2021-2022 学年九年级数学下册尖子生同步培优题典【北师大版】

专题 1.7 三角函数的应用—坡度坡角问题（重难点培优）

姓名：_____　　班级：_____　　得分：_____

注意事项：

本试卷满分 100 分，试题共 24 题，选择 10 道、填空 8 道、解答 6 道．答卷前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、班级等信息填写在试卷规定的位置．

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．（2021•南关区校级二模）一辆汽车在坡角为α的坡面上行驶 3000 米，则它上升的高度为(　　)

A．$3000\cos\alpha$米　　B．$\frac{3000}{\cos\alpha}$米　　C．$\frac{3000}{\sin\alpha}$米　　D．$3000\sin\alpha$米

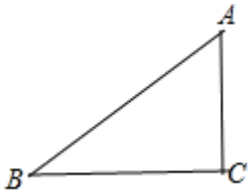
【分析】根据正弦的定义计算即可．

【解析】由题意得：$\angle B=\alpha$，$AB=3000$米，

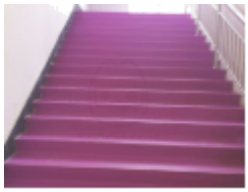
在$Rt\Delta ABC$中，$\angle C=90°$，$\sin B=\frac{AC}{AB}$，

$\therefore AC=AB\cdot\sin B=3000\cdot\sin\alpha$（米），

故选：D．



2．（2021•德州）某商场准备改善原有楼梯的安全性能，把坡角由 37°减至 30°，已知原楼梯长为 5 米，调整后的楼梯会加长(　　)（参考数据：$\sin37°\approx\frac{3}{5}$，$\cos37°\approx\frac{4}{5}$，$\tan37°\approx\frac{3}{4}$）．



A．6 米　　B．3 米　　C．2 米　　D．1 米

【分析】根据正弦的定义求出BD，根据直角三角形的性质计算，得到答案．

【解析】在$Rt\Delta BAD$中，$AB=5$米，$\angle BAD=37°$，

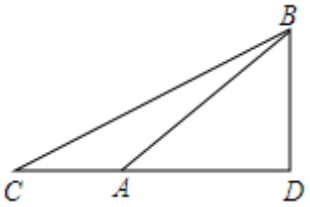
则$BD=AB\cdot\sin\angle BAD\approx5\times\frac{3}{5}=3$（米），

在$Rt\Delta BCD$中，$\angle C=30°$，

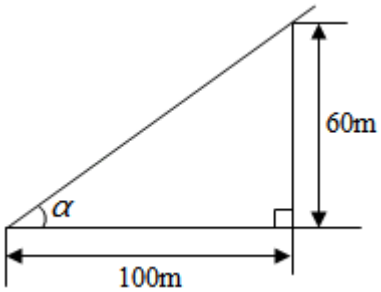
$\therefore BC=2BD=6$（米），

则调整后的楼梯会加长：$6-5=1$（米），

故选：D．



3．（2021•安徽模拟）在如图所示的山坡上沿水平方向每前进$100m$，高度就升高$60m$，那么山坡的坡度i（即$\tan\alpha$）为(　　)



A．3:5　　B．3:4　　C．4:3　　D．5:3

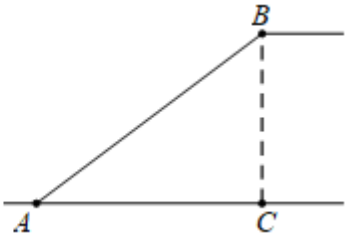
【分析】坡度是坡面的铅直高度h和水平宽度l的比，

【解析】由题意，坡度$i=\frac{60}{100}=\frac{3}{5}$，

故选：A．

4．（2021•衡阳）如图是某商场营业大厅自动扶梯的示意图．自动扶梯AB的倾斜角为$37°$，大厅两层之间的距离BC为6米，则自动扶梯AB的长约为$(\sin37°\approx0.6$，$\cos37°\approx0.8$，$\tan37°\approx0.75)$(　　)





A．7.5米　　B．8米　　C．9米　　D．10米

【分析】由锐角三角函数可以求得AB的长即可．

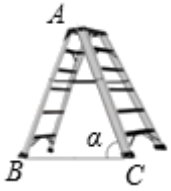
【解析】在$\mathrm{Rt}\Delta ABC$中，$\angle ACB=90°$，$BC=6$米，

$\because\sin\angle BAC=\frac{BC}{AB}=\sin37°\approx0.6=\frac{3}{5}$，

$\therefore AB\approx\frac{5}{3}BC=\frac{5}{3}\times6=10$（米），

故选：D．

5．（2021•金华）如图是一架人字梯，已知$AB=AC=2$米，AC与地面BC的夹角为α，则两梯脚之间的距离BC为(　　)



A．$4\cos\alpha$米　　B．$4\sin\alpha$米　　C．$4\tan\alpha$米　　D．$\frac{4}{\cos\alpha}$米

【分析】直接利用等腰三角形的性质得出$BD=DC$，再利用锐角三角函数关系得出DC的长，即可得出答案．

【解析】过点A作$AD\perp BC$于点D，

$\because AB=AC=2$米，$AD\perp BC$，

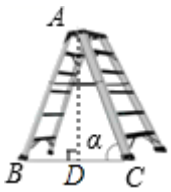
$\therefore BD=DC$，

$\therefore\cos\alpha=\frac{DC}{AC}=\frac{DC}{2}$，

$\therefore DC=2\cos\alpha$（米），

$\therefore BC=2DC=2\times2\cos\alpha=4\cos\alpha$（米）．

故选：A．



6．（2021•拱墅区二模）图1是某公园的一个滑梯，图2是其示意图．滑梯的高BC为$2m$，坡角$\angle A$为$60°$，由于滑梯坡角过大存在安全隐患，公园管理局决定对滑梯进行整改，要在高度不变的前提下，通过加长滑梯的水平距离AB，使得坡角$\angle A$满足$30°\leqslant\angle A\leqslant45°$，则$AB$加长的距离可以是(　　)

（参考数据：$\sqrt{2}\approx1.414$，$\sqrt{3}\approx1.732$）



图1

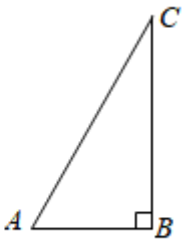


图2

A．0.8m　　B．1.6m　　C．2.4m　　D．3.2m

【分析】分别求出当坡角为45°、30°时AB加长的距离，进而得出答案．

【解析】如图，在RtΔABC，$\angle CAB=60°$，$BC=2m$，

$\therefore AB=\dfrac{BC}{\tan 60°}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，

当坡角为45°时，有$BD=BC=2m$，

$\therefore DA=2-AB=2-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\approx 0.85(m)$，

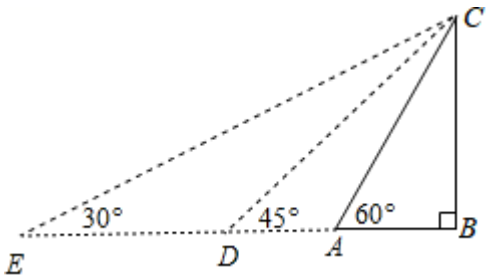
当坡角为30°时，有$BE=\dfrac{BC}{\tan 30°}=\dfrac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=2\sqrt{3}(m)$，

$\therefore EA=BE-AB=2\sqrt{3}-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\approx 2.31(m)$，

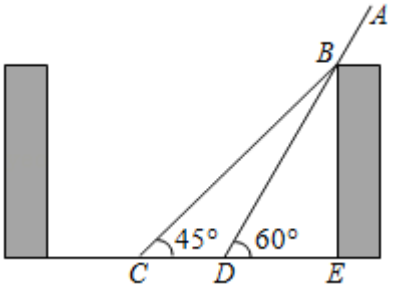
当坡角满足30°„$\angle A$„45°，

$\therefore AB$加长的距离x的取值范围为0.85„x„2.31m，

故选：B．



7．（2021•松北区三模）如图，胡同左右两侧是竖直的墙，一架$3\sqrt{2}$米长的梯子BC斜靠在右侧墙壁上，测得梯子与地面的夹角为45°，此时梯子顶端B恰巧与墙壁顶端重合．因梯子阻碍交通，故将梯子底端向右移动一段距离到达D处，此时测得梯子AD与地面的夹角为60°，则胡同左侧的通道拓宽了(　　)



A．$\sqrt{3}$ 米　　B．3 米　　C．$3-\sqrt{2}$ 米　　D．$(3-\sqrt{3})$ 米

【分析】根据等腰直角三角形的性质分别求出 EC 、 EB ，根据正切的定义求出 DE ，结合图形计算得到答案.

【解析】在 $\mathrm{Rt}\Delta EBC$ 中， $\angle BCE=45°$ ，

$\therefore EC=EB=\frac{\sqrt{2}}{2}BC=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 3\sqrt{2}=3$ （米），

在 $\mathrm{Rt}\Delta BDE$ 中， $\tan\angle BDE=\frac{BE}{DE}$ ，

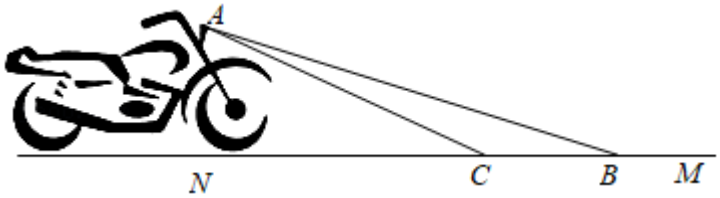
$\therefore DE=\frac{BE}{\tan\angle BDE}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ （米），

$\therefore CD=EC-DE=(3-\sqrt{3})$ 米，

故选： D .

8．（2021•邯郸模拟）如图是某厂家新开发的一款摩托车，它的大灯射出的光线 AB ， AC 与地面 MN 的夹角分别为 $8°$ 和 $10°$ ，该大灯照亮地面的宽度 BC 的长为 3.5 米，则该大灯距地面的高度为（　　）

（参考数据： $\sin 8°\approx\frac{4}{25}$ ， $\tan 8°\approx\frac{1}{7}$ ， $\sin 10°\approx\frac{9}{50}$ ， $\tan 10°\approx\frac{5}{28}$）



A．3.5 米　　B．2.5 米　　C．4.5 米　　D．5.5 米

【分析】过点 A 作 $AD\perp MN$ 于点 D ，由锐角三角函数的定义得出 $BD\approx 7AD$ ， $CD=\frac{28}{5}AD$ ，再由 $BD-CD=BC$ ，得 $7AD-\frac{28}{5}AD=3.5$ ，即可得出答案.

【解析】过点 A 作 $AD\perp MN$ 于点 D ，如图所示：

在 $\mathrm{Rt}\Delta ADB$ 与 $\mathrm{Rt}\Delta ACD$ 中， $\tan\angle ABD=\frac{AD}{DB}=\tan 8°\approx\frac{1}{7}$ ，

$\tan\angle ACD=\dfrac{AD}{CD}=\tan 10^\circ\approx\dfrac{5}{28}$，

$\therefore BD\approx 7AD$，$CD\approx\dfrac{28}{5}AD$，

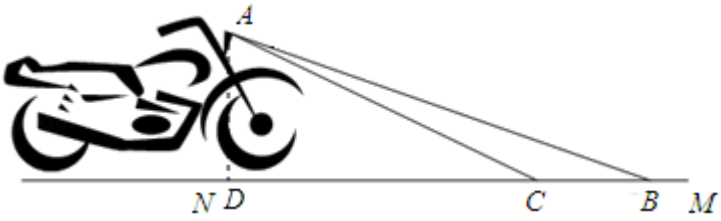
$\because BD-CD=BC$，

$\therefore 7AD-\dfrac{28}{5}AD=3.5$，

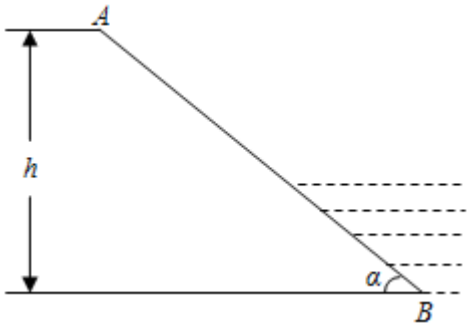
解得：$AD=2.5$，

即该大灯距地面的高度 2.5 米，

故选：B．



9．（2021•新兴县一模）如图是一水库大坝横断面的一部分，坝高 $h=60m$，迎水斜坡 $AB=100m$，斜坡的坡角为 α，则 $\tan\alpha$ 的值为(　　)



A．$\dfrac{4}{3}$　　B．$\dfrac{3}{4}$　　C．$\dfrac{3}{5}$　　D．$\dfrac{4}{5}$

【分析】直接利用勾股定理得出 BC，再利用锐角三角函数关系得出答案．

【解析】过点 A 作 $AC\perp BD$，垂足为 C，

$\because$ 坝高 $h=60m$，迎水斜坡 $AB=100m$，

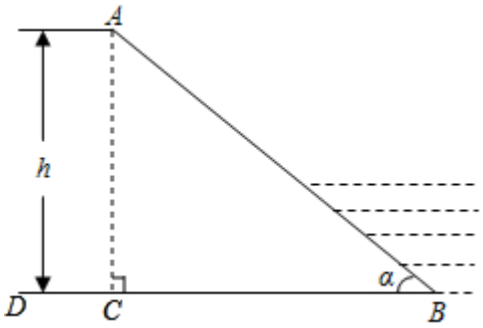
$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}$

$=\sqrt{100^2-60^2}$

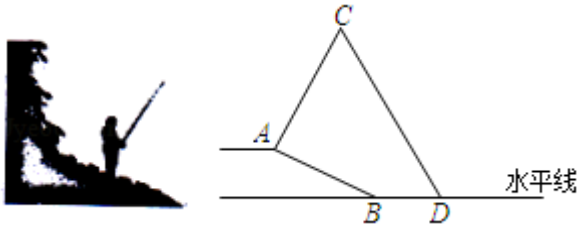
$=80(m)$，

则 $\tan\alpha$ 的值为：$\dfrac{60}{80}=\dfrac{3}{4}$．

故选：B．



10．（2021•济南二模）春节期间，某老师读到《行路难》中“闲来垂钓碧溪上，忽复乘舟梦日边．”邀约好友一起在江边垂钓，如图，河堤AB的坡度为$1:2.4$，AB长为5.2米，钓竿AC与水平线的夹角是$60°$，其长为6米，若钓竿AC与钓鱼线CD的夹角也是$60°$，则浮漂D与河堤下端B之间的距离约为(　　)（参考数据：$\sqrt{3}=1.732$)



A．2.33米　　B．2.35米　　C．2.36米　　D．2.42米

【分析】延长CA交DB延长线于点E，过点A作$AF\perp BE$于点F，利用正切的概念求出AE、EF、BF，再证ΔCDE为等边三角形，求出DE，即可求解．

【解析】如图，延长CA交DB延长线于点E，过点A作$AF\perp BE$于点F，

则$\angle CED=60°$，

$\because AB$的坡比为$1:2.4$，

$\therefore \dfrac{AF}{BF}=\dfrac{1}{2.4}=\dfrac{5}{12}$，

设$AF=5x$，$BF=12x$，

在$\mathrm{Rt}\Delta ABF$中，由勾股定理知，$5.2^2=25x^2+144x^2$．

解得：$x=0.4$，

$\therefore AF=5x=2$（米），$BF=12x=4.8$（米），

由题意得：$AC=6$米，$\angle CAG=\angle C=60°$，$AG//DF$，

$\therefore \angle EAF=90°-60°=30°$，$\angle AEF=\angle CAG=60°$，

$\therefore EF=\dfrac{\sqrt{3}}{3}AF=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$（米），$AE=2EF=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$（米），

$\because \angle C = \angle CED = 60°$，

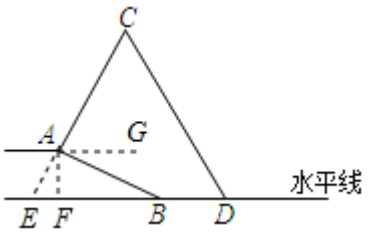
$\therefore \Delta CDE$ 是等边三角形，

$\therefore DE = CE = AC + AE = (6 + \frac{4\sqrt{3}}{3})$ 米，

$\because BD = DE - EF - BF = 6 + \frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} - 4.8 \approx 2.35$（米），

即浮漂 D 与河堤下端 B 之间的距离约为 2.35 米，

故选：B．



二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）请把答案直接填写在横线上

11．（2021 秋•虹口区月考）已知一斜坡的坡角 $\alpha = 60°$，那么该斜坡的坡度为 __$\sqrt{3}$__．

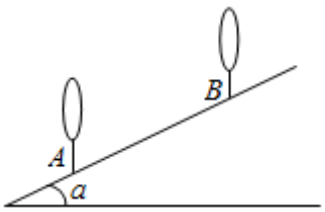
【分析】由于斜坡的坡角为 $60°$，而坡度为坡角的正切，由此即可确定个斜坡的坡度 i．

【解析】$\because$ 斜坡的坡角为 $60°$，

$\therefore$ 这个斜坡的坡度 $i = \tan 60° = \sqrt{3}$．

故答案为：$\sqrt{3}$．

12．（2021•南浔区模拟）如图，为了了解山坡上两棵树间的水平距离，数学活动小组的同学们测得该山坡的倾斜角 $\alpha = 23°$，两树间的坡面距离 $AB = 10m$，则这两棵树的水平距离约为 __9.2__ m．（结果精确到 $0.1m$，参考数据：$\sin 23° \approx 0.391$，$\cos 23° \approx 0.921$，$\tan 23° \approx 0.424$）



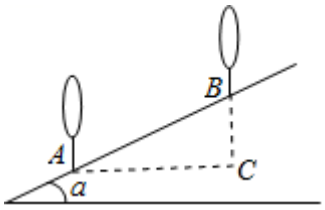
【分析】过点 A 作水平面的平行线 AC，过点 B 作 $BC \perp AC$ 于 C，根据余弦的定义计算即可．

【解析】过点 A 作水平面的平行线 AC，过点 B 作 $BC \perp AC$ 于 C，

由题意得：$AB = 10m$，$\angle BAC = 23°$，

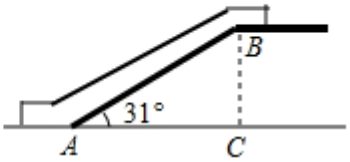
则 $AC = AB \cdot \cos \angle BAC \approx 10 \times 0.921 \approx 9.2$（米），

故答案为：9.2．



13．（2021•岳麓区校级模拟）如图，某商店营业大厅自动扶梯 AB 的倾斜角为 $31°$，AB 的长为 $12m$，则大厅两层之间高度为 __6.2__ m．（结果保留一位小数）（参考数据：$\sin 31° \approx 0.515$，$\cos 31° \approx 0.867$，$\tan 31° \approx 0.601$）





【分析】根据正弦的定义计算即可．

【解析】在 $\mathrm{Rt}\Delta ABC$ 中，$\angle ACB = 90°$，$\angle BAC = 31°$，$AB = 12m$，

则 $BC = AB \cdot \sin \angle BAC \approx 12 \times 0.515 \approx 6.2(m)$，

故答案为：6.2．

14．（2021•垦利区一模）自开展“全民健身运动”以来，喜欢户外步行健身的人越来越多．为方便群众步行健身，某地政府决定对一段如图 1 所示的坡路进行改造．如图 2 所示，改造前的斜坡 $AB = 200$ 米，坡度为 $1:\sqrt{3}$；将斜坡 AB 的高度 AE 降低 $AC = 20$ 米后，斜坡 AB 改造为斜坡 CD，其坡度为 $1:4$．则斜坡 CD 的长为 __$80\sqrt{17}$ 米__．（结果保留根号）



图 1

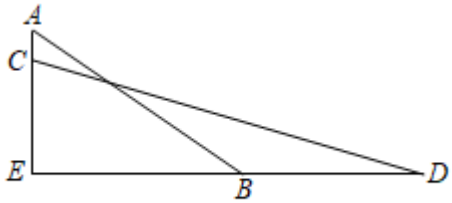


图 2

【分析】根据题意和锐角三角函数可以求得 AE 的长，进而得到 CE 的长，再根据锐角三角函数可以得到 DE 的长，然后由勾股定理即可求得 CD 的长即可．

【解析】$\because \angle AEB = 90°$，$AB = 200$ 米，坡度为 $1:\sqrt{3}$，

$\therefore \tan \angle ABE = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore \angle ABE = 30°$，

$\therefore AE = \frac{1}{2}AB = 100$ 米，

$\therefore CE = AE - AC = 100 - 20 = 80$（米），

$\because \angle CED = 90°$，斜坡 CD 的坡度为 $1:4$，

$\therefore \frac{CE}{DE} = \frac{1}{4}$，

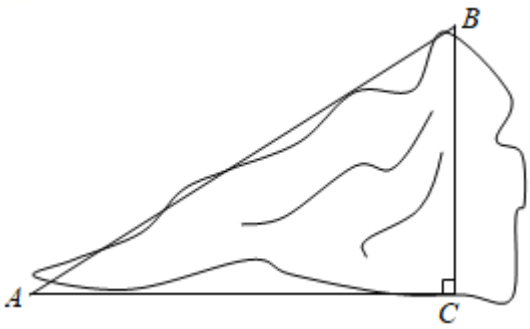
即 $\frac{80}{DE} = \frac{1}{4}$，

解得：$DE = 320$（米），

$\therefore CD = \sqrt{CE^2 + DE^2} = \sqrt{80^2 + 320^2} = 80\sqrt{17}$（米），

故答案为：$80\sqrt{17}$ 米．

15．（2021•绍兴模拟）如图，有一个小山坡 AB，坡比 $i = \frac{3}{4}$．已知小山坡的水平距离 $AC = 60m$，则小山坡的高度 BC 是 __45m__．



【分析】直接利用坡度的定义进而得出 $BC:AC = 3:4$，求出答案即可．

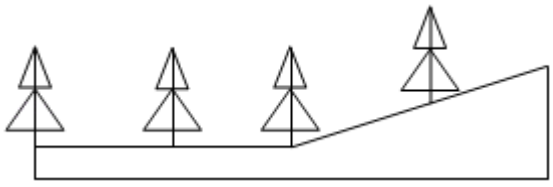
【解析】$\because AB$ 的坡度为 $i = 3:4$，过 B 点作 $BC \perp AC$，垂足为点 C，大厅水平距离 AC 的长为 $60m$，

$\therefore BC:AC = 3:4$，

则 $BC = 180 \div 4 = 45(m)$．

故答案为：$45m$．

16．（2021•沈河区二模）如图，在平地上种植树木时，要求株距（相邻两棵树之间的水平距离）为 $10m$，若在坡度为 $i = 1:2.5$ 的山坡上种树，也要求株距为 $10m$，那么相邻两棵树间的坡面距离为__$2\sqrt{29}$__m．



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/316052134052010112