

## 2023年陕西省中考数学试卷（A卷）

一、选择题（共8小题，每小题3分，计24分。每小题只有一个选项是符合题意的）

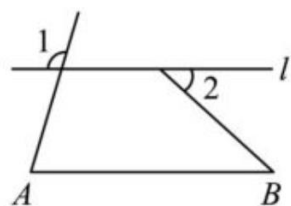
1. 计算： $3-5$ （ ）

- A. 2                                      B. -2                                      C. 8                                      D. -8

2. 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形 是（ ）



3. 如图， $l \parallel AB$ ， $\angle A = 2\angle B$ 。若 $\angle 1 = 108^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）

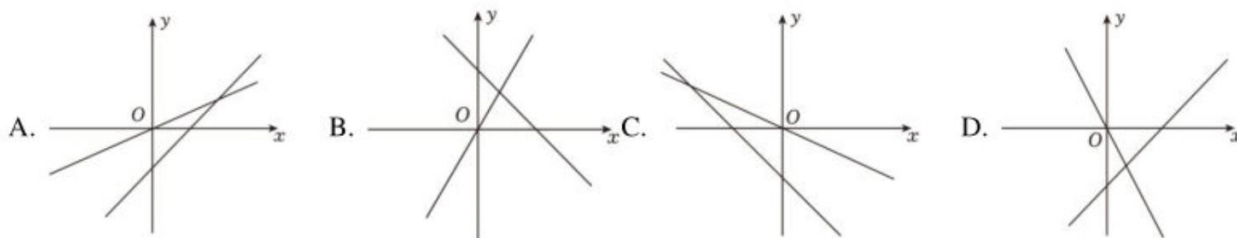


- A.  $36^\circ$                                       B.  $46^\circ$                                       C.  $72^\circ$                                       D.  $82^\circ$

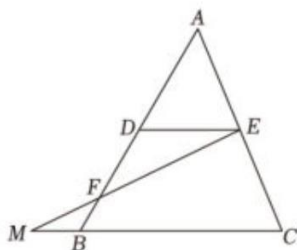
4. 计算： $6xy^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^3y^3\right) =$ （ ）

- A.  $3x^4y^5$                                       B.  $-3x^4y^5$                                       C.  $3x^3y^6$                                       D.  $-3x^3y^6$

5. 在同一平面直角坐标系中，函数 $y = ax$ 和 $y = x + a$ （ $a$ 为常数， $a < 0$ ）的图象可能是（ ）



6. 如图， $DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，点 $F$ 在 $DB$ 上， $DF = 2BF$ 。连接 $EF$ 并延长，与 $CB$ 的延长线相交于点 $M$ 。若 $BC = 6$ ，则线段 $CM$ 的长为（ ）



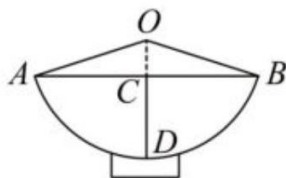
- A.  $\frac{13}{2}$                                       B. 7                                      C.  $\frac{15}{2}$                                       D. 8

7. 陕西饮食文化源远流长，“老碗面”是陕西地方特色美食之一。图②是从正面看到的一个“老碗”（图

①) 的形状示意图.  $AB$  是  $\odot O$  的一部分,  $D$  是  $AB$  的中点, 连接  $OD$ , 与弦  $AB$  交于点  $C$ , 连接  $OA$ ,  $OB$ . 已知  $AB=24\text{cm}$ , 碗深  $CD=8\text{cm}$ , 则  $\odot O$  的半径  $OA$  为 ( )



图①



图②

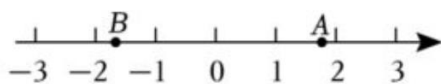
- A. 13cm                      B. 16cm                      C. 17cm                      D. 26cm

8. 在平面直角坐标系中, 二次函数  $y = x^2 + mx + m^2 - m$  ( $m$  为常数) 的图像经过点  $(0,6)$ , 其对称轴在  $y$  轴左侧, 则该二次函数有 ( )

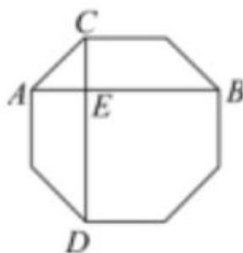
- A. 最大值 5                      B. 最大值  $\frac{15}{4}$                       C. 最小值 5                      D. 最小值  $\frac{15}{4}$

**二、填空题 (共 5 小题, 每小题 3 分, 计 15 分)**

9. 如图, 在数轴上, 点  $A$  表示  $\sqrt{3}$ , 点  $B$  与点  $A$  位于原点的两侧, 且与原点的距离相等, 则点  $B$  表示的数是 \_\_\_\_\_.

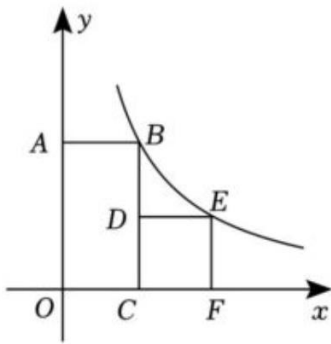


10. 如图, 正八边形的边长为 2, 对角线  $AB$ 、 $CD$  相交于点  $E$ . 则线段  $BE$  的长为\_\_\_\_\_.

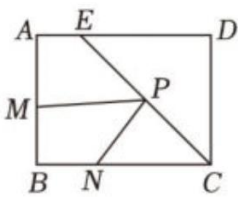


11. 点  $E$  是菱形  $ABCD$  的对称中心,  $\angle B = 56^\circ$ , 连接  $AE$ , 则  $\angle BAE$  的度数为\_\_\_\_\_.

12. 如图, 在矩形  $OABC$  和正方形  $CDEF$  中, 点  $A$  在  $y$  轴正半轴上, 点  $C, F$  均在  $x$  轴正半轴上, 点  $D$  在边  $BC$  上,  $BC = 2CD$ ,  $AB = 3$ . 若点  $B, E$  在同一个反比例函数的图象上, 则这个反比例函数的表达式是 \_\_\_\_\_.



13. 如图，在矩形  $ABCD$  中， $AB=3$ ， $BC=4$ ．点  $E$  在边  $AD$  上，且  $ED=3$ ， $M$ 、 $N$  分别是边  $AB$ 、 $BC$  上的动点，且  $BM=BN$ ， $P$  是线段  $CE$  上的动点，连接  $PM$ ， $PN$ ．若  $PM+PN=4$ ．则线段  $PC$  的长为\_\_\_．



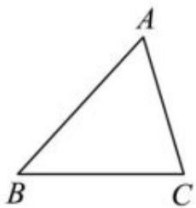
**三、解答题（共 13 小题，计 81 分．解答应写出过程）**

14. 解不等式： $\frac{3x-5}{2} > 2x$ ．

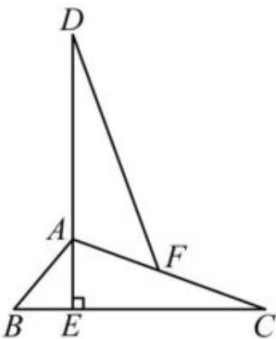
15. 计算： $\sqrt{5} \times (-\sqrt{10}) - (\frac{1}{7})^{-1} + |-2^3|$ ．

16. 化简： $(\frac{3a}{a^2-1} - \frac{1}{a-1}) \div \frac{2a-1}{a+1}$ ．

17. 如图．已知锐角  $\triangle ABC$ ， $\angle B=48^\circ$ ，请用尺规作图法，在  $\triangle ABC$  内部求作一点  $P$ ．使  $PB=PC$ ．且  $\angle PBC=24^\circ$ ．（保留作图痕迹，不写作法）



18. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle B=50^\circ$ ， $\angle C=20^\circ$ ．过点  $A$  作  $AE \perp BC$ ，垂足为  $E$ ，延长  $EA$  至点  $D$ ．使  $AD=AC$ ．在边  $AC$  上截取  $AF=AB$ ，连接  $DF$ ．求证： $DF=CB$ ．

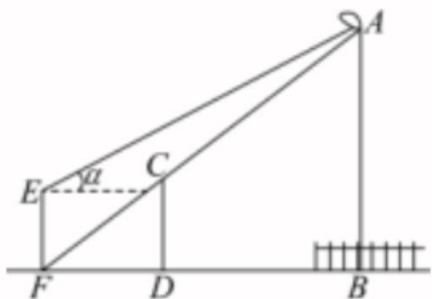


19. 一个不透明的袋子中装有四个小球，这四个小球上各标有一个数字，分别是 1, 1, 2, 3, 这些小球除标有的数字外都相同.

- (1) 从袋中随机摸出一个小球，则摸出的这个小球上标有的数字是 1 的概率为\_\_\_\_\_；
- (2) 先从袋中随机摸出一个小球，记下小球上标有的数字后，放回，摇匀，再从袋中随机摸出一个小球，记下小球上标有的数字，请利用画树状图或列表的方法、求摸出的这两个小球上标有的数字之积是偶数的概率.

20. 小红在一家文具店买了一种大笔记本 4 个和一种小笔记本 6 个，共用了 62 元. 已知她买的这种大笔记本的单价比这种小笔记本的单价多 3 元，求该文具店中这种大笔记本的单价.

21. 一天晚上，小明和爸爸带着测角仪和皮尺去公园测量一景观灯（灯杆底部不可到达）的高  $AB$ . 如图所示，当小明爸爸站在点  $D$  处时，他在该景观灯照射下的影子长为  $DF$ ，测得  $DF = 2.4\text{m}$ ；当小明站在爸爸的顶端  $F$  处时，测得点  $A$  的仰角  $\alpha$  为  $26.6^\circ$ . 已知爸爸的身高  $CD = 1.8\text{m}$ ，小明眼睛到地面的距离  $EF = 1.6\text{m}$ ，点  $F$ 、 $D$ 、 $B$  在同一条直线上， $EF \perp FB$ ， $CD \perp FB$ ， $AB \perp FB$ . 求该景观灯的高  $AB$ . (参考数据： $\sin 26.6^\circ \approx 0.45$ ， $\cos 26.6^\circ \approx 0.89$ ， $\tan 26.6^\circ \approx 0.50$ )

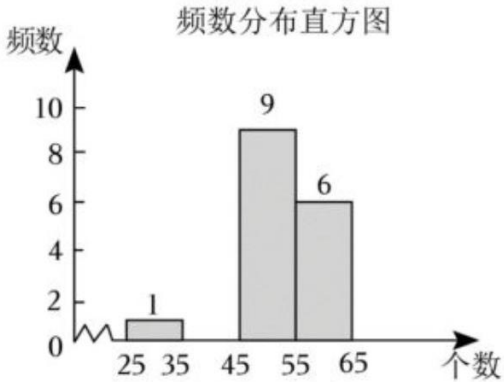


22. 经验表明，树在一定的成长阶段，其胸径（树的主干在地面以上 1.3m 处的直径）越大，树就越高. 通过对某种树进行测量研究，发现这种树的树高  $y(\text{m})$  是其胸径  $x(\text{m})$  的一次函数. 已知这种树的胸径为 0.2m 时，树高为 20m；这种树的胸径为 0.28m 时，树高为 22m.

- (1) 求  $y$  与  $x$  之间的函数表达式；
- (2) 当这种树的胸径为 0.3m 时，其树高是多少？
23. 某校数学兴趣小组的同学们从“校园农场”中随机抽取了 20 棵西红柿植株，并统计了每棵植株上小西红柿的个数. 其数据如下：28, 36, 37, 39, 42, 45, 46, 47, 48, 50, 54, 54, 54, 54, 55, 60, 62, 62, 63, 64, 通过对以上数据的分析整理，绘制了统计图表：

分组	频数	组内小西红柿的总个数
$25 \leq x < 35$	1	28
$35 \leq x < 45$	$n$	154

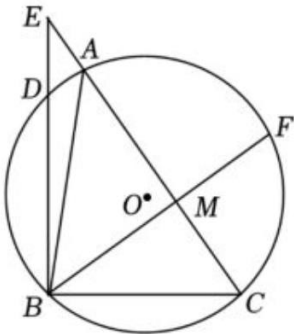
$45 \leq x < 55$	9	452
$55 \leq x < 65$	6	366



根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 补全频数分布直方图：这 20 个数据的众数是\_\_\_\_\_；
- (2) 求这 20 个数据的平均数；
- (3) “校园农场”中共有 300 棵这种西红柿植株，请估计这 300 棵西红柿植株上小西红柿的总个数。

24. 如图， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ， $\angle BAC = 45^\circ$ ，过点  $B$  作  $BC$  的垂线，交  $\odot O$  于点  $D$ ，并与  $CA$  的延长线交于点  $E$ ，作  $BF \perp AC$ ，垂足为  $M$ ，交  $\odot O$  于点  $F$ 。



- (1) 求证：  $BD = BC$ ；
- (2) 若  $\odot O$  的半径  $r = 3$ ， $BE = 6$ ，求线段  $BF$  的长。

25. 某校想将新建图书楼的正门设计为一个抛物线型门，并要求所设计的拱门的跨度与拱高之积为  $48\text{m}^2$ ，还要兼顾美观、大方，和谐、通畅等因素，设计部门按要求给出了两个设计方案。现把这两个方案中的拱门图形放入平面直角坐标系中，如图所示：

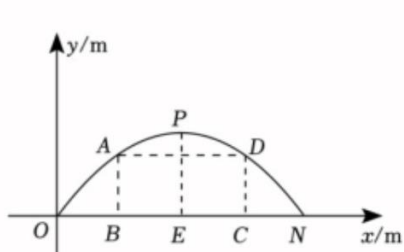
方案一，抛物线型拱门的跨度  $ON = 12\text{m}$ ，拱高  $PE = 4\text{m}$ 。其中，点  $N$  在  $x$  轴上， $PE \perp ON$ ， $OE = EN$ 。

方案二，抛物线型拱门的跨度  $ON' = 8\text{m}$ ，拱高  $P'E' = 6\text{m}$ 。其中，点  $N'$  在  $x$  轴上， $P'E' \perp O'N'$ ， $O'E' = E'N'$ 。

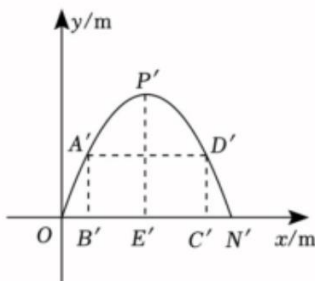
要在拱门中设置高为  $3\text{m}$  的矩形框架，其面积越大越好（框架的粗细忽略不计）。方案一中，矩形框架  $ABCD$  的面积记为  $S_1$ ，点  $A$ 、 $D$  在抛物线上，边  $BC$  在  $ON$  上；方案二中，矩形框架  $A'B'C'D'$  的面积记为  $S_2$ ，点  $A'$ 、



$D'$ 在抛物线上, 边  $B'C'$  在  $ON'$  上. 现知, 小华已正确求出方案二中, 当  $A'B' = 3\text{m}$  时,  $S_2 = 12\sqrt{2}\text{m}^2$ , 请你根据以上提供的相关信息, 解答下列问题:



方案一



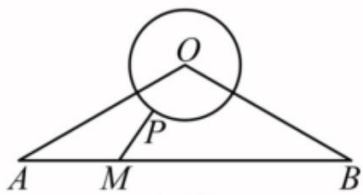
方案二

(1) 求方案一中抛物线的函数表达式;

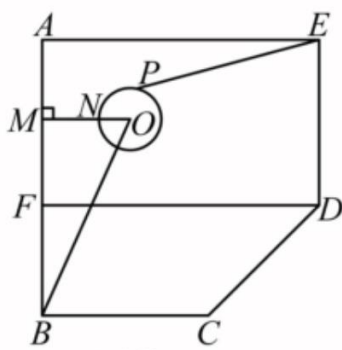
(2) 在方案一中, 当  $AB = 3\text{m}$  时, 求矩形框架  $ABCD$  的面积  $S_1$  并比较  $S_1, S_2$  的大小.

26. (1) 如图①, 在  $\triangle OAB$  中,  $OA = OB$ ,  $\angle AOB = 120^\circ$ ,  $AB = 24$ . 若  $\odot O$  半径为 4, 点  $P$  在  $\odot O$  上, 点  $M$  在  $AB$  上, 连接  $PM$ , 求线段  $PM$  的最小值;

(2) 如图②所示, 五边形  $ABCDE$  是某市工业新区 外环路, 新区管委会在点  $B$  处, 点  $E$  处是该市的一个交通枢纽. 已知:  $\angle A = \angle ABC = \angle AED = 90^\circ$ ,  $AB = AE = 10000\text{m}$ ,  $BC = DE = 6000\text{m}$ . 根据新区的自然环境及实际需求, 现要在矩形  $AFDE$  区域内 (含边界) 修一个半径为  $30\text{m}$  的圆型环道  $\odot O$ ; 过圆心  $O$ , 作  $OM \perp AB$ , 垂足为  $M$ , 与  $\odot O$  交于点  $N$ . 连接  $BN$ , 点  $P$  在  $\odot O$  上, 连接  $EP$ . 其中, 线段  $BN, EP$  及  $MN$  是要修的道路, 要在所修道路  $BN, EP$  之和最短的情况下, 使所修道路  $MN$  最短, 试求此时环道  $\odot O$  的圆心  $O$  到  $AB$  的距离  $OM$  的长.



图①



图②

## 参考答案

### 一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，计 24 分。每小题只有一个选项是符合题意的）

1. 【答案】B

【分析】先根据有理数的减法法则计算即可.

【详解】解： $3 - 5 = -2$ .

2. 【答案】C

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的定义，逐项判断即可求解.

【详解】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

B、不是轴对称图形，是中心对称图形，不符合题意；

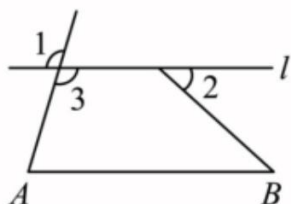
C、是轴对称图形，也是中心对称图形，符合题意；

D、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，不符合题意.

3. 【答案】A

【分析】由对顶角相等可得  $\angle 3 = \angle 1 = 108^\circ$ ，再由平行线的性质可求得  $\angle A = 72^\circ$ ， $\angle B = \angle 2$ ，结合已知条件可求得  $\angle B$ ，即可求解.

【详解】解：如图，



$\because \angle 1 = 108^\circ$ ,

$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 108^\circ$ ,

$\because l \parallel AB$ ,

$\therefore \angle 3 + \angle A = 180^\circ$ ,  $\angle 2 = \angle B$ ,

$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle 3 = 72^\circ$ ,

$\because \angle A = 2\angle B$ ,

$\therefore \angle B = 36^\circ$ ,

$\therefore \angle 2 = 36^\circ$ .

4. 【答案】B

【分析】利用单项式乘单项式的法则进行运算即可.

【详解】解： $6xy^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^3y^3\right)$

$$= 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) x^{1+3} y^{2+3}$$

$$= -3x^4 y^5.$$

5. 【答案】D

【分析】根据正比例函数和一次函数的性质，可以得到函数  $y=ax$  和  $y=x+a$  的图象经过哪几个象限，本题得以解决.

【详解】解：∵  $a < 0$ ,

∴ 函数  $y=ax$  是经过原点的直线，经过第二、四象限，

函数  $y=x+a$  是经过第一、三、四象限的直线，

6. 【答案】C

【分析】根据三角形中中位线定理证得  $DE \parallel BC$ ，求出  $DE$ ，进而证得  $\triangle DEF \sim \triangle BMF$ ，根据相似三角形的性质求出  $BM$ ，即可求出结论.

【详解】解：∵  $DE$  是  $\triangle ABC$  的中位线，

$$\therefore DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$$

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle BMF,$$

$$\therefore \frac{DE}{BM} = \frac{DF}{BF} = \frac{2BF}{BF} = 2,$$

$$\therefore BM = \frac{3}{2},$$

$$\therefore CM = BC + BM = \frac{15}{2}.$$

7. 【答案】A

【分析】首先利用垂径定理的推论得出  $OD \perp AB$ ， $AC = BC = \frac{1}{2} AB = 12\text{cm}$ ，再设  $\odot O$  的半径  $OA$  为  $R\text{cm}$ ，则  $OC = (R-8)\text{cm}$ 。在  $\text{Rt}\triangle OAC$  中根据勾股定理列出方程  $R^2 = 12^2 + (R-8)^2$ ，求出  $R$  即可.

【详解】解：∵  $AB$  是  $\odot O$  的一部分， $D$  是  $AB$  的中点， $AB = 24\text{cm}$ ，

$$\therefore OD \perp AB, AC = BC = \frac{1}{2} AB = 12\text{cm}.$$

设  $\odot O$  的半径  $OA$  为  $R\text{cm}$ ，则  $OC = OD - CD = (R-8)\text{cm}$ 。

在  $\text{Rt}\triangle OAC$  中，∵  $\angle OCA = 90^\circ$ ，

$$\therefore OA^2 = AC^2 + OC^2,$$

$$\therefore R^2 = 12^2 + (R-8)^2,$$



$$\therefore R=13,$$

即⊙O的半径OA为13cm.

8. 【答案】D

【分析】将(0,6)代入二次函数解析式,进而得出m的值,再利用对称轴在y轴左侧,得出m=3,再利用二次函数的顶点式即可求出二次函数最值.

【详解】解:将(0,6)代入二次函数解析式 $y=x^2+mx+m^2-m$ 得: $6=m^2-m$ ,解得: $m_1=3, m_2=-2$ ,

$\because$ 二次函数 $y=x^2+mx+m^2-m$ ,对称轴在y轴左侧,即 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{m}{2}<0$ ,

$$\therefore m>0,$$

$$\therefore m=3,$$

$$\therefore y=x^2+3x+6=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{15}{4},$$

$\therefore$ 当 $x=-\frac{2}{3}$ 时,二次函数有最小值,最小值为 $\frac{15}{4}$ ,

二、填空题(共5小题,每小题3分,计15分)

9. 【答案】 $-\sqrt{3}$

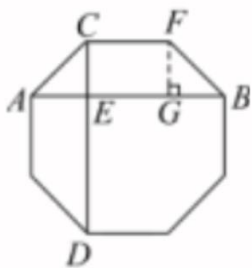
【分析】由绝对值的定义,再根据原点左边的数是负数即可得出答案.

【详解】解:由题意得:点B表示的数是 $-\sqrt{3}$ .

10. 【答案】 $2+\sqrt{2}$

【分析】根据正八边形的性质得出四边形CEGF是矩形,△ACE、△BFG是等腰直角三角形,AC=CF=FB=EG=2,再根据矩形的性质以及直角三角形的边角关系求出AE,GE,BG即可.

【详解】解:如图,过点F作FG⊥AB于G,由题意可知,四边形CEGF是矩形,△ACE、△BFG是等腰直角三角形,AC=CF=FB=EG=2,



在Rt△ACE中,AC=2,AE=CE,

$$\therefore AE=CE=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=\sqrt{2},$$

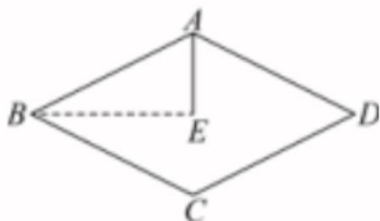
同理  $BG = \sqrt{2}$ ,

$$\therefore BE = EG + BG = 2 + \sqrt{2},$$

11. 【答案】 $62^\circ$

【分析】连接  $BE$ ，根据中心对称图形的定义得出点  $E$  是菱形  $ABCD$  的两对角线的交点，根据菱形的性质得出  $AE \perp BE$ ， $\angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABC = 28^\circ$ ，那么  $\angle BAE = 90^\circ - \angle ABE = 62^\circ$ 。

【详解】解：如图，连接  $BE$ ，



$\because$  点  $E$  是菱形  $ABCD$  的对称中心， $\angle ABC = 56^\circ$ ，

$\therefore$  点  $E$  是菱形  $ABCD$  的两对角线的交点，

$$\therefore AE \perp BE, \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABC = 28^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = 90^\circ - \angle ABE = 62^\circ.$$

12. 【答案】 $y = \frac{18}{x}$

【分析】设正方形  $CDEF$  的边长为  $m$ ，根据  $BC = 2CD$ ， $AB = 3$ ，得到  $B(3, 2m)$ ，根据矩形对边相等得到  $OC = 3$ ，推出  $E(3+m, m)$ ，根据点  $B, E$  在同一个反比例函数的图象上，得到  $3 \times 2m = (3+m)m$ ，得到  $m = 3$ ，推出  $y = \frac{18}{x}$ 。

【详解】解： $\because$  四边形  $OABC$  是矩形，

$$\therefore OC = AB = 3,$$

设正方形  $CDEF$  的边长为  $m$ ，

$$\therefore CD = CF = EF = m,$$

$$\because BC = 2CD,$$

$$\therefore BC = 2m,$$

$$\therefore B(3, 2m), E(3+m, m),$$

设反比例函数的表达式为  $y = \frac{k}{x}$ ，

$$\therefore 3 \times 2m = (3+m)m,$$