2024-2025 学年上期期中考试

高二年级数学试题卷

注意事项：

1.试题卷共 4 页，四大题 19 小题，满分 150 分，作答时间 120 分钟.

2 答题前，先将自己的姓名、班级、考场号、坐位、准考正号正确填写在答题卡上.再将条形码贴在答题卡的“贴条形码区”.

3.作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案.写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.

4.作答填空题和解答题时，用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内.写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 下列直线中倾斜角为45°的是（）

A. $y=-x+\sqrt{2}$　　B. $y=x-\sqrt{2}$

C. $x=1$　　D. $y=1$

【答案】B

【解析】

【分析】分析可知倾斜角为45°，等价于斜率为 1，结合选项分析判断即可.

若直线的倾斜角为45°，等价于斜率为 1，

对于 A：斜率为-1，不合题意；

对于 B：斜率为 1，符合题意；

对于 C：斜率不存在，不合题意；

对于 D：斜率为 0，不合题意；

故选：B.

2. 向量$\vec{a}=(-2,1,2),\vec{b}=(-1,2x,1)$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则实数$x=$（）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $-\frac{1}{4}$　　C. 2　　D. -2

【答案】D

【解析】

【分析】根据给定条件，利用空间向量垂直关系的坐标表示列式计算即得.

向量$\vec{a}=(-2,1,2),\vec{b}=(-1,2x,1)$，由$\vec{a}\perp\vec{b}$，得$\vec{a}\cdot\vec{b}=2+2x+2=0$，

所以$x=-2$.

故选：D

3. 直线$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$与椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的公共点个数为（）

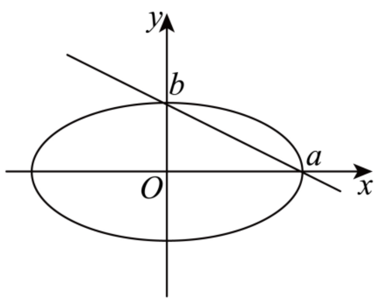
A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 无数个

【答案】C

【解析】

【分析】分析可知直线$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$和$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$均过$(a,0),(0,b)$，结合图象即可判断.

直线$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$和$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$均过$(a,0),(0,b)$，



结合图象可知直线$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$与椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的公共点个数为 2 个.

故选：C.

4. “$a=0$”是“直线$x-2ay+1=0$与直线$(a-1)x+ay-1=0$平行”的（）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】D

【解析】

【分析】利用充分条件、必要条件的定义，结合两直线平行问题判断即可.

当$a=0$时，直线$x-2ay+1=0$为$x+1=0$，直线$(a-1)x+ay-1=0$为$x+1=0$，两直线重合；

当直线$x-2ay+1=0$与直线$(a-1)x+ay-1=0$平行时，$a+2a(a-1)=0$，

解得$a=0$或$a=\frac{1}{2}$，而$a=0$时，两直线重合，

当$a=\frac{1}{2}$时，直线$x-2ay+1=0$为$x-y+1=0$，直线$(a-1)x+ay-1=0$为$x-y+2=0$，两直线平行，

因此直线$x-2ay+1=0$与直线$(a-1)x+ay-1=0$平行时，$a+2a(a-1)=0$，则$a=\frac{1}{2}$，

所以“$a=0$”是“直线$x-2ay+1=0$与直线$(a-1)x+ay-1=0$平行”的既不充分也不必要条件.

故选：D

5. 若直线$\sqrt{3}x+y-\sqrt{3}=0$与圆$O:x^2+y^2=1$相交于A,B两点，则$\angle AOB=$（）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

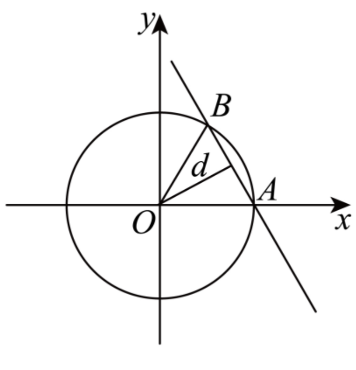
【答案】B

【解析】

【分析】根据题意求得$|AB|=1$，可得$\triangle AOB$为等边三角形，即可得结果.

由题意可知：圆$O:x^2+y^2=1$的圆心为$O(0,0)$，半径$r=1$，

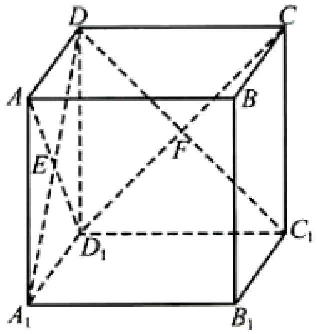
则圆心$O(0,0)$到直线$\sqrt{3}x+y-\sqrt{3}=0$的距离为$d=\frac{\left|0+0-\sqrt{3}\right|}{\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，



可知$|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=1$，即$\triangle AOB$为等边三角形，所以$\angle AOB=\frac{\pi}{3}$.

故选：B.

6. 如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$A_1D\cap AD_1=E,CD_1\cap C_1D=F$，则下列结论中正确 的是（）



A. BB_1 // 平面 ACD_1

B. 平面 $BDC_1 \perp$ 平面 ACD_1

C. $EF \perp$ 平面 BDD_1B_1

D. 平面 ABB_1A_1 内存在与 EF 平行的直线

【答案】C

【解析】

【分析】建立空间直角坐标系，结合线面平行的判定定理，线面垂直，面面垂直的判定定理，逐项判定计算即可.

因为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为正方体，设正方体边长为 2，

以 D_1 为原点，D_1A_1 为 x 轴，D_1C_1 为 y 轴，D_1D 为 z 轴建立空间直角坐标系，

则 $D_1(0,0,0), A(2,0,2), C(0,2,2), B(2,2,2), B_1(2,2,0), E(1,0,1), F(0,1,1)$，

设平面 ACD_1 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{D_1A}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{D_1C}=0\end{cases}$，$\begin{cases}2x+2z=0\\ 2y+2z=0\end{cases}$，令 $x=1$，则 $\vec{n}=(1,1,-1)$，

同理解得平面 BDC_1 的法向量 $\vec{m}=(-1,1,1)$，

$\overrightarrow{BB_1}=(0,0,-2), \overrightarrow{BB_1}\cdot\vec{n}=2\neq 0$，故 A 不正确；

$\vec{m}\cdot\vec{n}=-1\neq 0$，故 B 不正确；

$\overrightarrow{EF}=(-1,1,0), \overrightarrow{D_1D}=(0,0,2), \overrightarrow{D_1B_1}=(2,2,0)$，

$\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{D_1D}=0, \overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{D_1B_1}=0$，所以 $EF\perp D_1D, EF\perp D_1B_1$，

又 $D_1D \cap D_1B_1=D_1$，所以 $EF\perp$ 平面 BDD_1B_1，C 正确；

平面 ABB_1A_1 的一个法向量为 $\vec{p}=(1,0,0)$，

$\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{p}=-1\neq 0$，故 D 不正确；

故选：C

7. 在$\triangle ABC$中，$A(1,0,-1),B(1,1,-1),C(0,1,-2)$，则点$B$到直线$AC$的距离为（　　）.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　　　B. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　　　C. 1　　　　D. $\sqrt{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】由坐标运算求出$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$，进而求出$\overrightarrow{AB}$在$\overrightarrow{AC}$方向上的投影，然后即可求出点B到直线AC的距离.

由题意可知因为$\overrightarrow{AB}=(0,1,0)$，$\overrightarrow{AC}=(-1,1,-1)$，所以$\left|\overrightarrow{AB}\right|=1$，$\left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{3}$，

所以$\overrightarrow{AB}$在$\overrightarrow{AC}$方向上的投影为$\left|\overrightarrow{AB}\right|\cos\left\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right\rangle=\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

所以点B到直线AC的距离为$d=\sqrt{\left|\overrightarrow{AB}\right|^2-\left(\left|\overrightarrow{AB}\right|\cos\left\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right\rangle\right)^2}=\sqrt{1-\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

故选：B.

8. 已知点F_1,F_2分别为椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点，$B(0,b)$，若经过$F_2$的弦$AB$满足$|AB|=|AF_1|$，则椭圆$C$的离心率为（）

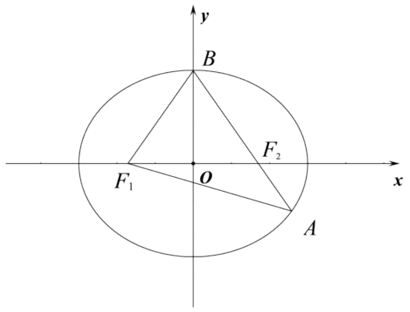
A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$　　　　C. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　　　D. $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据椭圆的定义可得$|AF_2|=\dfrac{a}{2},|AF_1|=\dfrac{3a}{2}$，由$\cos\angle AF_1F_2+\cos\angle BF_1F_2=0$，根据余弦定理可得$a^2=3c^2$，再由离心率公式求解即可.

由题可知$|BF_1|=|BF_2|=a$，



所以$\begin{cases}|AF_1|+|AF_2|=2a\\|AF_2|+a=|AF_1|\end{cases}$，解得$\begin{cases}|AF_2|=\dfrac{a}{2}\\|AF_1|=\dfrac{3a}{2}\end{cases}$，

因为$\cos\angle AF_2F_1+\cos\angle BF_2F_1=0$，即$\dfrac{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+(2c)^2-\left(\dfrac{3a}{2}\right)^2}{2\times\dfrac{a}{2}\times 2c}+\dfrac{a^2+(2c)^2-a^2}{2\times a\times 2c}=0$，

整理得$a^2=3c^2$，所以$e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{\dfrac{c^2}{a^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

故选：A.

二、多选题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，有选错的得 0 分，若只有 2 个正确选项，每选对 1 个得 3 分；若只有 3 个正确选项，每选对 1 个得 2 分.

9. 下列关于空间向量的命题中，正确的是（）

A. 若向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，则$\vec{a}=\pm\vec{b}$

B. 若$\{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\}$是空间的一组基底，且$\overrightarrow{OD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OC}$，则$A,B,C,D$四点共面

C. 若向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$满足$\vec{a}\perp\vec{b},\vec{b}\perp\vec{c}$，则$\vec{a}\,//\,\vec{c}$

D. 若$\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$是空间的一组基底，则$\{\vec{a}+\vec{b},\vec{b}+\vec{c},\vec{c}+\vec{a}\}$也是空间的一组基底

【答案】BD

【解析】

【分析】举例判断 AC，利用共面向量基本定理的推论判断 B，利用空间向量基本定理判断 D.

对于 A，正方体共点的两条棱对应的向量，它们的模相等，而这两个向量不共线，A 错误；

对于B，向量$\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}$不共面，由$\overrightarrow{OD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$，

得$\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})+\frac{1}{3}(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA})$，即$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，

则向量$\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$共面，又它们有公共点A，因此$A,B,C,D$四点共面，B正确；

对于C，正方体共点的三条棱对应的向量，其中一个向量都垂直于另两个向量，

而另两个向量不共线，C错误；

对于D，若向量$\vec{a}+\vec{b},\vec{b}+\vec{c},\vec{c}+\vec{a}$共面，则存在实数对$x,y$使得$\vec{a}+\vec{b}=x(\vec{b}+\vec{c})+y(\vec{c}+\vec{a})$，

而向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，则$\begin{cases}x=1\\y=1\\x+y=0\end{cases}$，此方程组无解，

即向量$\vec{a}+\vec{b},\vec{b}+\vec{c},\vec{c}+\vec{a}$不共面，D正确.

故选：BD

10. 已知圆$x^2+y^2=4$与圆$x^2+y^2+6x-8y+9=0$，则下列结论正确的是（）

A. 两圆相切

B. 两圆的公共弦所在的直线方程为$6x-8y+13=0$

C. 两圆的公切线有两条

D. 两圆的公共弦长为$\frac{13}{5}$

【答案】BC

【解析】

【分析】根据圆心距与两圆半径的关系判断两圆的位置关系，进而判断两圆相切是否正确；通过两圆方程相减得到公共弦所在直线方程；根据两圆位置关系判断公切线的条数；再利用弦长公式计算公共弦长.

对于圆$x^2+y^2=4$，其圆心坐标为$O_1(0,0)$，半径$r_1=2$.

对于圆$x^2+y^2+6x-8y+9=0$，其圆心坐标为$O_2(-3,4)$，半径$r_2=4$.

根据两点间距离公式，圆心距$d=\sqrt{(-3-0)^2+(4-0)^2}=\sqrt{9+16}=5$.

$r_1+r_2=2+4=6$，$|r_1-r_2|=|2-4|=2$，而$2<d<6$，所以两圆相交，故A选项错误.

两圆方程相减可得公共弦所在直线方程，即$(x^2+y^2+6x-8y+9)-(x^2+y^2-4)=0$，化简得

$6x-8y+13=0$，故 B 选项正确.

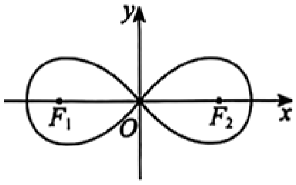
因为两圆相交，所以公切线有两条，故 C 选项正确.

先求圆心 $O_1(0,0)$ 到公共弦 $6x-8y+13=0$ 的距离 d_1， $d_1=\dfrac{|0-0+13|}{\sqrt{6^2+(-8)^2}}=\dfrac{13}{10}$.

根据弦长公式 $L=2\sqrt{r_1^2-d_1^2}$ ，则弦长 $L=2\sqrt{4-\dfrac{169}{100}}=2\sqrt{\dfrac{231}{100}}\neq\dfrac{13}{5}$，故 D 选项错误.

故选：BC.

11. 如图，造型为∞”的曲线 C 称为双纽线，其对称中心为坐标原点 O，且曲线 C 上的点满足：到点 $F_1\left(-2,0\right)$ 和 $F_2\left(2,0\right)$ 的距离之积为定值 a .若点 $P\left(m,n\right)$ 在曲线 C 上，则下列结论正确的是（）



A. $\left|m\right|\leq 2\sqrt{2}$

B. $PO|\leq 2\sqrt{2}$

C. $\vee PF_1F_2$ 面积的最大值为 2

D. $\vee PF_1F_2$ 周长的最小值为 6

【答案】ABC

【解析】

【分析】根据给定条件，求出曲线 C 的方程，结合曲线过原点求出 a，再结合基本不等式及二次函数逐项求解判断.

依题意，$\left|PF_1\right|\cdot\left|PF_2\right|=a$，即 $\sqrt{(m+2)^2+n^2}\cdot\sqrt{(m-2)^2+n^2}=a$，

由曲线 C 过原点 O，得 $a=4$，

对于 A，$4=\sqrt{(m+2)^2+n^2}\cdot\sqrt{(m-2)^2+n^2}\geq|m+2|\cdot|m-2|=|m^2-4|$，

当且仅当 $n=0$ 时取等号，解得 $-2\sqrt{2}\leq m\leq 2\sqrt{2}$，即 $\left|m\right|\leq 2\sqrt{2}$，A 正确；

对于 B，$[(m+2)^2+n^2]\cdot[(m-2)^2+n^2]=16$，即 $(m^2+n^2+4)^2-16m^2=16$，

解得 $n^2=4\sqrt{1+m^2}-m^2-4$，因此 $|PO|=\sqrt{m^2+n^2}=2\sqrt{\sqrt{1+m^2}-1}\leq 2\sqrt{\sqrt{1+8}-1}=2\sqrt{2}$，B 正确；

对于 C，令 $\sqrt{m^2+1}=t$，由 $|m|\le 2\sqrt{2}$，得 $1\le t\le 3$，

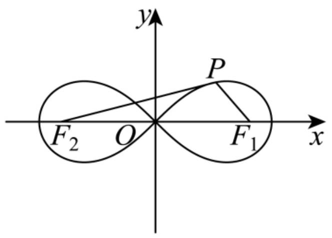
则 $n^2=4t-t^2-3=-(t-2)^2+1\le 1$，

当且仅当 $t=2$ 时，n^2 有最大值 1，$S_{\vee PF_1F_2}=\dfrac{1}{2}\times 4\times |n|=2|n|\le 2$，C 正确；

对于 D，$|PF_1|+|PF_2|\ge 2\sqrt{|PF_1|\cdot|PF_2|}=4$，当且仅当 $|PF_1|=|PF_2|=2$，即 $P(0,0)$ 时取等号，

因此在 $\vee PF_1F_2$ 中，$|PF_1|\ne|PF_2|$，其周长 $|PF_1|+|PF_2|+|F_1F_2|>4+4>6$，D 错误.

故选：ABC



【点睛】关键点点睛：解题关键在于数形结合思想的运用，既要化简曲线方程，又要结合图形，关注图形经过的定点，区域范围，以及对称性等特点，常运用基本不等式或函数的最值求解范围、最值问题.

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 椭圆 $4x^2+y^2=1$ 的焦距为__________.

【答案】$\sqrt{3}$

【解析】

【分析】将方程化为标准形式，进而可得 a^2,b^2,c，即可得焦距.

因为 $4x^2+y^2=1$，即 $\dfrac{x^2}{\frac{1}{4}}+y^2=1$，

可知 $a^2=1,b^2=\dfrac{1}{4}$，则 $c=\sqrt{a^2-b^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

所以椭圆 $4x^2+y^2=1$ 的焦距为 $2c=\sqrt{3}$.

故答案为：$\sqrt{3}$.

13. 已知空间中一个静止的物体用三根绳子悬挂起来，若三根绳子上的拉力大小都为 1N，且三根绳子中任意两根绳子的夹角均为 $60°$，则该物体的重量为______ N.

【答案】$\sqrt{6}$