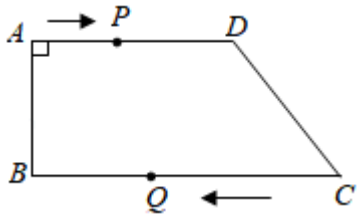
难点特训（三）和特殊四边形动点有关的压轴大题

1．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，$\angle B=90°$，$AB=8\text{cm}$，$AD=12\text{cm}$，$BC=18\text{cm}$，点 P 从点 A 出发，以 1cm/s 的速度向点 D 运动；点 Q 从点 C 同时出发，以 2cm/s 的速度向点 B 运动．规定其中一个动点到达端点时，另一个动点也随之停止运动．设点 P，Q 运动的时间为 ts．

（1）CD 边的长度为_____cm，t 的取值范围为_____．

（2）从运动开始，当 $t=$_____时，$PQ=CD$．

（3）在整个运动过程中是否存在 t 值，使得四边形 $PQCD$ 是菱形．若存在，请求出 t 值；若不存在，请说明理由．



【答案】（1）10，$0\le t\le 9$；（2）4 或 8；（3）不存在，见解析．

【分析】（1）过点 D 作 $DH\perp BC$ 于 H，再利用勾股定理，即可得出结论，用点 P，Q 的运动速度，即可求出 t 的范围；

（2）构造出直角三角形，表示出 PG，利用勾股定理建立方程求解，即可得出结论；

（3）先利用 $CQ=CD$ 求出时间 t，再求出 AP，进而得出 DP，判断，即可得出结论．

【详解】解：（1）如图 1，过点 D 作 $DH\perp BC$ 于 H，

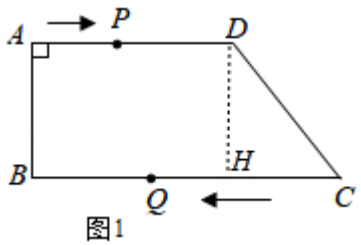


图1

$\therefore\angle CHD=90°$，

$\because\angle B=90°$，

$\therefore\angle B=\angle CHD$，

$\therefore DH//AB$，

$\because AD//BC$，

$\therefore$ 四边形 $ABHD$ 是平行四边形，

$\therefore DH=AB=8\text{cm}$，$BH=AD=12\text{cm}$，

$\therefore CH = BC - BH = 6(\text{cm})$，

根据勾股定理得，$CD = \sqrt{DH^2 + CH^2} = 10(\text{cm})$，

$\because$ 点 P 在 AD 上运动，

$\therefore 0 \le t \le 12$，

$\because$ 点 Q 在 BC 上运动，

$\therefore 0 \le t \le 9$，

$\therefore 0 \le t \le 9$，

故答案为 10，$0 \le t \le 9$；

（2）如图 2，

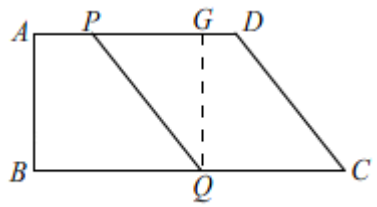


图2

过点 Q 作 $QG \perp AD$ 于 G，则四边形 $ABQG$ 是矩形，

$\therefore QG = AB = 8\text{cm}$，$AG = BQ$，

$\because BQ = BC - CQ = (18 - 2t)\text{cm}$，

$\therefore PG = |AG - AP| = |18 - 2t - t| = |18 - 3t|\text{cm}$，

$\because PQ = CD = 10\text{cm}$，

根据勾股定理得，$8^2 + (18 - 3t)^2 = 10^2$，

$\therefore t = 4$ 或 $t = 8$，

故答案为 4 或 8；

（3）$\because$ 不存在，理由：

$\because$ 得四边形 $PQCD$ 是菱形，

$\therefore CQ = CD$，

$\therefore 2t = 10$，

$\therefore t = 5$，

此时，$DP = AD - AP = 12 - 5 = 7(\text{cm})$，

而 $DP \ne CD$，

∴四边形 $PQCD$ 不可能是菱形.

【点睛】此题是四边形综合题，主要考查了矩形、菱形的判定和性质，勾股定理，构造出直角三角形是解本题的关键.

2．在正方形 $ABCD$ 中，点 E 是 CD 边上任意一点．连接 AE，过点 B 作 $BF\perp AE$ 于 F．交 AD 于 H.

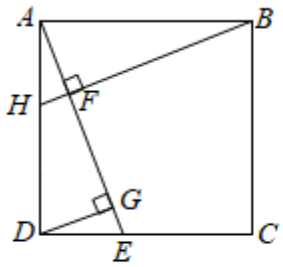


图1

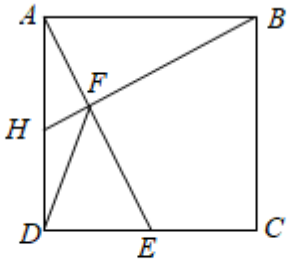


图2

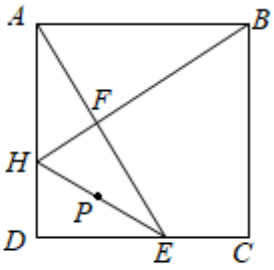


图3

(1)如图 1，过点 D 作 $DG\perp AE$ 于 G，求证：$\triangle AFB\cong\triangle DGA$；

(2)如图 2，点 E 为 CD 的中点，连接 DF，求证：$FH+FE=\sqrt{2}DF$；

(3)如图 3，$AB=2$，连接 EH，点 P 为 EH 的中点，在点 E 从点 D 运动到点 C 的过程中，点 P 随之运动，请直接写出点 P 运动的路径长为_____

【答案】(1)见解析

(2)见解析

(3)$\sqrt{2}$

【分析】(1)由正方形的性质得 $AB=AD$，$\angle BAD=90°$，再证$\angle BAF=\angle ADG$，然后由 AAS 证$\triangle AFB\cong\triangle DGA$即可；

（2）过点 D 作 $DK\perp AE$ 于 K，$DJ\perp BF$ 交 BF 的延长线于 J，先证$\triangle ABH\cong\triangle DAE$（ASA），得 $AH=DE$，再证$\triangle DJH\cong\triangle DKE$（AAS），得 $DJ=DK$，$JH=EK$，则四边形 $DKFJ$ 是正方形，得 $FK=FJ=DK=DJ$，则 $DF=\sqrt{2}FJ$，进而得出结论；

（3）取 AD 的中点 Q，连接 PQ，延长 QP 交 CD 于 R，过点 P 作 $PT\perp CD$ 于 T，$PK\perp AD$ 于 K，设 $PT=b$，由（2）得$\triangle ABH\cong\triangle DAE$（ASA），则 $AH=DE$，再由直角三角形斜边上的中线性质得 $PD=PH=PE$，然后由等腰三角形的性质得 $DH=2DK=2b$，$DE=2DT$，则 $AH=DE=2-2b$，证出 $PK=QK$，最后证点 P 在线段 QR 上运动，由等腰直角三角形的性质得 $QR=\sqrt{2}DQ=\sqrt{2}$，即可求解.

【详解】（1）（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AB=AD$，$\angle BAD=90°$，

∵$DG\perp AE$，$BF\perp AE$，

∴∠*AFB*=∠*DGA*=90°，

∴∠*FAB*+∠*DAG*=90°，∠*DAG*+∠*ADG*=90°，

∴∠*BAF*=∠*ADG*，

在△*AFB* 和△*DGA* 中，

$$\begin{cases}\angle AFB=\angle DGA\\ \angle BAF=\angle ADG\\ AB=AD\end{cases},$$

∴△*AFB*≌△*DGA*（AAS）；

（2）证明：过点 *D* 作 *DK*⊥*AE* 于 *K*，*DJ*⊥*BF* 交 *BF* 的延长线于 *J*，如图 2 所示：

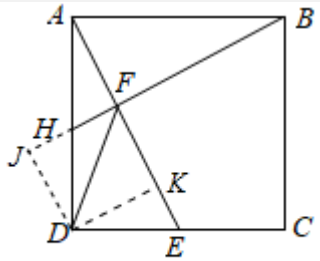


图2

∵四边形 *ABCD* 是正方形，

∴∠*BAH*=∠*ADE*=90°，*AB*=*AD*=*CD*，

∵*BF*⊥*AE*，

∴∠*AFB*=90°，

∵∠*DAE*+∠*EAB*=90°，∠*EAB*+∠*ABH*=90°，

∴∠*DAE*=∠*ABH*，

在△*ABH* 和△*DAE* 中，

$$\begin{cases}\angle BAH=\angle ADE\\ AB=DA\\ \angle ABH=\angle DAE\end{cases},$$

∴△*ABH*≌△*DAE*（ASA），

∴*AH*=*DE*，

∵点 *E* 为 *CD* 的中点，

∴$DE=EC=\frac{1}{2}CD$，

∴*AH*=*DH*，

∴*DE*=*DH*，

∵$DJ\perp BJ$，$DK\perp AE$，

∴$\angle J=\angle DKE=\angle KFJ=90°$，

∴四边形 $DKFJ$ 是矩形，

∴$\angle JDK=\angle ADC=90°$，

∴$\angle JDH=\angle KDE$，

在△DJH 和△DKE 中，

$$\begin{cases}\angle J=\angle DKE\\ \angle JDH=\angle KDE\\ DH=DE\end{cases},$$

∴△DJH≌△DKE（AAS），

∴$DJ=DK$，$JH=EK$，

∴四边形 $DKFJ$ 是正方形，

∴$FK=FJ=DK=DJ$，

∴$DF=\sqrt{2}\,FJ$，

∴$FH+FE=FJ-HJ+FK+KE=2FJ=\sqrt{2}\,DF$；

（3）解：如图 3，取 AD 的中点 Q，连接 PQ，延长 QP 交 CD 于 R，过点 P 作 $PT\perp CD$ 于 T，$PK\perp AD$ 于 K，

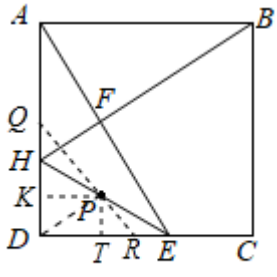


图3

设 $PT=b$，

由（2）得：△ABH≌△DAE（ASA），

∴$AH=DE$，

∵$\angle EDH=90°$，点 P 为 EH 的中点，

∴$PD=\frac{1}{2}EH=PH=PE$，

∵$PK\perp DH$，$PT\perp DE$，

∴$\angle PKD=\angle KDT=\angle PTD=90°$，

∴四边形 $PTDK$ 是矩形，

∴$PT=DK=b$，$PK=DT$，

∵$PH=PD=PE$，$PK\perp DH$，$PT\perp DE$，

∴$DH=2DK=2b$，$DE=2DT$，

∴$AH=DE=2-2b$，

∴$PK=\frac{1}{2}DE=1-b$，$QK=DQ-DK=1-b$，

∴$PK=QK$，

∵$\angle PKQ=90°$，

∴$\triangle PKQ$ 是等腰直角三角形，

∴$\angle KQP=45°$，

∴点 P 在线段 QR 上运动，$\triangle DQR$ 是等腰直角三角形，

∴$QR=\sqrt{2}DQ=\sqrt{2}$，

∴点 P 的运动轨迹的长为 $\sqrt{2}$．

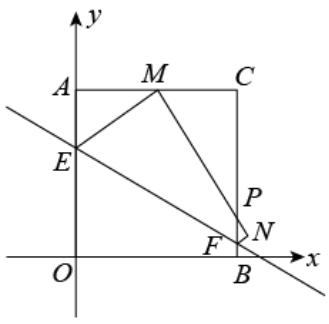
【点睛】本题考查了正方形的性质、矩形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的判定与性质、等腰三角形的性质、直角三角形斜边上的中线性质等知识；本题综合性强，熟练掌握正方形的性质和等腰直角三角形的判定与性质，证明$\triangle AFB\cong\triangle DGA$ 和$\triangle ABH\cong\triangle DAE$ 是解题的关键．

3．如图，将一个正方形纸片 $AOBC$ 放置在平面直角坐标系中，点 $A(0,6)$，$B(6,0)$．动点 E 在边 AO 上，点 F 在边 BC 上，沿 EF 折叠该纸片，使点 O 的对应点 M 始终落在边 AC 上(点 M 不与 A，C 重合)，点 B 落在点 N 处，MN 与 BC 交于点 P．

（1）求点 C 的坐标；

（2）当点 M 落在 AC 的中点时，求点 E 的坐标；

（3）当点 M 在边 AC 上移动时，设 $AM=t$，求点 E 的坐标(用 t 表示)．



【答案】（1）$(6,6)$；（2）$E\left(0,\frac{15}{4}\right)$；（3）$\left(0,\frac{36+t^2}{12}\right)$

【分析】（1）因为 C 点为正方形的端点，且正方形的边长及坐标轴中的位置已知，所以可以很快确定出 C 点的坐标，

（2）运用图形的翻折，设 OE=x 可以将边长 AE、AM、EM 用 x 表示出来，再运用勾股定理，即可求出 x 的值，E 点的坐标便可知，

（3）将 OE 的长设为 a，AM 的长设为 t，将边长 AE、AM、EM 用 a、x 表示出来，再运用勾股定理，便可求出 a 与 t 的关系式，则 E 点坐标便可求得.

【详解】解：（1）证明：∵正方形 $AOBC$，$A(0,6)$，$B(6,0)$，

∴OA=AC=CB=OB=6，且每个内角都是 90°，即 $AC\perp OA$，$CB\perp OB$，

∴点 C 的坐标为 $(6,6)$.

（2）∵M 为 AC 中点，

∴$AM=\frac{1}{2}AC=3$，

设 OE=x，则 EM=OE=x，AE=6-x，

在 Rt△AEM 中，$EM^2=AM^2+AE^2$，即 $x^2=(6-x)^2+3^2$，求得 $x=\frac{15}{4}$，

∴$E(0,\frac{15}{4})$.

（3）设点 E 的坐标为 $(0,a)$，

由题意可知：OE=EM=a，AE=6-a，AM=t，

在 Rt△AEM 中，$EM^2=AM^2+AE^2$，即 $a^2=(6-a)^2+t^2$，

整理得 $a=\frac{36+t^2}{12}$，

∴点 E 的坐标为 $(0,\frac{36+t^2}{12})$.

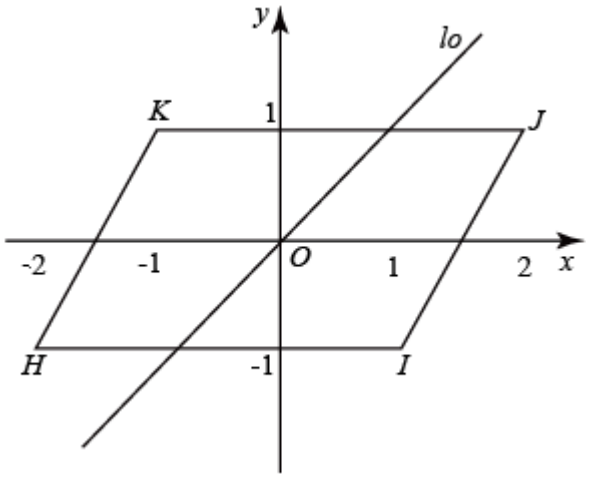
【点睛】本题主要考查了写出直角坐标系中点的坐标、折叠问题与勾股定理的结合、正方形中的动点问题，做题的关键在于通过折叠的图形其边长一一对应相等，所以可以将未知的边长用已知量来表示，之后再运用计算公式进行求解，便可得出答案.

4．在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 P 与▱ $ABCD$，给出如下的定义：

将过点 P 的直线记为 l_P，若直线 l_P 与▱ $ABCD$ 有且只有两个公共点，则称这两个公共点之间的距离为直线 l_P 与▱ $ABCD$ 的“穿越距离”，记作 $d(l_P,\square ABCD)$.

例如，已知过点 O 的直线 $l_O:y=x$ 与 $\square HIJK$，其中 $H(-2,-1)$，$I(1,-1)$，$J(2,1)$，$K(-1,1)$，如图所示，

则 $d(l_O,\square HIJK)=2\sqrt{2}$.



请解决下面的问题：

已知Y $ABCD$，其中 $A(1,2)$，$B(3,2)$，$C(t,4)$，$D(t-2,4)$.

（1）当 $t=3$ 时，已知 $M(2,3)$，l_M 为过点 M 的直线 $y=kx+b$.

①当 $k=0$ 时，$d(l_M,\square ABCD)=$_____；当 $k=1$ 时，$d(l_M,\square ABCD)=$_____；

②若 $d(l_M,\square ABCD)=\sqrt{5}$，结合图象，求 k 的值；

（2）已知 $N(-1,0)$，l_N 为过点 N 的直线，若 $d(l_N,\square ABCD)$ 有最大值，且最大值为 $2\sqrt{5}$，直接写出 t 的取值范围.

【答案】（1）①2；$2\sqrt{2}$；②$k=\pm\frac{1}{2}$，$k=\pm 2$；（2）$7<t\le 9$

【分析】（1）①由题意和图像即可得出；

②根据题意表示出一次函数的表达式，根据“穿越距离”，$d(l_P,\square ABCD)$ 的长度列方程求解即可；

（2）由一次函数的图像和 $d(l_N,\square ABCD)$ 的最大值求解即可.

【详解】（1）当 $t=3$ 时，$C(3,4)$，$D(1,4)$.

由图可知,四边形 $ABCD$ 为正方形，

又∵点 $M(2,3)$ 在直线 $y=kx+b$ 上.

所以将 $M(2,3)$ 代入 $y=kx+b$

得：$2k+b=3$，即 $b=-2k+3$.

$\therefore y=kx-2k+3$.

①当 $k=0$ 时，

$\therefore l_M$：$y=3$.

$\therefore d(l_M,\square ABCD)=x_B-x_A=3-1=2$.

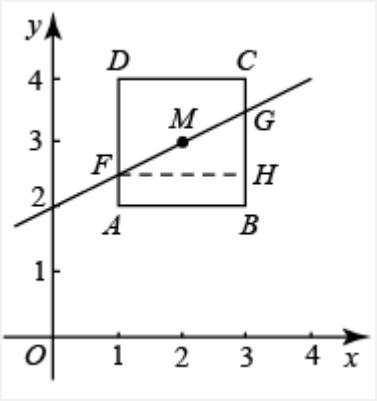
当$k=1$时，将$M(2,3)$代入$y=kx+b$，得出$b=1$

$\therefore l_M$：$y=x+1$.

直线经过$A(1,2)$和$C(3,4)$，

∴由题意可知：$d(l_M,\square ABCD)=AC=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$.

②如图$F(1,-k+3)$，$G(3,k+3)$.



过F作$FH\perp BC$于H，则$FH=2$.

$\because FG=\sqrt{5}$，

$\therefore GH=1$.

$\therefore k+3-(-k+3)=1$.

$\therefore k=\frac{1}{2}$.

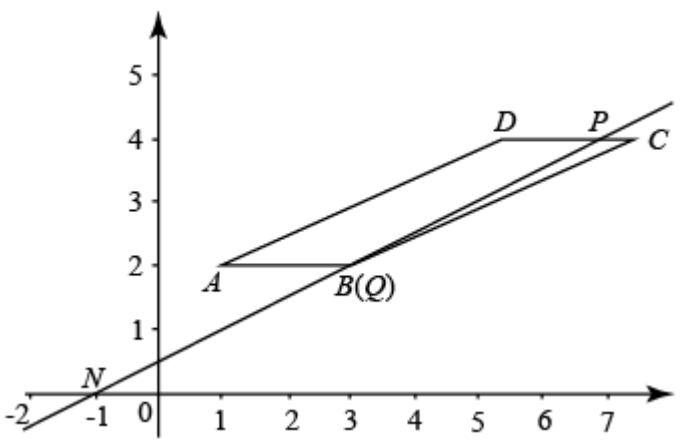
结合图象，由正方形的轴对称性可知$k=\pm\frac{1}{2}$，$k=\pm 2$均符合题意.

（2）设直线l_N的表达式为$y=kx+b$，

将$N(-1,0)$代入$y=kx+b$得：$-k+b=0$，$b=k$，

$\therefore y=kx+k$.

如图所示，设直线l_N与线段AB交于$Q(x_Q,2)$点，与线段CD交于点$P(x_p,2)$.



∴将 $Q(x_Q,2)$ 代入 $y=kx+k$ 得：$2=x_Qk+k$，解得：$x_Q=\frac{2-k}{k}$，

将 $P(x_p,2)$ 代入 $y=kx+k$ 得：$4=x_Pk+k$，解得：$x_p=\frac{4-k}{k}$.

∵ $d(l_N,\square ABCD)$ 的最大值为 $2\sqrt{5}$，

又因为平行线段 AB 和 CD 之间的距离为 2，

∴由勾股定理可得 PQ 之间的水平距离 $x_P-x_Q=4$，

代入得：$\frac{4-k}{k}-\frac{2-k}{k}=4$，

解得：$k=\frac{1}{2}$.

∴ $P(7,2)$，$Q(3,2)$，此时 Q 点与 B 点重合.

∴由“穿越距离”得定义和图像可得，若 $d(l_N,\square ABCD)$ 有最大值，且最大值为 $2\sqrt{5}$，

C 点需在 P 点的右边，即 C 点的横坐标需大于 P 点的横坐标，

∴ $t>7$；

D 点需在 P 点的左边或和 P 点重合，即 D 点的横坐标需小于等于 P 点的横坐标，

∴ $t-2\le 7$，解得：$t\le 9$；

综上所述，t 的取值范围是 $7<t\le 9$.

【点睛】此题考查了一次函数图像和平行四边形结合动点问题，解题的关键是根据题意找到题目中的等量关系列出方程.

5．如图 1，在平面直角坐标系中，点 A（0，4），点 B（m，0），以 AB 为边在右侧作正方形 $ABCD$.

（1）当点 B 在 x 轴正半轴上运动时，求点 C 的坐标.（用 m 表示）

（2）当 m=0 时，如图 2，P 为 OA 上一点，过点 P 作 $PM\perp PC$，PM=PC，连 MC 交 OD 于点 N，求 AM+2DN 的值；

（3）如图 3，在第（2）问的条件下，E、F 分别为 CD、CO 上的点，作 $EG\parallel x$ 轴交 AO 于 G，作 $FH\parallel y$ 轴交 AD 于 H，K 是 EG 与 FH 的交点．若 $S_{四边形KFCE}=2S_{四边形AGKH}$，试确定 $\angle EAF$ 的大小，并证明你的结论．

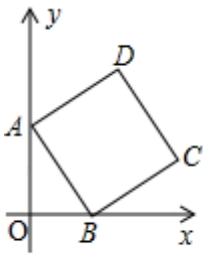


图1

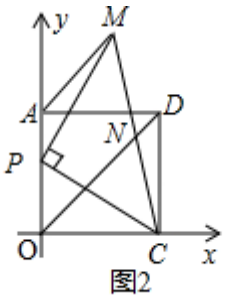


图2

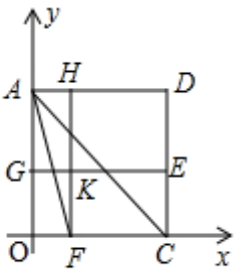


图3

【答案】（1）$C(m+4，m)$；（2）$AM+2DN=4\sqrt{2}$；（3）$\angle EAF=45°$，证明见解析

【分析】（1）如图 1 中，作 $CE\perp x$ 轴于 E．利用全等三角形的性质即可解决问题；

（2）如图 2 中，作 $ME\perp y$ 轴于 E，作 $MF\ //\ OA$ 交 OD 于 F．构造平行四边形，全等三角形解决问题即可；

（3）如图 3 中，延长 CO 到 M，使得 $OM=DE$．则 $\Delta AOM\cong\Delta ADE$．设 $AG=a$，$AH=b$，由题意 $DE=a$，$OF=b$，$EK=DH=4-b$，$EC=OG=4-a$，利用勾股定理想办法证明 $EF=OF+DE=FM$，再证明 $\Delta AFM\cong\Delta AFE$，可得 $FAM=\angle FAE$ 即可解决问题；

【详解】解：（1）如图 1 中，作 $CE\perp x$ 轴于 E．

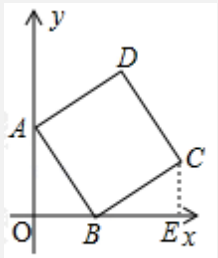


图1

$\because\angle AOB=\angle ABC=\angle CEB=90°$，

$\therefore\angle ABO+\angle OAB=90°$，$\angle ABO+\angle CBE=90°$，

$\therefore\angle OAB=\angle CBE$，

又 $\because AB=BC$，

$\therefore\triangle ABO\cong\triangle BCE(AAS)$，

$\therefore CE=OB=m$，$BE=OA=4$，

$\therefore C(m+4,m)$．

（2）如图 2 中，作 $ME\perp y$ 轴于 E，作 $MF\ //\ OA$ 交 OD 于 F．

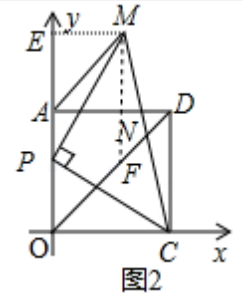


图2

$\because \angle MEP = \angle MPC = \angle COP = 90°$，

$\therefore \angle MPE + \angle PME = 90°$， $\angle MAE + \angle CPO = 90°$，

$\therefore \angle PME = \angle CPO$，

$\because PM = PC$，

$\therefore \triangle MEP \cong \triangle OPC(AAS)$，

$\therefore PE = OC = AO$， $EM = OP$，

$\therefore OP = AE = EM$，

$\therefore \angle EAM = 45°$，

$\because \angle AOD = 45°$，

$\therefore \angle EAM = \angle AOD$，

$\therefore AM \parallel ON$，

$\because MF \parallel OA$，

$\therefore$ 四边形 $AMFO$ 是平行四边形，

$\therefore FM = OA = CD$， $MF \parallel CD$， $AM = OF$，

$\therefore \angle NDC = \angle NFM$，

$\because \angle MNF = \angle CND$，

$\therefore \triangle CDN \cong \triangle MFN(AAS)$，

$\therefore FN = DN$，

$\therefore AM + 2DN = OF + DF = OD = 4\sqrt{2}$．

（3）如图 3 中，延长 CO 到 M，使得 $OM = DE$．则 $\triangle AOM \cong \triangle ADE(SAS)$．

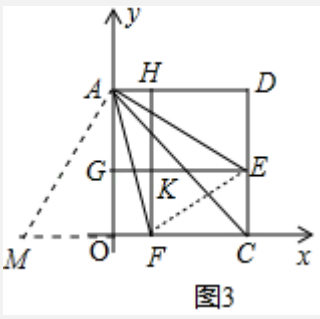


图3

设 $AG=a$，$AH=b$，由题意 $DE=a$，$OF=b$，$EK=DH=4-b$，$EC=OG=4-a$，

$\because S_{四边形KFCE}=2S_{四边形AGKH}$，

$\therefore (4-a)(4-b)=2ab$，

$\therefore 16-4(a+b)+ab=2ab$，

$\therefore ab=16-4(a+b)$，

$\therefore 2ab=32-8(a+b)$，

在 $\mathrm{Rt}\Delta EFC$ 中，$EF=\sqrt{(4-a)^2+(4-b)^2}=\sqrt{a^2+32-8(a+b)+b^2}=\sqrt{(a+b)^2}=a+b$，

$\therefore EF=OF+DE=OF+OM=FM$，

$\because AF=AF$，$AM=AE$，

$\therefore \triangle AFM\cong\triangle AFE(SSS)$，

$\therefore \angle FAM=\angle FAE$，

$\because \angle DAE=\angle OAM$，

$\therefore \angle EAM=\angle DAO=90°$，

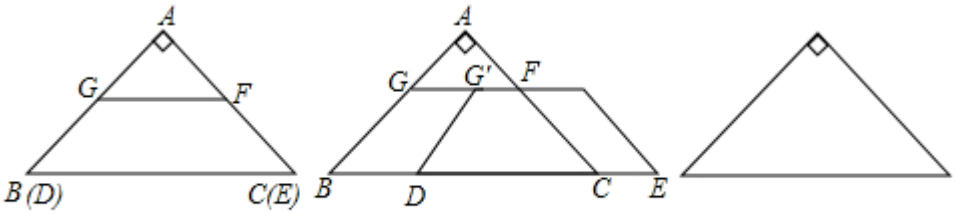
$\therefore \angle EAF=45°$.

【点睛】本题考查四边形综合题、正方形的性质、平行四边形的判定和性质、全等三角形的判定和性质、勾股定理等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形或特殊四边形解决问题，学会利用参数解决问题，学会利用数形结合的思想解决问题，属于中考压轴题.

6．如图①，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=90°, AB=AC, G, F$ 分别是 AB、AC 上的两点，且 $GF//BC$. $AF=2, BG=4$.

（1）求梯形 $BCFG$ 的面积；

（2）如图②，有一梯形 $DEFG$ 与梯形 $BCFG$ 重合，固定 $\triangle ABC$，将梯形 $DEFG$ 向右运动，当点 D 与点 C 重合时梯形 $DEFG$ 停止运动；



图①　　图②　　备用图

①若某时段运动后形成的四边形 $BDG'G$ 中，$DG\perp BG'$，求运动路程 BD 的长，并求此时 $G'B^2$ 的值；

②设运动中 BD 的长度为 x，试用含 x 的代数式表示梯形 $DEFG$ 与 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 重合部分面积 S.

【答案】（1）梯形 $BCFG$ 的面积为 16；（2）①$BD=4$，$G'B^2=32+16\sqrt{2}$；②当 $0\le x<2\sqrt{2}$ 时，$S=16-2\sqrt{2}x$；当 $2\sqrt{2}\le x\le 6\sqrt{2}$ 时，$S=\frac{1}{4}x^2-3\sqrt{2}x+18$.

【分析】（1）在 $Rt\triangle ABC$ 中由 $AB=AC$ 得到 $\angle ABC=\angle ACB=45°$，又由 $GF/\!/BC$ 得到 $\angle AGF=\angle AFG=45°$，由此得到 $AG=AF=2$，$AB=AC=6$，然后根据 $S_{梯形BCFG}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle AGF}$ 进行计算；

（2）①根据平移可知 $BDG'G$ 是平行四边形，又 $DG\perp BG'$，所以 $BDG'G$ 是菱形，由此得到 $BD=BG=4$，如图③，过点 G' 作 $G'M\perp BC$ 于点 M，在 $Rt\triangle G'DM$ 中，求出 $DM=G'M=2\sqrt{2}$，接着得到 $BM=4+2\sqrt{2}$，然后在 $Rt\triangle G'BM$ 中，根据勾股定理可以求出 $G'B^2$；②在 $Rt\triangle AGF$ 与 $Rt\triangle ABC$ 中分别求出 GF，BC，当 $0\le x<2\sqrt{2}$ 时，其重合部分为梯形，如图②，过 G 点作 GH 垂直 BC 于点 H，得 $GH=2\sqrt{2}$，而 $BD=GG'=x$，$DC=6\sqrt{2}-x$，$G'F'=2\sqrt{2}-x$，根据梯形面积公式即可用 x 表示 S；当 $2\sqrt{2}\le x\le 6\sqrt{2}$ 时，其重合部分为等腰直角三角形，如图③，斜边 $DC=6\sqrt{2}-x$，斜边上的高为 $\frac{1}{2}\left(6\sqrt{2}-x\right)$，根据三角形面积公式即可用 x 表示 S.

【详解】解：（1）∵在 $Rt\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，

∴$\angle ABC=\angle ACB=45°$，

∵$GF/\!/BC$，

∴$\angle AGF=\angle AFG=45°$，

∴$AG=AF=2$，$AB=AC=6$，

∴$S_{梯形BCFG}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle AGF}=\frac{1}{2}\times6\times6-\frac{1}{2}\times2\times2=16$；

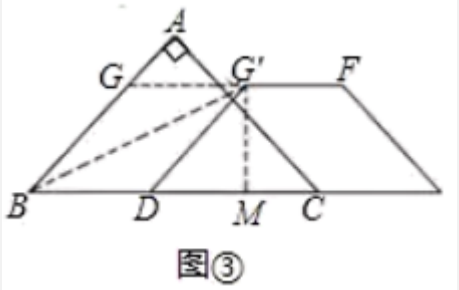
（2）①∵在运动过程中有 $DG'/\!/BG$ 且 $DG'=BG$，

∴$BDG'G$ 是平行四边形，

当 $DG\perp BG'$ 时，$BDG'G$ 是菱形，

∴$BD=BG=4$，

如图③，当 $BDG'G$ 为菱形时，过点 G' 作 $G'M\perp BC$ 于点 M，



图③

在 $Rt\triangle G'DM$ 中，$\angle G'DM=45°$，$DG'=4$，

∴$DM=G'M$ 且 $DM^2+G'M^2=DG'^2$，

∴$DM=G'M=2\sqrt{2}$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/316122204200010202