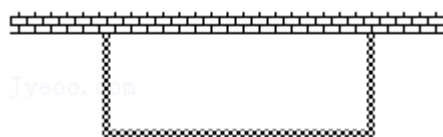
配方法可以用来解一元二次方程, 还可以用它来解决一些最值问题, 比如: 因为 $3a^2 \geq 0$, 所以 $3a^2 + 1$ 就有个最小值 1, 即 $3a^2 + 1 \geq 1$, 只有当 $a = 0$ 时, 才能得到这个式子的最小值 1. 同样, 因为 $-3a^2 \leq 0$, 所以 $-3a^2 + 1$ 有最大值 1, 即 $-3a^2 + 1 \leq 1$, 只有在 $a = 0$ 时, 才能得到这个式子的最大值 1.

请解决下列问题:

(1) 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 代数式 $3(x - 2)^2 - 1$ 有最 (填“大”或“小”) 值为 ;

(2) 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 代数式 $-2x^2 - 4x + 3$ 有最 (填“大”或“小”) 值为 ;

(3) 矩形花园的一面靠墙, 另外三面的栅栏所围成的总长度 $16m$, 求: 当花园与墙相邻 (即垂直于墙) 的边长为多少时, 花园的面积最大? 最大面积是多少?



第 12 讲 二次函数的应用（核心考点讲与练）

【基础知识】

二次函数的应用

（1）利用二次函数解决利润问题

在商品经营活动中，经常会遇到求最大利润，最大销量等问题。解此类题的关键是通过题意，确定出二次函数的解析式，然后确定其最大值，实际问题中自变量 x 的取值要使实际问题有意义，因此在求二次函数的最值时，一定要注意自变量 x 的取值范围。

（2）几何图形中的最值问题

几何图形中的二次函数问题常见的有：几何图形中面积的最值，用料的最佳方案以及动态几何中的最值的讨论。

（3）构建二次函数模型解决实际问题

利用二次函数解决抛物线形的隧道、大桥和拱门等实际问题时，要恰当地把这些实际问题中的数据落实到平面直角坐标系中的抛物线上，从而确定抛物线的解析式，通过解析式可解决一些测量问题或其他问题。

【考点剖析】

四、利润问题

1. （2021 秋•虹口区校级期末）某品牌裙子，平均每天可以售出 20 条，每条盈利 40 元，经市场调查发现，如果该品牌每条裙子每降价 1 元，那么平均每天可以多售出 2 条，那么当裙子降价 15 元时，可获得最大利润 1250 元。

【分析】设每件裙子应降价 x 元，则每件盈利 $(40 - x)$ 元，平均每天的销售量为 $(20 + 2x)$ 件，根据总利润 = 每件盈利 $\times$ 平均每天的销售量，即可得出关于 x 的二次函数关系式，再根据二次函数的性质可得答案。

【解答】解：设每件裙子应降价 x 元，则每件盈利 $(40 - x)$ 元，平均每天的销售量为 $(20 + 2x)$ 件，

依题意得利润 $w = (40 - x)(20 + 2x) = -2x^2 + 60x + 800 = -2(x - 15)^2 + 1250$ 。

所以当裙子降价 15 元时，可以获得最大利润为 1250 元，

故答案为：15，1250。

【点评】本题考查二次函数的应用，根据题意列出二次函数关系式是解题关键。

2. （2022 春•嘉定区校级期中）某超市从厂家购进 A、B

两种型号的水杯，两次购进水杯的情况如表：

进货批次	A 型水杯 (个)	B 型水杯 (个)	总费用 (元)
一	100	200	8000
二	200	300	13000

(1) 求 A、B 两种型号的水杯进价各是多少元？

(2) 在销售过程中，A 型水杯因为物美价廉而更受消费者喜欢．为了增大 B 型水杯的销售量，超市决定对 B 型水杯进行降价销售，当销售价为 44 元时，每天可以售出 20 个，每降价 1 元，每天将多售出 5 个，请问超市应将 B 型水杯降价多少元时，每天售出 B 型水杯的利润达到最大？最大利润是多少？

【分析】(1) 设 A 种型号的水杯进价为 x 元，B 种型号的水杯进价为 y 元，根据两次进货情况表，可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组，解之即可得出结论；

(2) 根据：利润 = (每台实际售价 - 每台进价) × 销售量，列函数关系式，配方成二次函数的顶点式可得函数的最大值；

【解答】解：(1) 设 A 种型号的水杯进价为 x 元，B 种型号的水杯进价为 y 元，

根据题意得：
$$\begin{cases} 100x + 200y = 8000 \\ 200x + 300y = 13000 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases}$$

答：A 种型号的水杯进价为 20 元，B 种型号的水杯进价为 30 元；

(2) 设超市应将 B 型水杯降价 m 元时，每天售出 B 型水杯的利润为 W 元，根据题意，得：
$$W = (44 - m - 30)(20 + 5m)$$

$$= -5m^2 + 50m + 280$$

$$= -5(m - 5)^2 + 405,$$

∴ 当 $m = 5$ 时， W 取得最大值，最大值为 405 元，

答：超市应将 B 型水杯降价 5 元时，每天售出 B 型水杯的利润达到最大，最大利润为 405 元．

【点评】本题主要考查二元一次方程组及二次函数的实际应用，理解题意准确抓住相等关系，据此列出方程或函数关系式是解题的关键．

3. (2021 春·徐汇区校级月考) 某工厂设计了一款产品，成本为每件 20 元．投放市场进行试销，经调查发现，该种产品每天的销售量 y (件) 与销售单价 x (元) 之间满足一次函数的关系，其中 $20 \leq x \leq 40$ ．

(1) 根据表格求 y 关于 x 的函数解析式；

销售量 y (件)	...	30	20	10	...
-------------	-----	----	----	----	-----

销售单价 x (元)	...	25	30	35	...
--------------	-----	----	----	----	-----

(2) 设销售这种产品每天的利润为 W (元)，求 W 关于销售单价 x 之间的函数解析式并求当销售单价定为多少元时，每天的利润最大？最大利润是多少元？

【分析】(1) 用待定系数法即可得 y 关于 x 的函数解析式；

(2) 根据总利润 = 每件利润 $\times$ 销售量可列出 W 关于销售单价 x 的函数解析式，由二次函数性质可得答案。

【解答】解：(1) 设一次函数的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，

把 $x = 25$ 、 $y = 30$ ； $x = 30$ 、 $y = 20$ 代入 $y = kx + b$ 得：

$$\begin{cases} 25k + b = 30 \\ 30k + b = 20 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = -2 \\ b = 80 \end{cases},$$

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y = -2x + 80$ ；

(2) 根据题意得：

$$\begin{aligned} W &= y(x - 20) \\ &= (x - 20)(-2x + 80) \\ &= -2x^2 + 120x - 1600 \\ &= -2(x - 30)^2 + 200, \end{aligned}$$

$\because -2 < 0$,

$\therefore$ 当 $x = 30$ 时， W 取最大值 200，

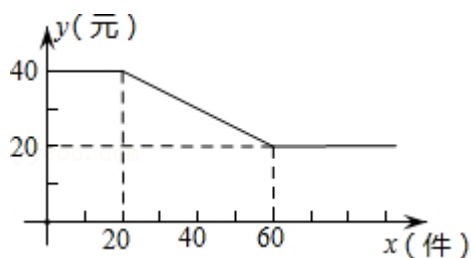
答： W 关于销售单价 x 的函数解析式为 $W = -2x^2 + 120x - 1600$ ，当销售单价定为 30 元时，工厂每天获得的利润最大，最大利润是 200 元。

【点评】本题考查一次函数和二次函数的应用，涉及待定系数法，解题的关键是读懂题意，掌握总利润 = 每件利润 $\times$ 销售量列出 W 关于销售单价 x 的函数解析式。

4. (2019 秋•奉贤区期中) 某工厂生产一种火爆的网红电子产品，每件产品成本 16 元，工厂将该产品进行网络批发，批发单价 y (元) 与一次性批发量 x (件) (x 为正整数) 之间满足如图所示的函数关系。

(1) 直接写出 y 与 x 之间所满足的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

(2) 若一次性批发量不低于 20 且不超过 60 件时，求获得的利润 w 与 x 的函数关系式，同时当批发量为多少件时，工厂获利最大？最大利润是多少？



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/316050110121010141>