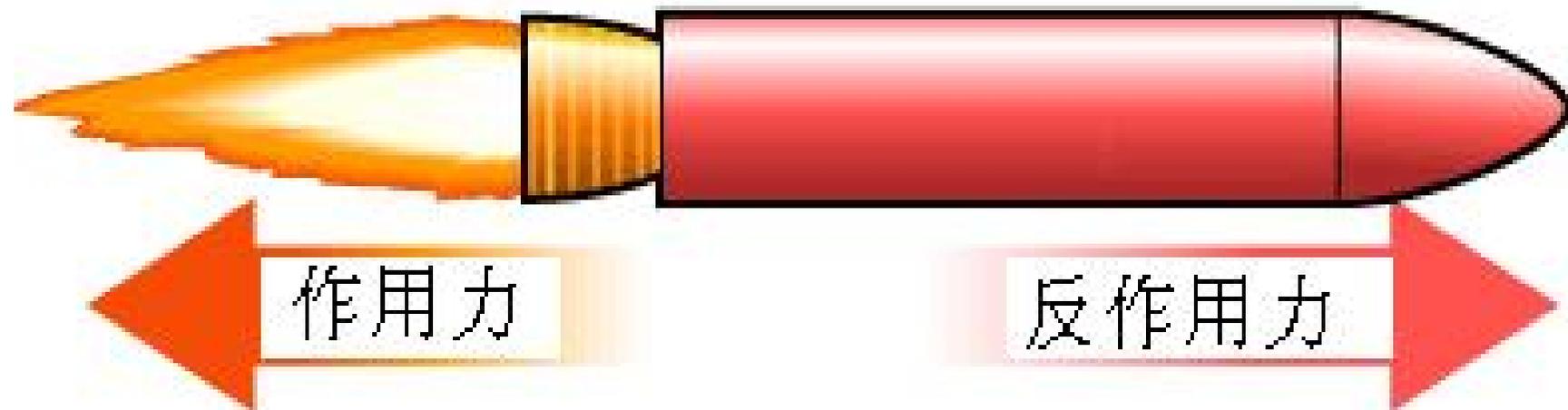


# 3. 理想发动机性能

3.1. 推力 .....	3
3.1.1. 有关推力的讨论 .....	9
3.1.2. 有关推力的几个代表量 .....	11
3.2. 理想热力学 .....	12
3.2.1. 喷气速度的计算公式 .....	17
3.2.2. 影响喷气速度的因素 .....	18
3.2.3. 极限喷气速度 .....	19
3.2.4. 喷管的质量流率、流率系数和特征速度 .....	20
3.2.5. 推力系数 .....	25
3.2.6. 膨胀压强比与扩张面积比 .....	27
3.2.7. 真空推力系数与特征推力系数 .....	31
3.2.8. 推力系数的变化规律 .....	32
3.2.9. 有关最大推力系数和推大推力的讨论 .....	34
3.2.10. 总冲 .....	36
3.2.11. 比冲 .....	38
习题 .....	43



## 3.1. 推力

当发动机（开放系统）工作时，作用于发动机所有表面（包括内、外表面）上的作用力的合力，定义为**发动机的推力**。

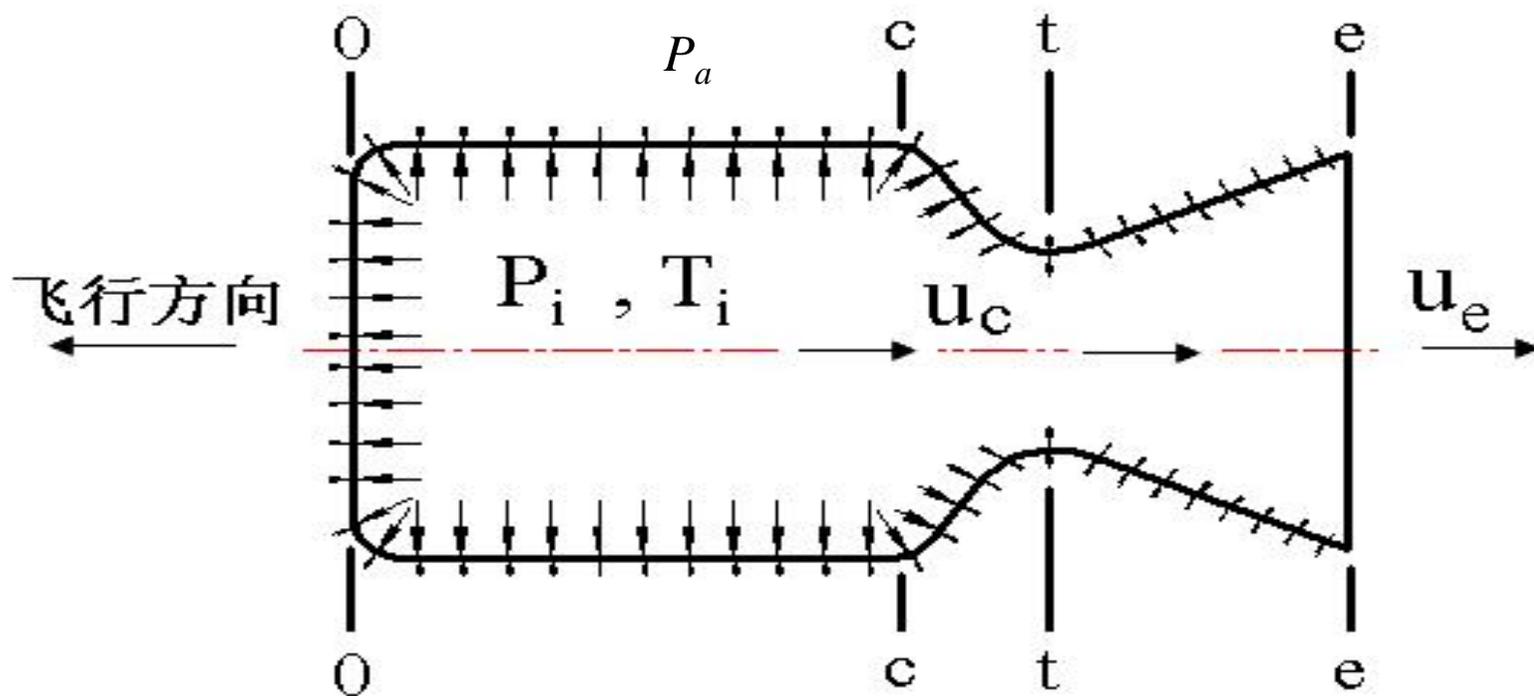


图 发动机内、外表面上压强分布示意图  
(图中箭头的长短表示压强的大小)

根据推力的定义，可将推力用公式表示为：

$$F = \oint_A P_A dA (\text{内法线}) = F_{\text{内}} + F_{\text{外}} = \int_{A_{\text{in}}} P_i dA + \int_{A_{\text{ex}}} P_a dA \quad (3.1)$$

$P_i$ : 发动机燃烧室内的气体压强；

$P_a$ : 发动机工作时的周围环境压强；

$A$ : 发动机的表面积矢量（下标 in 为内表面，ex 为外表面）。

发动机工作过程作如下的简化处理：

- (1) 发动机为轴对称体，且气体为一维定常流动，不记重力；
- (2) 发动机燃烧室内各点的气体压强、温度均相等；
- (3) 发动机处于不变的环境压强中。

取发动机内壁面和喷管出口截面所围成的体积为**控制体**；

以控制体内的气体为研究对象。

作用在控制体上的力为发动机内壁面上的力和喷管出口截面处的反作用力；

控制体动量变化等于受力。

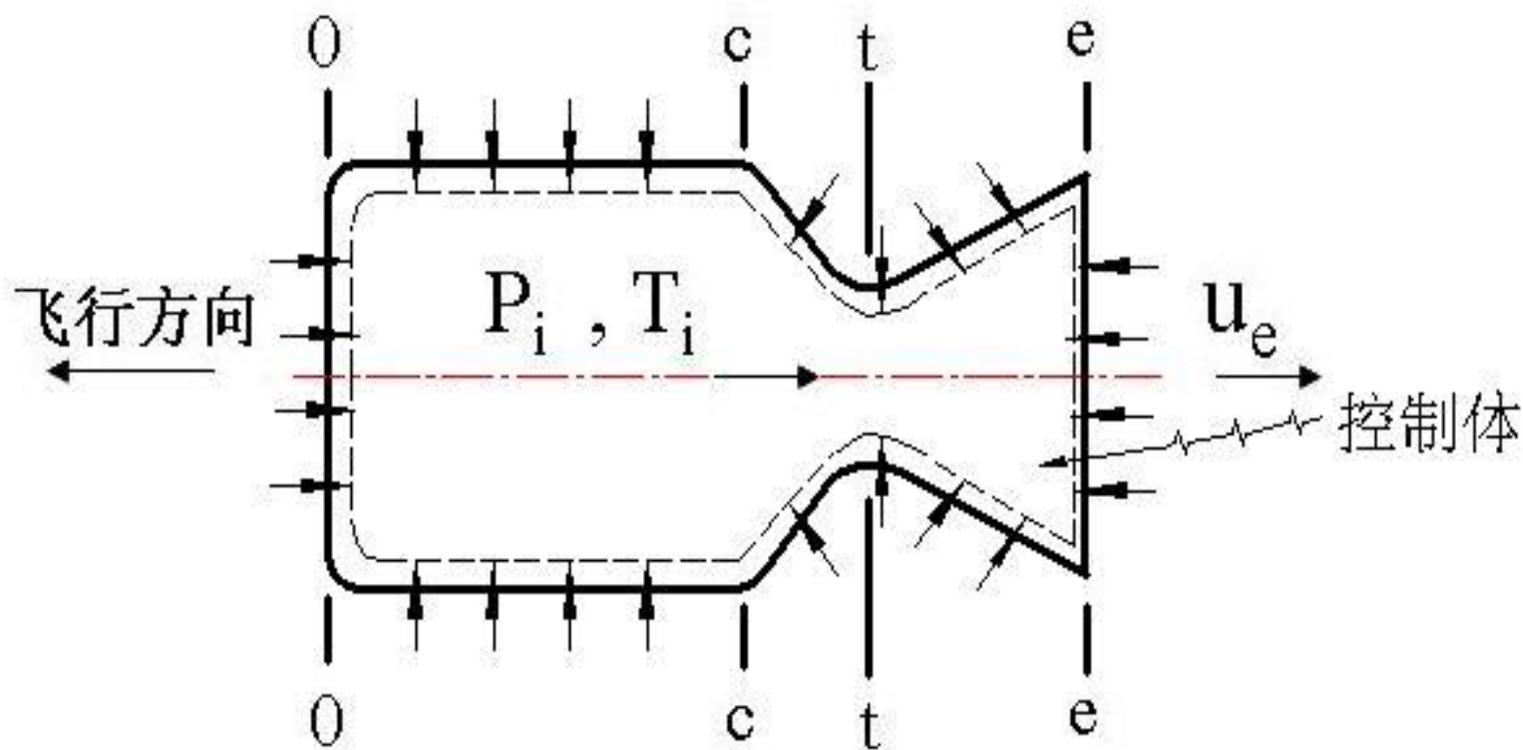


图 发动机内控制体示意图

控制体上的受力：

$$F_{control} = F_{in} + F_e \quad (3.2)$$

其中

$F_{in}$  为发动机内部表面作用于控制体上的力；

$F_e$  为发动机出口截面作用于控制体上的力。

根据作用力与反作用力原理：

$$F_{in} = -F_{内} = -\int_{A_{in}} P_i dA$$

根据一维定常流动假设：

$$F_e = P_e A_e$$

$$F_{control} = -\int_{A_{in}} P_i dA + P_e A_e$$

在发动机稳定工作时，发动机内气体由 0-0 截面至 e-e 截面的流动过程中，气体流速由  $u_{in}$  增加到  $u_{ex}$ ，根据质量守恒定理，应有：

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{ex} = \dot{m}$$

其中：

$\dot{m}_{in}$ ：表示进入控制体内的气体质量流率；

$\dot{m}_{ex}$ ：表示流出控制体的气体质量流率。

控制体内动量的变化率为：

$$\dot{M}_{\text{控制体动量}} = \dot{m}_{ex} \mathbf{u}_{ex} - \dot{m}_{in} \mathbf{u}_{in} = \dot{m} (\mathbf{u}_{ex} - \mathbf{u}_{in})$$

其中： $\mathbf{u}_{ex}$ ：流出控制体的工质速度； $\mathbf{u}_{in}$ ：流入控制体的工质速度。

根据动量定理，有：

$$\begin{aligned} F_{control} &= -\int_{A_{in}} P_i dA + P_e A_e = \dot{m} (u_{ex} - u_{in}) \\ \Rightarrow -\int_{A_{in}} P_i dA &= \dot{m} (u_{ex} - u_{in}) - P_e A_e = -F_{\text{内}} \end{aligned} \quad (3.3)$$

根据封闭表面的矢量积分等于零，有：

$$\begin{aligned}\int_{A_{ex}+A_e} P_a dA &= \int_{A_{ex}} P_a dA + \int_{A_e} P_a dA = 0 \\ \Rightarrow \int_{A_{ex}} P_a dA &= -\int_{A_e} P_a dA = -P_a A_e = F_{\text{外}}\end{aligned}\quad (3.4)$$

将 (3.3)、(3.4) 式代入 (3.1) 式中，则可推出发动机的推力为：

$$F = -\dot{m}(u_{ex} - u_{in}) + P_e A_e - P_a A_e \quad (3.5)$$

发动机通常是轴对称体，作用力轴对称，只剩轴向力。标量表示：

$$F = \dot{m}(u_{ex} - u_{in}) + A_e (P_e - P_a)$$

令  $u_e = (u_{ex} - u_{in})$ ：喷管出口截面气体的喷气相对速度；

发动机产生的作用力为：

$$F = \dot{m}u_e + A_e (P_e - P_a) \quad (3.6)$$

$$F = \dot{m}u_e + A_e (P_e - P_a)$$

### 3.1.1. 有关推力的讨论

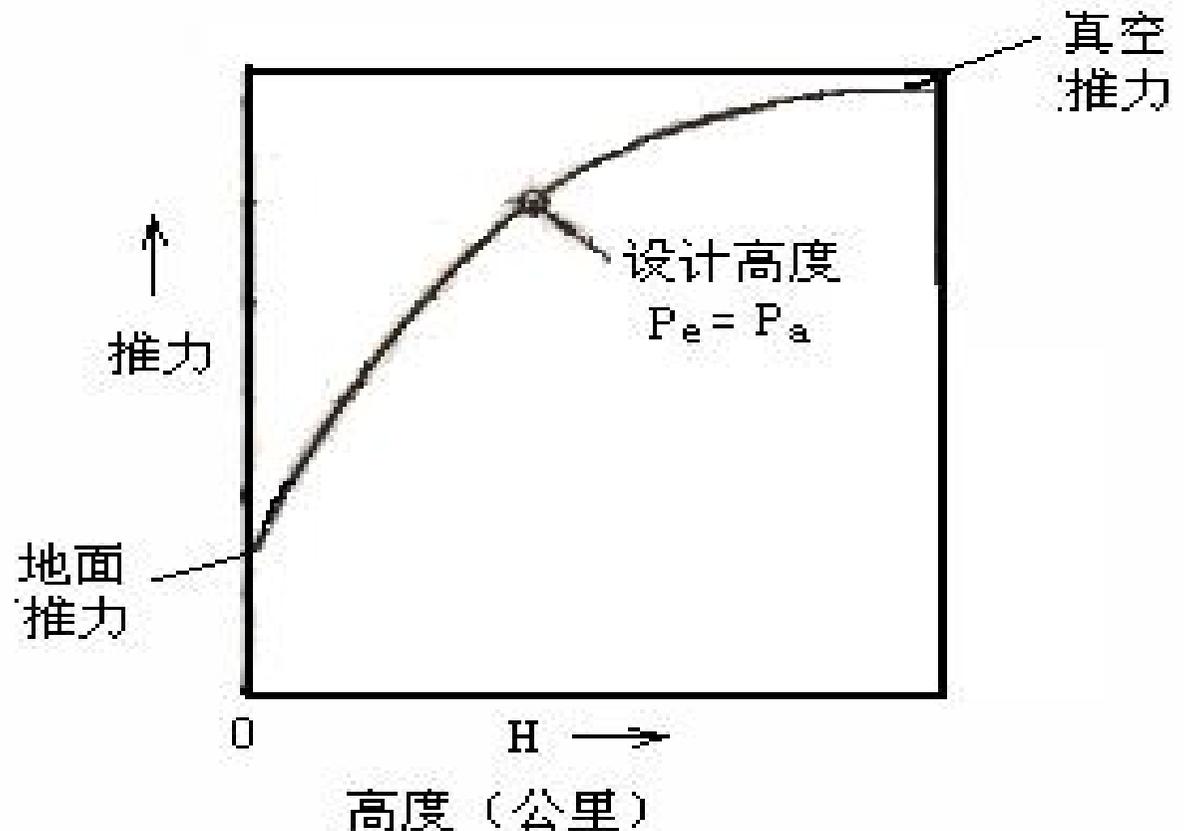
(1) 第一项  $\dot{m}u_e$ ：是**动量推力** (momentum thrust)

- 其大小取决于气体的质量流率和喷气速度的乘积；
- 是推力的主要组成部分，占总推力的 90%以上；
- 设计中常选用高能推进剂，以达到更大的喷气速度；
- 改变喷管的质量流率，以满足发动机的推力技术要求。

(2) 第二项  $A_e (P_e - P_a)$ ：是**压强推力** (pressure thrust)，也称静推力。

- 由于喷管出口截面处气体静压强  $P_e$  与外界大气静压强  $P_a$  不一致而产生的，其大小取决于两者的压强差和喷管出口截面的尺寸。

- 不一致的程度与发动机喷管的工作状态有关（喷管的工作状态分为设计状态或完全膨胀状态、欠膨胀工作状态和过膨胀工作状态）；
- 对于喷管尺寸已确定的发动机，则与发动机的工作高度有关
- 在某一个高度下，有  $P_e = P_a$ （正比  $\exp(-kH)$ ），这个高度就是该喷管的设计高度。  
 (3) 发动机的推力与飞行器的飞行速度  $V$  无关。



## 3.1.2. 有关推力的几个代表量

**特征推力：**称  $P_e=P_a$  的状态为设计状态，该状态下的发动机推力为特征推力或发动机设计状态推力（也称最佳推力），即：

$$F_{\text{特征}} = \dot{m}u_e \quad (3.7)$$

**真空推力：**

发动机在真空环境下工作时的推力称为真空推力。发动机推力达到了最大值

$$F_v = \dot{m}u_e + P_e A_e \quad (3.8)$$

**海平面推力：**发动机在海平面条件下工作时的推力称为海平面推力。

$$F_0 = \dot{m}u_e + A_e (P_e - 0.1013 \times 10^6 Pa) \quad (3.9)$$

**等效喷气速度：**  $u_{ef} = u_e + (P_e - P_a)A_e / \dot{m}$

$$F = \dot{m}u_{ef} \quad (3.10)$$

**思考题：**某发动机质量流率  $0.001\text{kg/s}$ ，喷气速度  $2000\text{m/s}$ ，出口面积  $0.0001\text{m}^2$ ，出口压强  $0.01\text{Mpa}$ ，求实验室推力、特征推力、真空推力、等效喷气速度

## 3.2. 理想发动机热力学

$$F = \dot{m}u_e + A_e (P_e - P_a)$$

(3.11)

需设计求解各项参数

七个假设的定义，称为**理论性能**

- 1) 推进剂在整个喷管中均质且守恒。
- 2) 推进气体遵循理想气体方程。
- 3) 喷管壁没有摩擦，没有边界层。
- 4) 在喷管壁没有热量转移
- 5) 气体流动稳定且定常
- 6) 所有气体沿轴向离开发动机
- 7) 在通过喷管坐标系任意部分时，气体速度统一。

假设 3,4,6,7 使用一维等熵膨胀关系。

假设 1 定义了冻结平衡的条件。气体组成循环平衡。

## 基本方程

$h$  为单位质量的焓,  $u$  为速度,  $P$  为压强

$A$  为面积,  $\rho$  为密度,  $V$  为体积

$M$  为气体的平均摩尔质量,  $m$  为气体质量

$R$  为气体常数,  $R_0$  为摩尔气体常数,  $8.314\text{J}/(\text{mol K})$ 。

$R=R_0/M$ ,  $1\text{mol}=6.0277\text{E}23$ ,  $0.012\text{kg}$  ( $\text{C}^{12}$ ),  $22.414\text{L}/\text{mol}$  ( $0^\circ\text{C}$ ,  $1\text{atm}$ )

(1) 单位质量能量守恒方程 (对于绝热流动):

$$h + 0.5u^2 = C$$

(2) 质量守恒方程 (稳态流动, 质量动态平衡):

$$\dot{m} = \rho u A = c$$

(3) 动量方程:

$$\rho u du + dP = 0, \text{ 流线方程 } P + 0.5\rho u^2 + \rho gh = C$$

(4) 理想气体状态方程:

$$PV = nR_0T = (m/M)R_0T = m(R_0/M)T = mRT$$

$$P = \rho RT$$

(5) 等熵方程:

$$PV^k = c, \quad P = c\rho^k, \quad T = cP^{\frac{k-1}{k}}$$

$$pV^k = (pV)^k p^{1-k} = (mRT)^k / p^{k-1} = C$$

### 基本参数

理想气体的等压比热容  $c_p$ 、等容比热容  $c_v$  为常数。

比热比:  $k = c_p / c_v, \quad k \approx (n + 2) / n$

	$C_p$	$C_v$	$k$
氧气	909	649	1.400616333
氢气	14050	9934	1.414334608
水蒸汽	1842	1381	1.333816075
氮气	1038	741	1.400809717

焓（单位质量）： $h = c_p T = U + PV = c_v T + PV$

滞止焓（总焓，单位质量）： $h_0 = h + 0.5u^2$

迈耶方程： $R = c_p - c_v$

$$mc_p dT = mc_v dT + PdV = mc_v dT + mRdT$$

等压比热： $c_p = Rk/(k-1)$

滞止温度（总温）： $T_0 = T + 0.5u^2 / c_p$

$$T_0 = T + 0.5u^2 / c_p = T + 0.5u^2 \frac{k-1}{kR}$$

$$T_0 = T[1 + 0.5M_a^2(k-1)]$$

声速:

$$a = \sqrt{dP / d\rho} = \sqrt{kRT}$$

$$dP / d\rho = ck\rho^{k-1} = k(P / \rho^k)\rho^{k-1} = k(\rho RT / \rho^k)\rho^{k-1} = kRT$$

滞止声速:

$$a_0 = \sqrt{dP_0 / d\rho} = \sqrt{kRT_0}$$

马赫数:

$$M_a = u / a$$

滞止压强 (总压):

$$P_0 = P[1 + 0.5(k-1)M_a^2]^{\frac{k}{k-1}}, \text{ 利用 } T = cP^{\frac{k-1}{k}}$$

滞止密度:

$$\rho_0 = \rho[1 + 0.5(k-1)M_a^2]^{\frac{1}{k-1}}, \text{ 利用 } P = c\rho^k$$

## 3.2.1. 喷气速度的计算公式

根据能量守恒方程，因此有：

$$h_c + 0.5u_c^2 = h_e + 0.5u_e^2 \quad (3.12)$$

$h = c_p T$ ，写为：

$$c_p T_c + 0.5u_c^2 = c_p T_e + 0.5u_e^2$$

设发动机燃烧室  $u_c \approx 0$ ，此时  $T_c$  称为滞止温度，速度写为：

$$u_e = \sqrt{2c_p (T_c - T_e)} = \sqrt{2c_p T_c (1 - T_e/T_c)} \quad (3.13)$$

由于在发动机工作过程中，气体温度难以测量  
对于等熵流动，有：

$$T = cP^{\frac{k-1}{k}} \quad c_p = Rk/(k-1)$$

将以上两式代入 (3.13) 式, 得理想喷气速度的计算式为:

$$u_e = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{R_0}{M} T_c \left[ 1 - \left( P_e / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} R T_c \left[ 1 - \left( P_e / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (3.14)$$

### 3.2.2. 影响喷气速度的因素

由 (3.14) 式可见, 影响喷气速度的因素来自两个方面:

- 受推进剂性能参数的影响 (表现在  $M, k, T_c$ )
- 受喷管膨胀压强比  $P_e/P_c$  的影响。

若要增大喷气速度, 采取措施:

1. 采用气体分子量小的高能推进剂。

可以提高气体常数  $R$  ( $R_0/M$ ) 和温度  $T_c$ , 从而使  $u_e$  增大; 但  $T_c$  过高会使发动机壳体受热严重。

2. 减小比热比  $k$ , 但影响不大。

3. 减小膨胀压强比  $P_e/P_c$ 。膨胀越充分、热能转换成动能越多, 使速度增大。

### 3.2.3. 极限喷气速度

对于等熵流动，有：

$$T_e/T_c = (P_e/P_c)^{\frac{k-1}{k}}$$

$P_e=0$  时， $T_e=0$ ，所有的热能都转换成了动能，喷气速度达到了最大值  $u_L$ ，称为**极限喷气速度**。即：

$$u_L = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{R_0}{M} T_c} \quad (3.15)$$

喷气速度永远达不到极限喷气速度，喷气速度与极限喷气速度的比值为：

$$\frac{u_e}{u_L} = \sqrt{1 - (P_e/P_c)^{\frac{k-1}{k}}}$$

这里  $1 - (P_e/P_c)^{(k-1)/k} < 1$ ，喷管的热效率，一般在 0.65~0.75 之间。

## 3.2.4. 喷管的质量流率、流率系数和特征速度

喷管的质量流率  $\dot{m}$  就是推进剂的消耗率  $\dot{m}_b$ 。

根据质量守恒方程，取喷管喉部截面为基准面，则质量流率：

$$\dot{m} = \rho u A = \rho_t u_t A_t \quad (3.16)$$

式中的下标 t 表示喷管的喉部截面。

任一截面上的气体流速为：

$$u = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_c \left[ 1 - \left( P / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

在等熵流动中，有： $\rho = \left( P / P_c \right)^{\frac{1}{k}} \rho_c$ ，同时  $P = \rho RT$

质量流率：

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \rho u A = A (P / P_c)^{\frac{1}{k}} \rho_c \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_c \left[ 1 - (P / P_c)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \\ &= A \sqrt{\frac{2k}{k-1} \rho_c P_c \left[ (P / P_c)^{\frac{2}{k}} - (P / P_c)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \end{aligned} \quad (3.17)$$

通过喷管任一截面上的质量流率是相同的

在喷管喉部截面上使  $\dot{m} / A$  值最大。即：

$$\frac{\dot{m}}{A_t} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \rho_c P_c \left[ (P_t / P_c)^{\frac{2}{k}} - (P_t / P_c)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \rightarrow \max$$

此时称为**临界状态**，求上式的最大值，则可推出：

$$f(x) = \sqrt{2k / (k-1) \rho_c P_c (x^{2/k} - x^{(k+1)/k})} \rightarrow \max$$

$$f^2(x) = N(x^{2/k} - x^{(k+1)/k}) \rightarrow \max$$

$$\text{获得临界压强比: } P_t/P_c = \left[2/(k+1)\right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (3.18)$$

根据等熵流动过程方程:

$$\frac{T}{T_c} = \left(\frac{P}{P_c}\right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad \frac{\rho}{\rho_c} = \left(\frac{P}{P_c}\right)^{\frac{1}{k}} \xrightarrow{\text{临界条件}} T_t = \frac{2}{k+1} T_c, \quad \rho_t = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \rho_c,$$

将 (3.18) 式代入流速公式中, 可得出喷管喉部截面处的气体流速为声速:

$$u_t = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_c \left[1 - \left(P_t/P_c\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_c} = \sqrt{kRT_t} \quad (3.19)$$

代入  $\dot{m} = \rho_t u_t A_t$  中, 并利用状态方程  $P_c = \rho_c RT_c$ , 则有

$$\dot{m} = \rho_t u_t A_t = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \rho_c \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_c} \cdot A_t = P_c \frac{1}{\sqrt{RT_c}} \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \cdot A_t$$

令： $\Gamma(k)$ 是一个只与比热比  $k$  有关的单值函数。

$$\Gamma(k) = \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)}} = \sqrt{k} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(2(k-1))} \quad (3.20)$$

$k$	$\Gamma$		$k$	$\Gamma$
1.2	0.649		1.36	0.677885
1.22	0.652		1.38	0.681331
1.24	0.656		1.4	0.684731
1.26	0.66		1.42	0.688087
1.28	0.664		1.44	0.691399
1.3	0.667		1.46	0.694669
1.32	0.671		1.48	0.697897
1.34	0.674		1.5	0.701085

可得质量流率：

$$\dot{m} = \Gamma P_c A_t / \sqrt{RT_c} \quad (3.21)$$

定义：流率系数  $C_D$ ：

$$C_D = \Gamma / \sqrt{RT_c} \quad (3.22)$$

$$\dot{m} = C_D P_c A_t \quad (3.23)$$

注意：只有在喷管喉部达到临界状态时才成立。

在发动机中，经常用特征速度  $c^*$  来代替流率系数  $C_D$ ：

$$\dot{m} = P_c A_t / c^* \quad (3.24)$$

$$c^* = 1 / C_D = \sqrt{RT_c} / \Gamma \quad (3.25)$$

根据特征速度的定义及计算公式，可知：

1. 是一个假想的速度，具有和速度相同的量纲  $m/s$ ，表示了燃烧产物的热力学性质对喷管质量流率的影响。
2. 是表征推进剂能量的性能参数，其大小取决于燃烧产物的温度、燃烧产物的平均摩尔质量和比热比。

## 3.2.5. 推力系数

已知发动机推力公式为：

$$F = \dot{m}u_e + A_e(P_e - P_a)$$

质量流率  $\dot{m} = \Gamma P_c A_t / \sqrt{RT_c}$  和

喷气速度  $u_e = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_c \left[ 1 - (P_e/P_c)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$  分别代入，则推力公式变为：

$$F = P_c A_t \left[ \Gamma \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - (P_e/P_c)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \frac{A_e}{A_t} \left( \frac{P_e}{P_c} - \frac{P_a}{P_c} \right) \right]$$

由此可见，推力与  $P_c$  和  $A_t$  的乘积成正比，定义**推力系数  $C_F$** ：

$$C_F = \Gamma \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - \left( P_e / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \frac{A_e}{A_t} \left( \frac{P_e}{P_c} - \frac{P_a}{P_c} \right) \quad (3.26)$$

$$C_F = \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[ 1 - \left( P_e / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \left( \frac{P_e - P_a}{P_c} \right) \frac{A_e}{A_t}$$

推力计算式:

$$F = C_F P_c A_t \quad (3.27)$$

推力系数:

$$C_F = F / (P_c A_t) \quad (3.28)$$

推力系数代表了单位喷喉面积上单位燃烧室压强所能产生的推力  
是表示发动机喷管性能的参数

是比热比  $k$ 、喷管膨胀压强比( $P_e/P_c$ )和喷管扩张面积比( $A_e/A_t$ )的函数

表征了气体在喷管中膨胀的程度, 即:  $C_F$  越大, 则说明气体在喷管中膨胀越充分, 将热能更充分的转换为动能。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/317143055105006123>