

江苏省无锡市丁蜀区 2023-2024 学年中考数学模拟试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题(共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

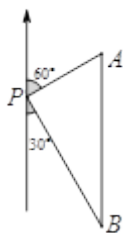
1. 下列运算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $a^3 + a^2 = a^5$ C. $(a^2)^4 = a^8$ D. $a^3 - a^2 = a$

2. 圆锥的底面半径为 2, 母线长为 4, 则它的侧面积为 ()

- A. 8π B. 16π C. $4\sqrt{3}\pi$ D. 4π

3. 如图, 一艘轮船位于灯塔 P 的北偏东 60° 方向, 与灯塔 P 的距离为 30 海里的 A 处, 轮船沿正南方向航行一段时间后, 到达位于灯塔 P 的南偏东 30° 方向上的 B 处, 则此时轮船所在位置 B 与灯塔 P 之间的距离为 ()



- A. 60 海里 B. 45 海里 C. $20\sqrt{3}$ 海里 D. $30\sqrt{3}$ 海里

4. 已知 $x=2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x - 2a = 0$ 的一个解, 则 a 的值为 ()

- A. 0 B. -1 C. 1 D. 2

5. 统计学校排球队员的年龄, 发现有 12、13、14、15 等四种年龄, 统计结果如下表:

年龄(岁)	12	13	14	15
人数(个)	2	4	6	8

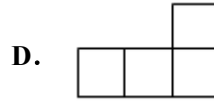
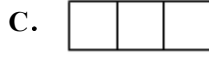
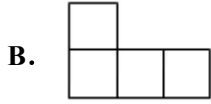
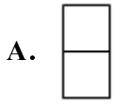
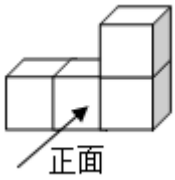
根据表中信息可以判断该排球队员年龄的平均数、众数、中位数分别为 ()

- A. 13、15、14 B. 14、15、14 C. 13.5、15、14 D. 15、15、15

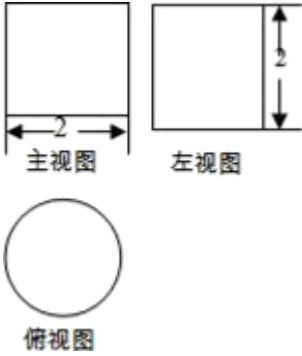
6. 在 $\frac{1}{2}$, 0, -1, $-\frac{1}{2}$ 这四个数中, 最小的数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 0 C. $-\frac{1}{2}$ D. -1

7. 如图所示的几何体的左视图是 ()



8. 如图是某几何体的三视图，下列判断正确的是()

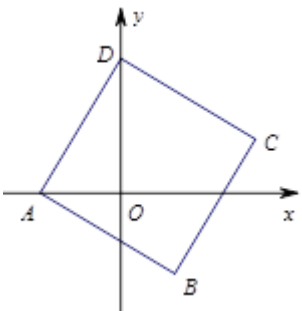


- A. 几何体是圆柱体，高为 2 B. 几何体是圆锥体，高为 2
C. 几何体是圆柱体，半径为 2 D. 几何体是圆锥体，直径为 2

9. 已知直线 $y = kx - 2$ 与直线 $y = 3x + 2$ 的交点在第一象限，则 k 的取值范围是 ()

- A. $k = 3$ B. $k < -3$ C. $k > 3$ D. $-3 < k < 3$

10. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，正方形 $ABCD$ 的顶点 D 在 y 轴上，且 $A(-3, 0)$ ， $B(2, b)$ ，则正方形 $ABCD$ 的面积是 ()



- A. 13 B. 20 C. 25 D. 34

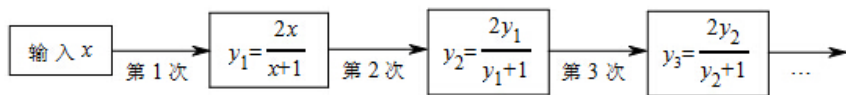
二、填空题 (本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分)

11. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2\sqrt{3}x - k = 0$ 有两个相等的实数根，则 k 的值为_____.

12. 计算 $(\sqrt{3} + 2)^2$ 的结果等于_____.

13. 计算: $2^1 - 1 = 1$, $2^2 - 1 = 3$, $2^3 - 1 = 7$, $2^4 - 1 = 15$, $2^5 - 1 = 31$, 归纳各计算结果中的个位数字规律, 猜测 $2^{2019} - 1$ 的个位数字是_____.

14. 有一个计算程序，每次运算都是把一个数先乘 2，再除以它与 1 的和，多次重复进行这种运算的过程如下：

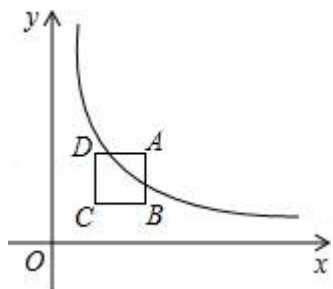


则第 n 次的运算结果是_____ (用含字母 x 和 n 的代数式表示).

15. 从正 n 边形一个顶点引出的对角线将它分成了 8 个三角形，则它的每个内角的度数是_____.

16. 在平面直角坐标系的第一象限内，边长为 1 的正方形 $ABCD$ 的边均平行于坐标轴， A 点的坐标为 (a, a) ，如图，

若曲线 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 与此正方形的边有交点，则 a 的取值范围是_____.



三、解答题 (共 8 题，共 72 分)

17. (8 分) 某商场要经营一种新上市的文具，进价为 20 元，试营销阶段发现：当销售单价是 25 元时，每天的销售量为 250 件，销售单价每上涨 1 元，每天的销售量就减少 10 件写出商场销售这种文具，每天所得的销售利润 w (元) 与销售单价 x (元) 之间的函数关系式；求销售单价为多少元时，该文具每天的销售利润最大；商场的营销部结合上述情况，提出了 A、B 两种营销方案

方案 A：该文具的销售单价高于进价且不超过 30 元；

方案 B：每天销售量不少于 10 件，且每件文具的利润至少为 25 元

请比较哪种方案的最大利润更高，并说明理由

18. (8 分) (1) 解方程： $\frac{1}{x-2} - \frac{1-x}{2-x} = -3$.

(2) 解不等式组：
$$\begin{cases} \frac{x-3}{2} < x-1 \\ 2x+1 \geq 5(x-1) \end{cases}$$

19. (8 分) 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和直线 m ，给出如下定义：若存在一点 P ，使得点 P 到直线 m 的距离等于 1，则称 P 为直线 m 的平行点。

(1) 当直线 m 的表达式为 $y=x$ 时，

① 在点 $P_1(1,1)$ ， $P_2(0,\sqrt{2})$ ， $P_3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 中，直线 m 的平行点是_____；

② $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{10}$ ，点 Q 在 $\odot O$ 上，若点 Q 为直线 m 的平行点，求点 Q 的坐标。

(2) 点 A 的坐标为 $(n, 0)$ ， $\odot A$ 半径等于 1，若 $\odot A$ 上存在直线 $y = \sqrt{3}x$ 的平行点，直接写出 n 的取值范围。

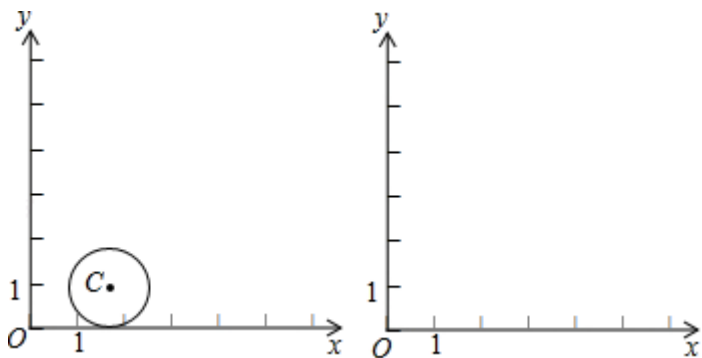
20. (8分) 2018年4月22日是第49个世界地球日, 今年的主题为“珍惜自然资源呵护美丽国土—讲好我们的地球故事”地球日活动周中, 同学们开展了丰富多彩的学习活动, 某小组搜集到的数据显示, 山西省总面积为15.66万平方公里, 其中土石山区面积约5.59万平方公里, 其余部分为丘陵与平原, 丘陵面积比平原面积的2倍还多0.8万平方公里.

(1) 求山西省的丘陵面积与平原面积;

(2) 活动周期间, 两位家长计划带领若干学生去参观山西地质博物馆, 他们联系了两家旅行社, 报价均为每人30元. 经协商, 甲旅行社的优惠条件是, 家长免费, 学生都按九折收费; 乙旅行社的优惠条件是, 家长、学生都按八折收费. 若只考虑收费, 这两位家长应该选择哪家旅行社更合算?



21. (8分) 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 $Q(x, y)$ ($x \neq 0$), 将它的纵坐标 y 与横坐标 x 的比 $\frac{y}{x}$ 称为点 Q 的“理想值”, 记作 L_Q . 如 $Q(-1, 2)$ 的“理想值” $L_Q = \frac{2}{-1} = -2$.



(1) ①若点 $Q(1, a)$ 在直线 $y = x - 4$ 上, 则点 Q 的“理想值” L_Q 等于_____;

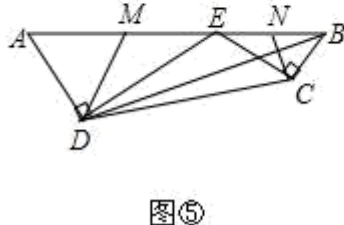
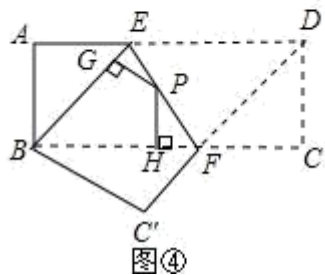
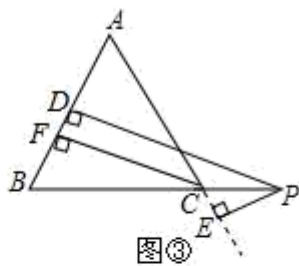
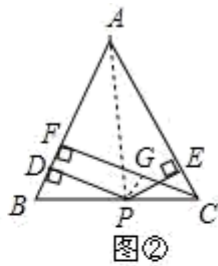
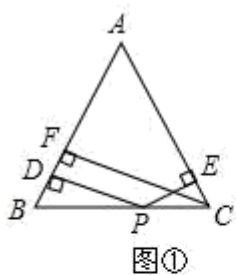
②如图, $C(\sqrt{3}, 1)$, eC 的半径为1. 若点 Q 在 eC 上, 则点 Q 的“理想值” L_Q 的取值范围是_____.

(2) 点 D 在直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$ 上, eD 的半径为1, 点 Q 在 eD 上运动时都有 $0 \leq L_Q \leq \sqrt{3}$, 求点 D 的横坐标 x_D 的取值范围;

(3) $M(2, m)$ ($m > 0$), Q 是以 r 为半径的 eM 上任意一点, 当 $0 \leq L_Q \leq 2\sqrt{2}$ 时, 画出满足条件的最大圆, 并直接写出相应的半径 r 的值. (要求画图位置准确, 但不必尺规作图)

22. (10分) (问题情境)

张老师给爱好学习的小军和小俊提出这样的问题: 如图1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 P 为边 BC 上任一点, 过点 P 作 $PD \perp AB$, $PE \perp AC$, 垂足分别为 D, E , 过点 C 作 $CF \perp AB$, 垂足为 F , 求证: $PD + PE = CF$.



小军的证明思路是：如图 2，连接 AP ，由 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ACP$ 面积之和等于 $\triangle ABC$ 的面积可以证得： $PD+PE=CF$ 。

小俊的证明思路是：如图 2，过点 P 作 $PG \perp CF$ ，垂足为 G ，可以证得： $PD=GF$ ， $PE=CG$ ，则 $PD+PE=CF$ 。

[变式探究]

如图 3，当点 P 在 BC 延长线上时，其余条件不变，求证： $PD-PE=CF$ ；

请运用上述解答中所积累的经验和方法完成下列两题：

[结论运用]

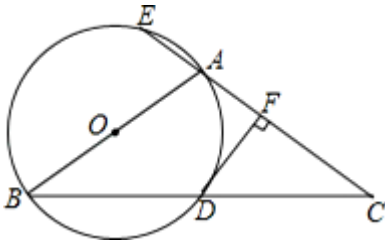
如图 4，将矩形 $ABCD$ 沿 EF 折叠，使点 D 落在点 B 上，点 C 落在点 C' 处，点 P 为折痕 EF 上的任一点，过点 P 作 $PG \perp BE$ 、 $PH \perp BC$ ，垂足分别为 G 、 H ，若 $AD=8$ ， $CF=3$ ，求 $PG+PH$ 的值；

[迁移拓展]

图 5 是一个航模的截面示意图。在四边形 $ABCD$ 中， E 为 AB 边上的一点， $ED \perp AD$ ， $EC \perp CB$ ，垂足分别为 D 、 C ，且 $AD \cdot CE = DE \cdot BC$ ， $AB = 2\sqrt{13} \text{ dm}$ ， $AD = 3 \text{ dm}$ ， $BD = \sqrt{37} \text{ dm}$ 。 M 、 N 分别为 AE 、 BE 的中点，连接 DM 、 CN ，求 $\triangle DEM$ 与 $\triangle CEN$ 的周长之和。

23. (12分) 《孙子算经》是中国传统数学的重要著作之一，其中记载的“荡杯问题”很有趣。《孙子算经》记载“今有妇人河上荡杯。津吏问曰：‘杯何以多？’妇人曰：‘家有客。’津吏曰：‘客几何？’妇人曰：‘二人共饭，三人共羹，四人共肉，凡用杯六十五。’不知客几何？”译文：“2人同吃一碗饭，3人同吃一碗羹，4人同吃一碗肉，共用65个碗，问有多少客人？”

24. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 BC 相交于点 D ，与 CA 的延长线相交于点 E ，过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F 。



(1) 试说明 DF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AC=3AE$, 求 $\tan C$.

参考答案

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1、C

【解析】

根据同底数幂的乘法法则: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加; 合并同类项的法则: 把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变; 幂的乘方法则: 底数不变, 指数相乘进行计算即可.

【详解】

A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 故原题计算错误;

B、 a^3 和 a^2 不是同类项, 不能合并, 故原题计算错误;

C、 $(a^2)^4 = a^8$, 故原题计算正确;

D、 a^3 和 a^2 不是同类项, 不能合并, 故原题计算错误;

故选: C.

【点睛】

此题主要考查了幂的乘方、同底数幂的乘法, 以及合并同类项, 关键是掌握计算法则.

2、A

【解析】

解: 底面半径为 2, 底面周长 $= 4\pi$, 侧面积 $= \frac{1}{2} \times 4\pi \times 4 = 8\pi$, 故选 A.

3、D

【解析】

根据题意得出: $\angle B = 30^\circ$, $AP = 30$ 海里, $\angle APB = 90^\circ$, 再利用勾股定理得出 BP 的长, 求出答案.

【详解】

解：由题意可得： $\angle B=30^\circ$ ， $AP=30$ 海里， $\angle APB=90^\circ$ ，

故 $AB=2AP=60$ （海里），

则此时轮船所在位置 B 处与灯塔 P 之间的距离为： $BP=\sqrt{AB^2-AP^2}=30\sqrt{3}$ （海里）

故选：D.

【点睛】

此题主要考查了勾股定理的应用以及方向角，正确应用勾股定理是解题关键.

4、C

【解析】

试题分析：把方程的解代入方程，可以求出字母系数 a 的值.

$\because x=2$ 是方程的解， $\therefore 4-2-2a=0$ ， $\therefore a=1$.

故本题选 C.

【考点】一元二次方程的解；一元二次方程的定义.

5、B

【解析】

根据加权平均数、众数、中位数的计算方法求解即可.

【详解】

$$\bar{x} = \frac{12 \times 2 + 13 \times 4 + 14 \times 6 + 15 \times 8}{2 + 4 + 6 + 8} = 14,$$

15 出现了 8 次，出现的次数最多，故众数是 15，

从小到大排列后，排在 10、11 两个位置的数是 14，14，故中位数是 14.

故选 B.

【点睛】

本题考查了平均数、众数与中位数的意义. 数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的加权平均数： $\bar{x} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$ （其

中 w_1, w_2, \dots, w_n 分别为 x_1, x_2, \dots, x_n 的权数）. 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数. 中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（或最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数.

6、D

【解析】

试题分析：因为负数小于 0，正数大于 0，正数大于负数，所以在 $\frac{1}{2}, 0, -1, -\frac{1}{2}$ 这四个数中，最小的数是 -1 ，故

选 D.

考点：正负数的大小比较.

7、A

【解析】

本题考查的是三视图. 左视图可以看到图形的排和每排上最多有几层. 所以选择 A.

8、A

【解析】

试题解析：根据主视图和左视图为矩形是柱体，根据俯视图是圆可判断出这个几何体应该是圆柱，

再根据左视图的高度得出圆柱体的高为 2；

故选 A.

考点：由三视图判断几何体.

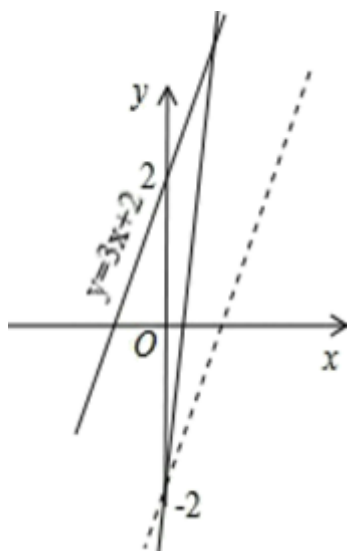
9、C

【解析】

根据题意画出图形，利用数形结合，即可得出答案.

【详解】

根据题意，画出图形，如图：



当 $k = 3$ 时，两条直线无交点；

当 $k > 3$ 时，两条直线的交点在第一象限.

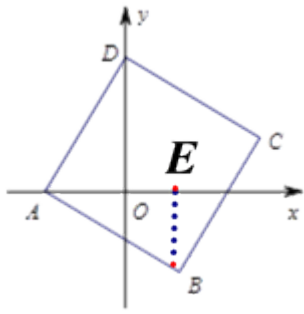
故选：C.

【点睛】

本题主要考查两个一次函数的交点问题，能够数形结合是解题的关键.

10、D

【解析】



作 $BE \perp OA$ 于点 E . 则 $AE = 2 - (-3) = 5$, $\triangle AOD \cong \triangle BEA$ (AAS),

$\therefore OD = AE = 5$,

$\therefore AD = \sqrt{AO^2 + OD^2} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$,

\therefore 正方形 $ABCD$ 的面积是: $\sqrt{34} \times \sqrt{34} = 34$, 故选 D.

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11、-3

【解析】

试题解析: 根据题意得: $\Delta = (2\sqrt{3})^2 - 4 \times 1 \times (-k) = 0$, 即 $12 + 4k = 0$,

解得: $k = -3$,

12、 $7 + 4\sqrt{3}$

【解析】

根据完全平方公式可求解, 完全平方公式为 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

【详解】

$(\sqrt{3} + 2)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 2 + 2^2 = 7 + 4\sqrt{3}$

【点睛】

此题主要考查二次根式的运算, 完全平方公式的正确运用是解题关键

13、1

【解析】

观察给出的数, 发现个位数是循环的, 然后再看 $2019 \div 4$ 的余数, 即可求解.

【详解】

由给出的这组数 $2^1 - 1 = 1$, $2^2 - 1 = 3$, $2^3 - 1 = 7$, $2^4 - 1 = 15$, $2^5 - 1 = 31$, ...,

个位数字 1, 3, 7, 5 循环出现, 四个一组,

$2019 \div 4 = 504 \dots 3$,

$\therefore 2^{2019} - 1$ 的个位数是 1.

故答案为 1.

【点睛】

本题考查数的循环规律，确定循环规律，找准余数是解题的关键.

14、 $\frac{2^n x}{(2^n - 1)x + 1}$

【解析】

试题分析：根据题意得 $y_1 = \frac{2x}{x+1}$ ； $y_2 = \frac{4x}{3x+1}$ ； $y_3 = \frac{8x}{7x+1}$ ；根据以上规律可得： $y_n = \frac{2^n x}{(2^n - 1)x + 1}$.

考点：规律题.

15、 144°

【解析】

根据多边形内角和公式计算即可.

【详解】

解：由题知，这是一个 10 边形，根据多边形内角和公式： $(10 - 2) \times 180^\circ = 1440^\circ$

每个内角等于 $1440^\circ \div 10 = 144^\circ$.

故答案为： 144° .

【点睛】

此题重点考察学生对多边形内角和公式的应用，掌握计算公式是解题的关键.

16、 $\sqrt{2} \leq a \leq \sqrt{2} + 1$

【解析】

因为 A 点的坐标为 (a, a) ，则 C $(a - 1, a - 1)$ ，根据题意只要分别求出当 A 点或 C 点在曲线上时 a 的值即可得到答案.

【详解】

解： \because A 点的坐标为 (a, a) ，

\therefore C $(a - 1, a - 1)$ ，

当 C 在双曲线 $y = \frac{2}{x}$ 时，则 $a - 1 = \frac{2}{a - 1}$ ，

解得 $a = \sqrt{2} + 1$ ；

当 A 在双曲线 $y = \frac{2}{x}$ 时，则 $a = \frac{2}{a}$ ，

解得 $a = \sqrt{2}$,

$\therefore a$ 的取值范围是 $\sqrt{2} \leq a \leq \sqrt{2} + 1$.

故答案为 $\sqrt{2} \leq a \leq \sqrt{2} + 1$.

【点睛】

本题主要考查反比例函数与几何图形的综合问题，解此题的关键在于根据题意找到关键点，然后将关键点的坐标代入反比例函数求得确定值即可。

三、解答题（共 8 题，共 72 分）

17、(1) $w = -10x^2 + 700x - 10000$; (2) 即销售单价为 35 元时，该文具每天的销售利润最大；

(3) A 方案利润更高.

【解析】

试题分析：(1) 根据利润 = (单价 - 进价) × 销售量，列出函数关系式即可.

(2) 根据 (1) 式列出的函数关系式，运用配方法求最大值.

(3) 分别求出方案 A、B 中 x 的取值范围，然后分别求出 A、B 方案的最大利润，然后进行比较.

【详解】

解：(1) $w = (x - 20)(250 - 10x + 250) = -10x^2 + 700x - 10000$.

(2) $\because w = -10x^2 + 700x - 10000 = -10(x - 35)^2 + 2250$

\therefore 当 $x = 35$ 时， w 有最大值 2250，

即销售单价为 35 元时，该文具每天的销售利润最大.

(3) A 方案利润高，理由如下：

A 方案中： $20 < x \leq 30$ ，函数 $w = -10(x - 35)^2 + 2250$ 随 x 的增大而增大，

\therefore 当 $x = 30$ 时， w 有最大值，此时，最大值为 2000 元.

B 方案中： $\begin{cases} -10x + 500 \geq 10 \\ x - 20 \geq 25 \end{cases}$ ，解得 x 的取值范围为： $45 \leq x \leq 49$.

$\because 45 \leq x \leq 49$ 时，函数 $w = -10(x - 35)^2 + 2250$ 随 x 的增大而减小，

\therefore 当 $x = 45$ 时， w 有最大值，此时，最大值为 1250 元.

$\because 2000 > 1250$,

\therefore A 方案利润更高

18、(1) 无解；(1) - $1 < x \leq 1$.

【解析】

(1) 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/317032060200006120>