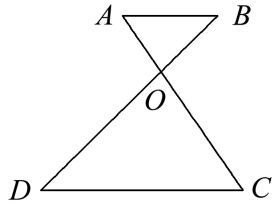
难关必刷 01 三角形综合（4 种解题模型专练）

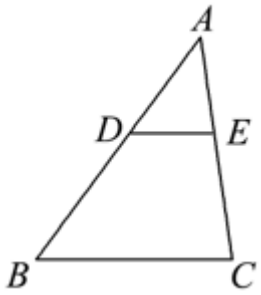
【模型梳理】

一、“8”字模型



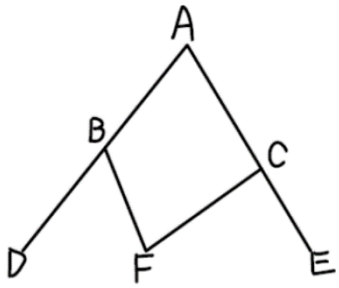
三角形三个内角的和等于 180°；对顶角相等

二、“A”字模型



三角形三个内角的和等于 180°；三角形的外角等于与它不相邻的两本内角的和.

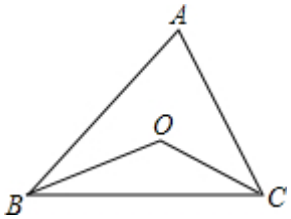
三、“老鹰捉小鸡”（风筝）模型



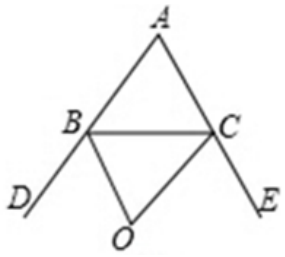
三角形三个内角的和等于 180°；三角形的外角等于与它不相邻的两本内角的和.

四、（双）角平分线模型

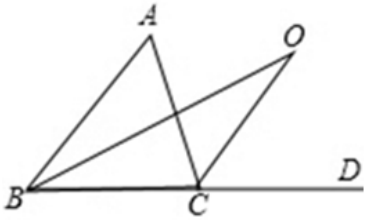
1.双内角平分线



2.双外角平分线



3.内角平分线+外角平分线



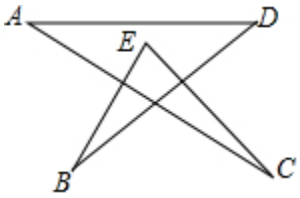
三角形三个内角的和等于 180°；三角形的外角等于与它不相邻的两本内角的和.

【题型专练】

一、“8”字模型

一．填空题（共 6 小题）

1．（2023 春•蓬莱区期中）如图，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E$ 的度数是__180°____.



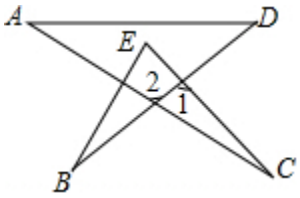
【分析】本题运用三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角和，将已知角转化在同一个三角形中，再根据三角形内角和定理求解.

【解答】解：如图，

∵$\angle 1=\angle B+\angle E$，$\angle 2=\angle 1+\angle C$，$\angle A+\angle 2+\angle D=180°$，

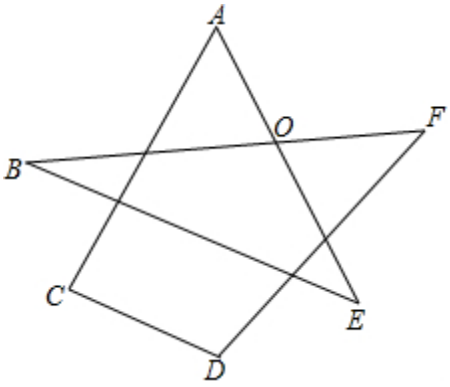
∴$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=180°$.

故答案为：180°.



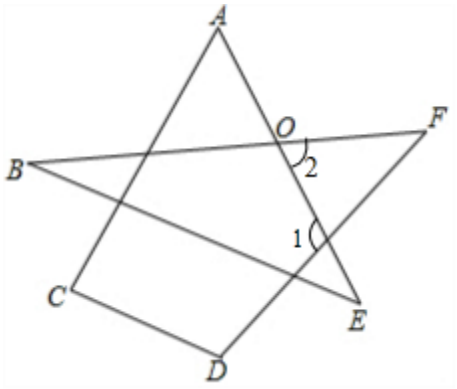
【点评】本题考查三角形外角的性质及三角形的内角和定理，解答的关键是沟通外角和内角的关系.

2．（2022 春•北林区校级期中）如图，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F$ 的度数为__360°____



【分析】根据三角形外角的性质和四边形内角和等于 360° 可得∠A+∠B+∠C+∠D+∠E+∠F 的度数.

【解答】解：如图，



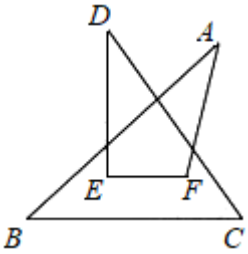
∵∠1＝∠2+∠F＝∠B+∠E+∠F，∠1+∠A+∠C+∠D＝360°，

∴∠A+∠B+∠C+∠D+∠E+∠F＝360°，

故答案为：360°.

【点评】此题考查三角形的内角和，角的和与差，掌握三角形的内角和定理是解决问题的关键.

3.（2022 春•彭山区校级期中）如图，则∠A+∠B+∠C+∠D+∠E+∠F 的度数为__360°__.



【分析】连接 AD，利用三角形内角和定理可得∠B+∠C＝∠1+∠2，然后利用四边形内角和为 360° 可得答案.

【解答】解：连接 AD，

在△AOD 和△BOC 中，

∵∠AOD＝∠BOC，

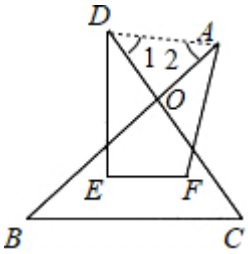
∴∠B+∠C=∠1+∠2，

∴∠B+∠C+∠BAF+∠EDF=∠1+∠2+∠BAF+∠EDF=∠EDA+∠FAD，

∵∠EDA+∠FAD+∠E+∠F=360°，

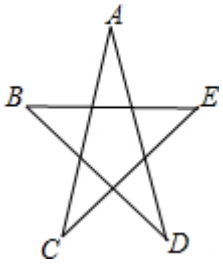
∴∠BAF+∠EDF+∠B+∠C+∠E+∠F=360°，

故答案为：360°．

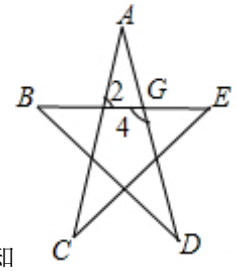


【点评】此题主要考查了多边形的内角与外角，关键是掌握四边形内角和为360°．

4．（2022秋•黄石期中）如图，则∠A+∠B+∠C+∠D+∠E的度数是__180°__．



【分析】由三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和，得∠4=∠A+∠2，∠2=∠E+∠C，进而利用三角形的内角和定理求解．



【解答】解：如图可知：

∵∠4是三角形的外角，

∴∠4=∠A+∠2，

同理∠2也是三角形的外角，

∴∠2=∠E+∠C，

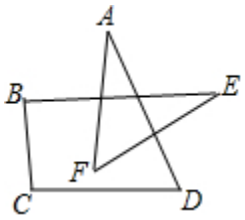
在△BDG中，∵∠B+∠D+∠4=180°，

∴∠B+∠E+∠A+∠D+∠C=180°．

故答案为：180°．

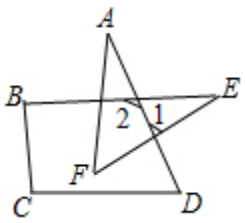
【点评】本题考查三角形外角的性质及三角形的内角和定理，解答的关键是沟通外角和内角的关系．

5．（2022 秋•滨海新区校级期中）如图，则∠A+∠B+∠C+∠D+∠E+∠F 的度数为 360°．



【分析】根据三角形的外角性质和四边形内角和等于 360°可得∠A+∠B+∠C+∠D+∠E+∠F 的度数．

【解答】解：如图，



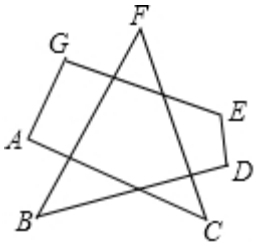
∵∠1＝∠A+∠F，∠2＝∠1+∠E，

∴∠A+∠B+∠C+∠D+∠E+∠F＝∠B+∠C+∠D+∠2＝360°．

故答案为：360°．

【点评】此题考查三角形的外角性质，四边形内角和，掌握三角形的外角性质和四边形内角和等于 360°是解决问题的关键．

6．（2022 秋•庆阳期中）如图，∠A+∠B+∠C+∠D+∠E+∠F+∠G＝ 540 °．



【分析】利用三角形外角性质得到∠1＝∠B+∠F+∠C，然后利用五边形的内角和求∠A+∠B+∠C+∠F+∠D+∠E+∠G 的度数．

【解答】解：如图，

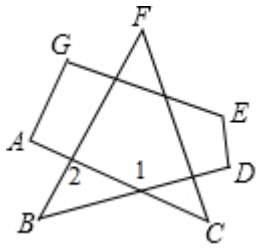
∵∠1＝∠B+∠2，

而∠2＝∠F+∠C，

∴∠1＝∠B+∠F+∠C，

∵∠A+∠1+∠D+∠E+∠G＝∠A+∠B+∠C+∠F+∠D+∠E+∠G＝（5﹣2）×180°＝540°．

故答案为 540．



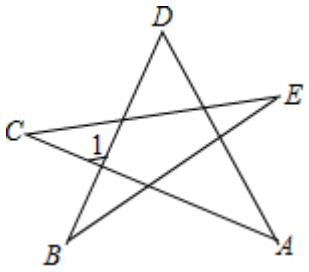
【点评】本题考查了多边形内角与外角：多边形内角和定理：$(n-2)\cdot180$ （$n\geqslant3$）且 n 为整数），此公式推导的基本方法是从 n 边形的一个顶点出发引出（$n-3$）条对角线，将 n 边形分割为（$n-2$）个三角形，这（$n-2$）个三角形的所有内角之和正好是 n 边形的内角和．也考查了三角形外角性质．

二．解答题（共 1 小题）

7．（2022 秋•天门期中）如图，已知$\angle A=50°$，$\angle D=40°$

（1）求$\angle1$ 度数；

（2）求$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E$ 的度数．



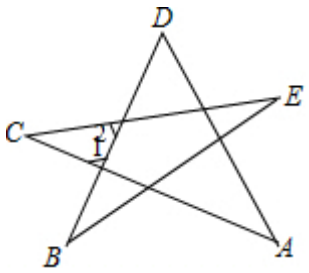
【分析】（1）根据三角形的外角的性质即可得到结论；

（2）根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和可得$\angle1=\angle A+\angle C$，$\angle2=\angle B+\angle D$，然后利用三角形的内角和定理列式计算即可得解．

【解答】解：（1）$\angle1=\angle A+\angle D=90°$；

（2）$\because\angle1=\angle A+\angle D$，$\angle2=\angle B+\angle E$，$\angle1+\angle2+\angle C=180°$，

$\therefore\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=180°$．

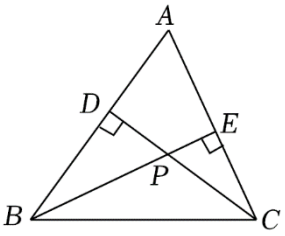


【点评】本题考查了三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质，三角形的内角和定理，熟记性质并准确识图是解题的关键．

二、“A”字模型

一．选择题（共 4 小题）

1．（2022 秋•东莞市校级期中）如图所示，在△*ABC* 中，*CD*、*BE* 分别是 *AB*、*AC* 边上的高，并且 *CD*、*BE* 交于点 *P*，若∠*A*＝60°，则∠*BPC* 等于（　　）



A．90°　　B．120°　　C．150°　　D．160°

【分析】首先根据直角三角形的两个锐角互余，求得∠*ABE* 的度数，再根据三角形的内角和定理的推论进行求解.

【解答】解：∵∠*A*＝60°，*BE*⊥*AC*，

∴∠*ABE*＝90°﹣60°＝30°，

又∵*CD*⊥*AB*，

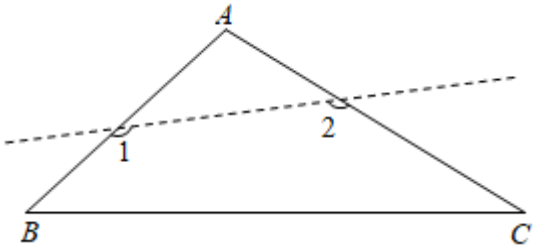
∴∠*BDP*＝90°，

∴∠*BPC*＝90°＋∠*ABE*＝120°.

故选：*B*.

【点评】此题主要考查了三角形的内角和定理以及三角形的外角性质.

2．（2022 秋•萨尔图区校级期中）如图，△*ABC* 中∠*A*＝115°，若图中沿虚线剪去∠*A*，则∠1+∠2 等于（　　）



A．180°　　B．230°　　C．290°　　D．295°

【分析】根据题意由三角形内角和可得出∠*B*+∠*C*＝65°，再根据四边形的内角和可求出∠1+∠2.

【解答】解：∵∠*A*＝115°，

∴∠*B*+∠*C*＝65°，

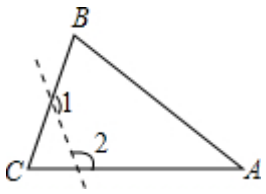
∵∠1+∠2+∠*B*+∠*C*＝360°，

∴∠1+∠2＝360°﹣65°＝295°.

故选：*D*.

【点评】本题考查了多边形的内角与外角，熟练掌握三角形的内角和、四边形内角和是解题的关键.

3．（2022 秋•官渡区校级期中）如图，在△*ABC* 中，∠*C*＝70°，沿图中虚线截去∠*C*，则∠1+∠2＝（　　）



A．140°　　B．180°　　C．250°　　D．360°

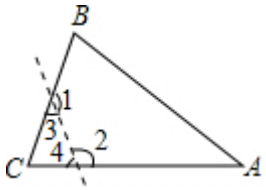
【分析】根据三角形内角和定理求出∠3+∠4，继而可求出∠1+∠2 的值．

【解答】解：∵∠C=70°，

∴∠3+∠4=180°﹣70°=110°，

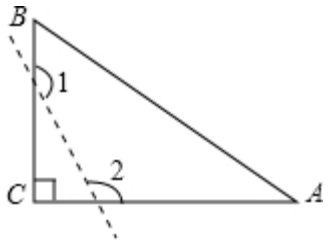
∴∠1+∠2=（180°﹣∠3）+（180°﹣∠4）=360°﹣（∠3+∠4）=250°．

故选：C．



【点评】本题考查了三角形的内角和定理，解答本题的关键是掌握三角形内角和是 180°，本题也可用外角的性质求解．

4．（2022 秋•宁河区校级期中）如图，已知△ABC 中，∠C=90°，若沿图中虚线剪去∠C，则∠1+∠2 等于（　　）



A．90°　　B．135°　　C．270°　　D．315°

【分析】本题利用了四边形内角和为 360°和直角三角形的性质求解．

【解答】解：∵四边形的内角和为 360°，直角三角形中两个锐角和为 90°，

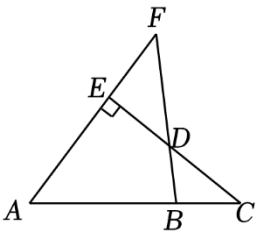
∴∠1+∠2=360°﹣（∠A+∠B）=360°﹣90°=270°．

故选：C．

【点评】本题是一道根据四边形内角和为 360°和直角三角形的性质求解的综合题，有利于锻炼学生综合运用所学知识的能力．

二．填空题（共 3 小题）

5．（2022 秋•富阳区期中）如图，作 CE⊥AF 于点 E，CE 与 BF 相交于点 D，若∠F=45°，∠C=30°，则∠A=__60__°，∠DBC=__105__°．



【分析】首先利用垂直的定义和三角形的内角和定理可以求出∠A，然后利用三角形的外角和内角的关系可以求出∠DBC.

【解答】解：∵$CE\perp AF$，

∴∠AEC=∠FEC=90°，

∵∠C=30°，

∴∠A=90°﹣30°=60°，

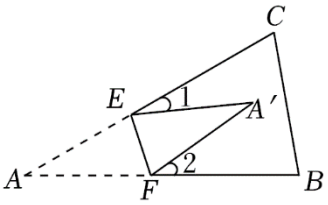
又∠DBC=∠F+∠A，∠F=45°

∴∠DBC=60°+45°=105°

故答案为：60；105.

【点评】本题考查了直角三角形两锐角互余的性质，三角形的内角和定理，熟记性质并准确识图是解题的关键.

6.（2022秋•南康区期中）如图，△ABC中，∠B=80°，∠C=70°，将△ABC沿EF折叠，A点落在形内的A'，则∠1+∠2的度数为 60° .



【分析】先根据三角形内角和定理求出∠A的度数，进而可得出∠$A'EF$+∠$A'FE$的度数，根据图形翻折变换的性质得出∠AEF+∠AFE的度数，再由四边形的内角和为360°即可得出结论.

【解答】解：∵△ABC中，∠B=80°，∠C=70°，

∴∠A=180°﹣∠B﹣∠C=180°﹣80°﹣70°=30°，

∴∠A'=30°，

∴∠$A'EF$+∠$A'FE$=180°﹣∠A'=180°﹣30°=150°，

∵△AFE由△$A'FE$翻折而成，

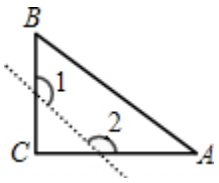
∴∠AEF+∠AFE=∠$A'EF$+∠$A'FE$=180°﹣∠A'=150°，

∴∠1+∠2=360°﹣∠B﹣∠C﹣（∠AEF+∠AFE）=360°﹣80°﹣70°﹣150°=60°.

故答案为：60°.

【点评】本题考查的是三角形内角和定理，熟知三角形内角和是 180° 是解答此题的关键.

7.（2022 秋•梁平区期中）在直角△*ABC* 中，∠*C*＝90°，沿图中虚线剪去∠*C*，则∠1+∠2＝ 270° .



【分析】首先根据三角形的内角和定理求得∠*A* 与∠*B* 的度数的和，然后利用四边形的内角和定理即可求解.

【解答】解：∵∠*A*+∠*B*+∠*C*＝180°，

∴∠*A*+∠*B*＝180° ﹣∠*C*＝90°，

∵∠1+∠2+∠*A*+∠*B*＝360°，

∴∠1+∠2＝360° ﹣90° ＝270°.

故答案为：270°.

【点评】本题考查了三角形的内角和定理以及四边形的内角和定理，正确理解定理是关键.

三．解答题（共 2 小题）

8.（2022 秋•余干县期中）一个三角形纸片 *ABC* 沿 *DE* 折叠，使点 *A* 落在点 *A′* 处.（点 *A′* 在△*ABC* 的内部）

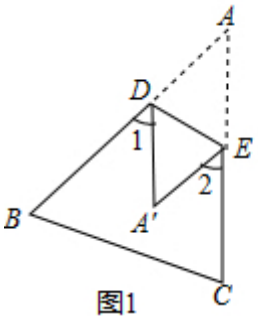


图1

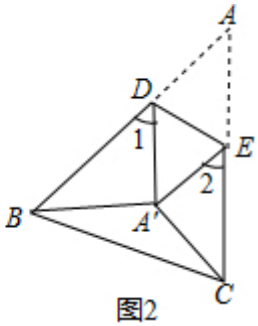


图2

（1）如图 1，若∠*A*＝45°，则∠1+∠2＝ 90 °.

（2）利用图 1，探索∠1，∠2 与∠*A* 之间的数量关系，并说明理由.

（3）如图 2，把△*ABC* 折叠后，*BA′* 平分∠*ABC*，*CA′* 平分∠*ACB*，若∠1+∠2＝108°，利用（2）中得出的结论求∠*BA′ C* 的度数.

【分析】（1）根据翻折变换的性质用∠1、∠2 表示出∠*ADE* 和∠*AED*，再根据三角形的内角和定理列式整理即可得解；根据翻折变换的性质用∠1、∠2 表示出∠*ADE* 和∠*AED*，再根据三角形的内角和定理列式整理即可得解；

（2）由∠*BDE*、∠*CED* 是△*ADE* 的两个外角知∠*BDE*＝∠*A*+∠*AED*、∠*CED*＝∠*A*+∠*ADE*，据此得∠*BDE*+∠*CED*＝∠*A*+∠*AED*+∠*A*+∠*ADE*，继而可得答案；

（3）由（1）∠1+∠2=2∠*A* 知∠*A*=54°，根据 *BA*'平分∠*ABC*，*CA*'平分∠*ACB* 知∠*A*'*BC*+∠*A*'*CB*=$\frac{1}{2}$（∠*ABC*+∠*ACB*）=90°－$\frac{1}{2}$∠*A*．利用∠*BA*'*C*=180°－（∠*A*'*BC*+∠*A*'*CB*）可得答案．

【解答】解：（1）∵点 *A* 沿 *DE* 折叠落在点 *A*′ 的位置，

∴∠*ADE*=∠*A*′*DE*，∠*AED*=∠*A*′*ED*，

∴∠*ADE*=$\frac{1}{2}$（180°－∠1），∠*AED*=$\frac{1}{2}$（180°－∠2），

在△*ADE* 中，∠*A*+∠*ADE*+∠*AED*=180°，

∴45°+$\frac{1}{2}$（180°－∠1）+$\frac{1}{2}$（180°－∠2）=180°，

整理得∠1+∠2=90°；

故答案为：90；

（2）∠1+∠2=2∠*A*，

理由：∵∠*BDE*、∠*CED* 是△*ADE* 的两个外角，

∴∠*BDE*=∠*A*+∠*AED*，∠*CED*=∠*A*+∠*ADE*，

∴∠*BDE*+∠*CED*=∠*A*+∠*AED*+∠*A*+∠*ADE*，

∴∠1+∠*ADE*+∠2+∠*AED*=2∠*A*+∠*AED*+∠*ADE*，

即∠1+∠2=2∠*A*；

（3）由（1）∠1+∠2=2∠*A*，得 2∠*A*=108°，

∴∠*A*=54°，

∵*BA*'平分∠*ABC*，*CA*'平分∠*ACB*，

∴∠*A*'*BC*+∠*A*'*CB*=$\frac{1}{2}$（∠*ABC*+∠*ACB*）

=$\frac{1}{2}$（180°－∠*A*）

=90°－$\frac{1}{2}$∠*A*．

∴∠*BA*'*C*=180°－（∠*A*'*BC*+∠*A*'*CB*），

=180°－（90°－$\frac{1}{2}$∠*A*）

=90°+$\frac{1}{2}$∠*A*

=90°+$\frac{1}{2}$×54°

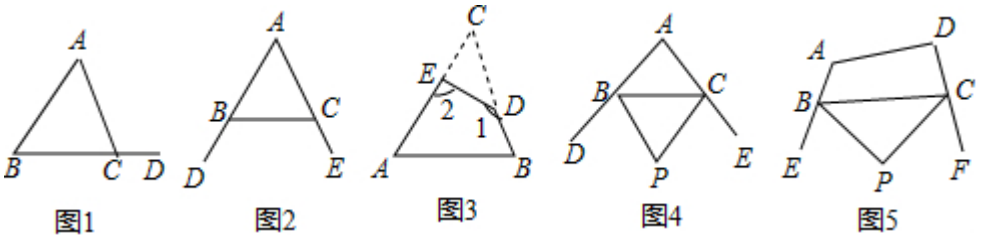
=117°．

【点评】本题考查了翻折变换的性质，三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和，三角形的内

角和等于 180°，综合题，但难度不大，熟记性质准确识图是解题的关键.

9.（2022 秋•赣州期中）如图 1，已知∠*ACD* 是△*ABC* 的一个外角，我们容易证明∠*ACD*＝∠*A*+∠*B*，即三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和．那么，三角形的一个内角与它不相邻的两个外角的和之间存在怎样的数量关系呢？

尝试探究：



（1）如图 2，∠*DBC* 与∠*ECB* 分别为△*ABC* 的两个外角，则∠*DBC*+∠*ECB*__＝__∠*A*+180°（横线上填＞、＜或＝）

初步应用：

（2）如图 3，在△*ABC* 纸片中剪去△*CED*，得到四边形 *ABDE*，∠1＝135°，则∠2﹣∠*C*＝_45°_.

（3）解决问题：如图 4，在△*ABC* 中，*BP*、*CP* 分别平分外角∠*DBC*、∠*ECB*，∠*P* 与∠*A* 有何数量关系？请利用上面的结论直接写出答案_∠*P*＝90°﹣$\frac{1}{2}$∠*A*_.

（4）如图 5，在四边形 *ABCD* 中，*BP*、*CP* 分别平分外角∠*EBC*、∠*FCB*，请利用上面的结论探究∠*P* 与∠*A*、∠*D* 的数量关系.

【分析】（1）根据三角形外角的性质得：∠*DBC*＝∠*A*+∠*ACB*，∠*ECB*＝∠*A*+∠*ABC*，两式相加可得结论；

（2）利用（1）的结论：∵∠2+∠1﹣∠*C*＝180°，将∠1＝135°代入可得结论；

（3）根据角平分线的定义得：∠*CBP*＝$\frac{1}{2}$∠*DBC*，∠*BCP*＝$\frac{1}{2}$∠*ECB*，根据三角形内角和可得：∠*P* 的式子，代入（1）中得的结论：∠*DBC*+∠*ECB*＝180°+∠*A*，可得：∠*P*＝90°﹣$\frac{1}{2}$∠*A*；

（4）根据平角的定义得：∠*EBC*＝180°﹣∠1，∠*FCB*＝180°﹣∠2，由角平分线得：∠3＝$\frac{1}{2}$∠*EBC*＝90°﹣$\frac{1}{2}$∠1，∠4＝$\frac{1}{2}$∠*FCB*＝90°﹣$\frac{1}{2}$∠2，相加可得：∠3+∠4＝180°﹣$\frac{1}{2}$（∠1+∠2），再由四边形的内角和与三角形的内角和可得结论.

【解答】解：（1）∠*DBC*+∠*ECB*﹣∠*A*＝180°，

理由是：∵∠*DBC*＝∠*A*+∠*ACB*，∠*ECB*＝∠*A*+∠*ABC*，

∴∠*DBC*+∠*ECB*＝2∠*A*+∠*ACB*+∠*ABC*＝180°+∠*A*，

∴∠*DBC*+∠*ECB*＝∠*A*+180°.

故答案为：=.

（2）∠2﹣∠C=45°.

理由是：∵∠2+∠1﹣∠C=180°，∠1=135°，

∴∠2﹣∠C+135°=180°，

∴∠2﹣∠C=45°.

故答案为：45°；

（3）$\angle P=90°-\frac{1}{2}\angle A$，

理由是：∵*BP* 平分∠*DBC*，*CP* 平分∠*ECB*，

∴$\angle CBP=\frac{1}{2}\angle DBC$，$\angle BCP=\frac{1}{2}\angle ECB$，

∵△*BPC* 中，$\angle P=180°-\angle CBP-\angle BCP=180°-\frac{1}{2}(\angle DBC+\angle ECB)$，

∵$\angle DBC+\angle ECB=180°+\angle A$，

∴$\angle P=180°-\frac{1}{2}(180°+\angle A)=90°-\frac{1}{2}\angle A$.

故答案为：$\angle P=90°-\frac{1}{2}\angle A$，

（4）$\angle P=180°-\frac{1}{2}(\angle A+\angle D)$.

理由是：∵∠*EBC*=180°﹣∠1，∠*FCB*=180°﹣∠2，

∵*BP* 平分∠*EBC*，*CP* 平分∠*FCB*，

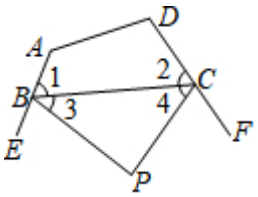
∴$\angle 3=\frac{1}{2}\angle EBC=90°-\frac{1}{2}\angle 1$，$\angle 4=\frac{1}{2}\angle FCB=90°-\frac{1}{2}\angle 2$，

∴$\angle 3+\angle 4=180°-\frac{1}{2}(\angle 1+\angle 2)$，

∵四边形 *ABCD* 中，∠1+∠2=360°﹣（∠*A*+∠*D*），

又∵△*PBC* 中，$\angle P=180°-(\angle 3+\angle 4)=\frac{1}{2}(\angle 1+\angle 2)$，

∴$\angle P=\frac{1}{2}\times[360°-(\angle A+\angle D)]=180°-\frac{1}{2}(\angle A+\angle D)$.



【点评】本题是四边形和三角形的综合问题，考查了三角形和四边形的内角和定理、三角形外角的性质、角平分线的定义等知识，难度适中，熟练掌握三角形外角的性质是关键.

三、“老鹰捉小鸡”（风筝）模型

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/318114023110006112