新疆维吾尔自治区昌吉自治州北京大学附属中学2024 届高中高考第一次模拟考试数学试题

请考生注意：
1．请用2B铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用0．5毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知双曲线$\frac{x^2}{a} \quad y^2 \quad 1$的一条渐近线倾斜角为$\frac{5}{6}$，则$a$ （ ）

A．3　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．3

2．已知非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，则“$|\vec{a} \quad 2\vec{b}| \quad |2\vec{a} \quad \vec{b}|$”是“$\vec{a} \quad \vec{b}$”的（ ）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　D．既不充分也不必要条件解:

3．我国古代有着辉煌的数学研究成果，其中的《周髀算经》、《九章算术》、《海岛算经》、《孙子算经》、《缉古算经》，有丰富多彩的内容，是了解我国古代数学的重要文献．这5部专著中有3部产生于汉、魏、晋、南北朝时期．某中学拟从这5部专著中选择2部作为“数学文化”校本课程学习内容，则所选2部专著中至少有一部是汉、魏、晋、南北朝时期专著的概率为（ ）

A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{7}{10}$　　C．$\frac{4}{5}$　　D．$\frac{9}{10}$

4．设函数$f(x) \quad \begin{cases} 1, x \quad 2 \\ \log_a|x \quad 2| \quad 1, x \quad 2, a \quad 1 \end{cases}$，若函数$g(x) \quad f^2(x) \quad bf(x) \quad c$有三个零点$x_1, x_2, x_3$，则

$x_1x_2 \quad x_2x_3 \quad x_1x_3$ （ ）

A．12　　B．11　　C．6　　D．3

5．如图是甲、乙两位同学在六次数学小测试（满分100分）中得分情况的茎叶图，则下列说法错误的是（ ）

甲		乙
9	7	2 4
2 2 8	8	1 9
1 3	9	6 9

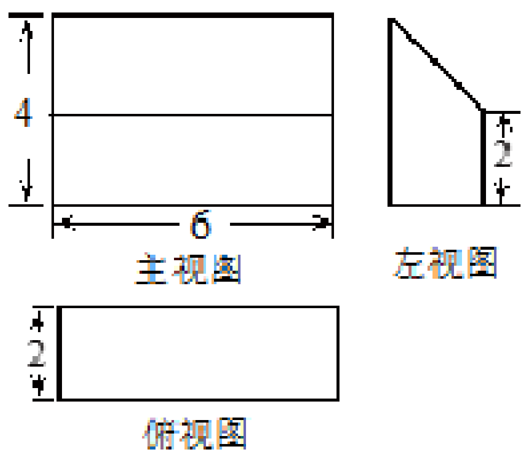
A．甲得分的平均数比乙大　　B．甲得分的极差比乙大

C．甲得分的方差比乙小　　D．甲得分的中位数和乙相等

6．已知 F_1,F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2}\quad\frac{y^2}{b^2}\quad 1(a\quad 0,b\quad 0)$ 的左右焦点，过 F_1 的直线与双曲线的两支分别交于 A,B 两点（A 在右支，B 在左支）若 ABF_2 为等边三角形，则双曲线的离心率为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　　　B．$\sqrt{5}$　　　　C．$\sqrt{6}$　　　　D．$\sqrt{7}$

7．一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（　　）



A．$48\quad 12\sqrt{2}$　　　　B．$60\quad 12\sqrt{2}$　　　　C．$72\quad 12\sqrt{2}$　　　　D．84

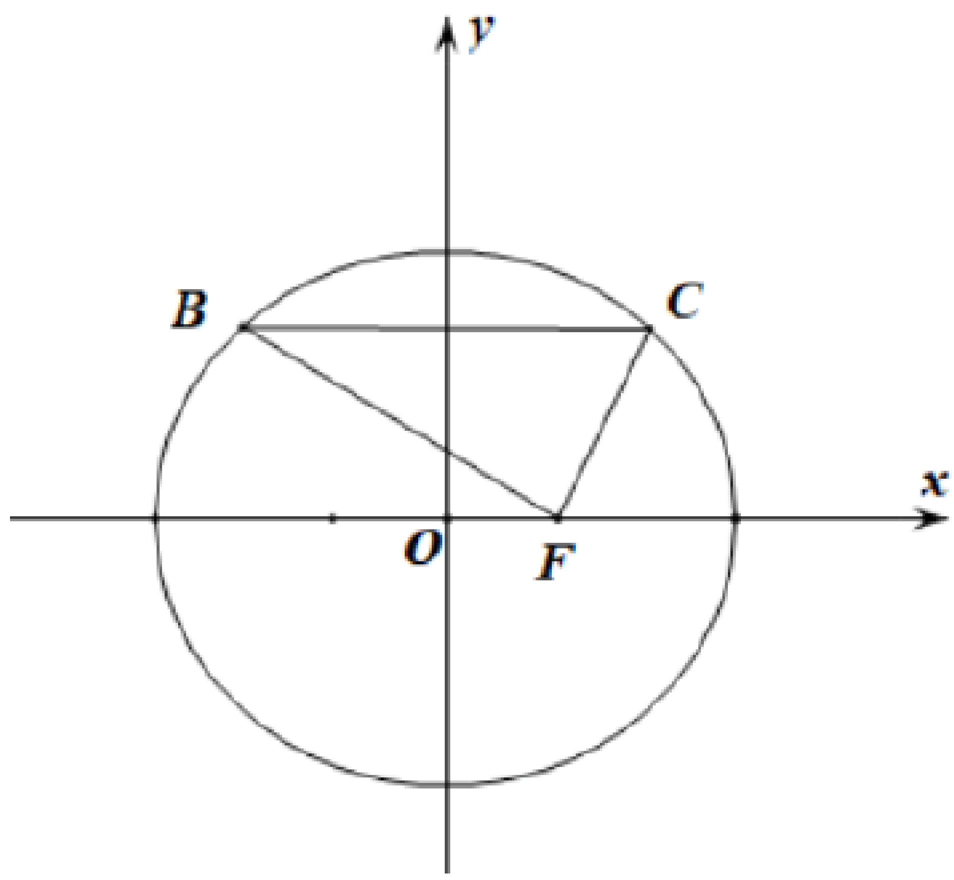
8．已知 F_1，F_2 是椭圆与双曲线的公共焦点，P 是它们的一个公共点，且 $|PF_2|\quad |PF_1|$，椭圆的离心率为 e_1，双曲线的离心率为 e_2，若 $|PF_1|\quad |F_1F_2|$，则 $\frac{3}{e_1}\quad\frac{e_2}{3}$ 的最小值为（　　）

A．$6\quad 2\sqrt{3}$　　　　B．$6\quad 2\sqrt{2}$　　　　C．8　　　　D．6

9．已知 A,B 是球 O 的球面上两点，$\angle AOB=90^\circ$，C 为该球面上的动点.若三棱锥 $O-ABC$ 体积的最大值为 36,则球 O 的表面积为（ ）

A．36π　　　　B．64π　　　　C．144π　　　　D．256π

10．如图所示，在平面直角坐标系 xoy 中，F 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}\quad\frac{y^2}{b^2}\quad 1(a\quad b\quad 0)$ 的右焦点，直线 $y\quad\frac{b}{2}$ 与椭圆交于 B，C 两点，且 $BFC\quad 90$，则该椭圆的离心率是（　　）



A．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　　B．$\frac{3}{4}$　　　C．$\frac{1}{2}$　　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

11．已知 f（x）=ax^2+bx 是定义在[a-1，2a]上的偶函数，那么 a+b 的值是

A．$\frac{1}{3}$　　　B．$\frac{1}{3}$

C．$\frac{1}{2}$　　　D．$\frac{1}{2}$

12．一个盒子里有 4 个分别标有号码为 1，2，3，4 的小球，每次取出一个，记下它的标号后再放回盒子中，共取 3 次，则取得小球标号最大值是 4 的取法有（　　）

A．17 种　　　B．27 种　　　C．37 种　　　D．47 种

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知函数 $f\ x$ 在定义域 R 上的导函数为 $f\ \ x$,若函数 $y\ \ f\ \ x$ 没有零点,且 $f\ \ f\ x\ \ 2019^x\ \ 2019$,当 $g\ x\ \ \sin x\ \ \cos x\ \ kx$ 在 $\frac{}{2},\frac{}{2}$ 上与 $f\ x$ 在 R 上的单调性相同时,则实数 k 的取值范围是______.

14．已知等边三角形 ABC 的边长为 1．$\overrightarrow{AM}\ \ 2\overrightarrow{MB}$,点 N 、T 分别为线段 BC 、CA 上的动点,则

$\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{NT}\ \ \overrightarrow{BC}\ \overrightarrow{TM}\ \ \overrightarrow{CA}\ \overrightarrow{MN}$ 取值的集合为__________.

15．函数 $f(x)\ \ |x^2\ \ 1|\ \ x^2\ \ kx\ \ 9$ 在区间 $(0,3)$ 内有且仅有两个零点，则实数 k 的取值范围是_____.

16．$3x^2\ \ 2x\ \ 1^{\ 5}$ 的展开式中，x^2 的系数是__________.（用数字填写答案）

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知等差数列 a_n 中，$a_2\ \ 5$，$a_5\ \ 14$，数列 b_n 的前 n 项和 $S_n\ \ 2b_n\ \ 1$．

（1）求 a_n, b_n；

（2）若 $c_n \quad (1)^n a_n \quad b_n$，求 c_n 的前 n 项和 T_n.

18.（12 分）已知抛物线 $W: y^2 \quad 2px(p \quad 0)$ 上一点 $C(t,2)$ 到焦点 F 的距离为 2，

（1）求 t 的值与抛物线 W 的方程；

（2）抛物线上第一象限内的动点 A 在点 C 右侧，抛物线上第四象限内的动点 B，满足 $OA \quad BF$，求直线 AB 的斜率范围.

19.（12 分）已知 $a,b \in R$，设函数 $f(x) = e^x - ax - b\sqrt{x^2+1}$

(I)若 $b = 0$，求 $f(x)$ 的单调区间：

(II)当 $x \in [0, +\infty)$ 时，$f(x)$ 的最小值为 0，求 $a + \sqrt{5}b$ 的最大值.注：$e = 2.71828\cdots$ 为自然对数的底数.

20.（12 分）已知 $a \quad 0, b \quad 0$，函数 $f \ x \quad |x \quad a| \quad |2x \quad b|$ 的最小值为 1.

（1）证明：$2a \quad b \quad 2$.

（2）若 $a \quad 2b \quad tab$ 恒成立，求实数 t 的最大值.

21.（12 分）已知函数 $f \ x \quad \ln x \ 1 \quad \dfrac{a}{x \ 2}$，其中 a 为实常数.

（1）若存在 $n \quad m \quad 1$，使得 $f \ x$ 在区间 m,n 内单调递减，求 a 的取值范围；

（2）当 $a \quad 0$ 时，设直线 $y \quad kx \quad 1$ 与函数 $y \quad f \ x$ 的图象相交于不同的两点 $A \ x_1, y_1$，$B \ x_2, y_2$，证明：

$x_1 \quad x_2 \quad 2 \quad \dfrac{2}{k}$.

22.（10 分）记抛物线 $C: y^2 \quad 2px(p \quad 0)$ 的焦点为 F，点 D,E 在抛物线 C 上，且直线 DE 的斜率为 1，当直线 DE 过点 F 时，$|DE| \quad 4$.

（1）求抛物线 C 的方程；

（2）若 $G(2,2)$，直线 DO 与 EG 交于点 H，$\overline{DI} \quad \overline{EI} \quad \vec{0}$，求直线 HI 的斜率.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解题分析】

由双曲线方程可得渐近线方程，根据倾斜角可得渐近线斜率，由此构造方程求得结果.

【题目详解】

由双曲线方程可知：$a \quad 0$，渐近线方程为：$y \quad \frac{1}{\sqrt{\quad a}}x$，

$\because$一条渐近线的倾斜角为$\frac{5}{6}$，$\quad \frac{1}{\sqrt{\quad a}} \quad \tan\frac{5}{6} \quad \frac{\sqrt{3}}{3}$，解得：$a \quad 3$.

故选：D .

【题目点拨】

本题考查根据双曲线渐近线倾斜角求解参数值的问题，关键是明确直线倾斜角与斜率的关系；易错点是忽略方程表示双曲线对于a的范围的要求.

2、C

【解题分析】

根据向量的数量积运算，由向量的关系$|\vec{a} \quad 2\vec{b}| \ |2\vec{a} \quad \vec{b}| \quad \vec{a} \ \vec{b} \quad 0 \quad \vec{a} \quad \vec{b}$，可得选项.

【题目详解】

$|\vec{a} \quad 2\vec{b}| = |2\vec{a} \quad \vec{b}| \quad \left|\vec{a} \quad 2\vec{b}\right|^2 = \left|2\vec{a} \quad \vec{b}\right|^2 \quad \vec{a}^2 \quad 4\vec{a} \ \vec{b} \quad 4\vec{b}^2 = 4\vec{a}^2 \quad 4\vec{a} \ \vec{b} \quad \vec{b}^2$，

$\because |\vec{a}| \ |\vec{b}| \quad 0$，$\therefore$等价于$\vec{a} \ \vec{b} \quad 0 \quad \vec{a} \quad \vec{b}$，

故选：C.

【题目点拨】

本题考查向量的数量积运算和命题的充分、必要条件，属于基础题.

3、D

【解题分析】

利用列举法，从这 5 部专著中选择 2 部作为“数学文化”校本课程学习内容，基本事件有 10 种情况，所选 2 部专著中至少有一部是汉、魏、晋、南北朝时期专著的基本事件有 9 种情况，由古典概型概率公式可得结果.

【题目详解】

《周髀算经》、《九章算术》、《海岛算经》、《孙子算经》、《缉古算经》，这 5 部专著中有 3 部产生于汉、魏、晋、南北朝时期. 记这 5 部专著分别为a,b,c,d,e，其中a,b,c产生于汉、魏、晋、南北朝时期. 从这 5 部专著中选择 2 部作为“数学文化”校本课程学习内容，基本事件有$ab,ac,ad,ae,bc,bd,be,cd,ce,de$,共 10 种情况，所选 2 部专著中至少有一部

是汉、魏、晋、南北朝时期专著的基本事件有 $ab,ac,ad,ae,bc,bd,be,cd,ce,$，共 9 种情况，所以所选 2 部专著中至少有一部是汉、魏、晋、南北朝时期专著的概率为 $P\ \ \frac{m}{n}\ \ \frac{9}{10}$. 故选 D.

【题目点拨】

本题主要考查古典概型概率公式的应用，属于基础题，利用古典概型概率公式求概率时，找准基本事件个数是解题的关键，基本事件的探求方法有 (1)枚举法：适合给定的基本事件个数较少且易一一列举出的；(2)树状图法：适合于较为复杂的问题中的基本事件的探求.在找基本事件个数时，一定要按顺序逐个写出：先 (A_1,B_1)，$(A_1,B_2)\cdots$. (A_1,B_n)，再 (A_2,B_1)，$(A_2,B_2)\cdots$. (A_2,B_n) 依次 (A_3,B_1) $(A_3,B_2)\cdots$. $(A_3,B_n)\cdots$ 这样才能避免多写、漏写现象的发生.

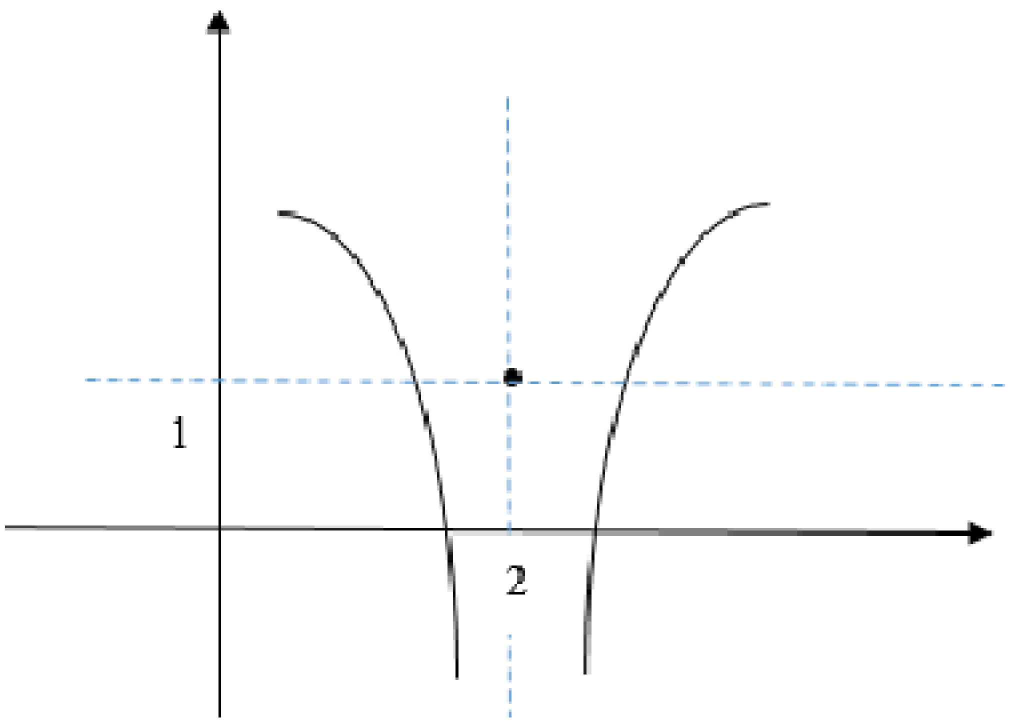
4、B

【解题分析】

画出函数 $f(x)$ 的图象，利用函数的图象判断函数的零点个数，然后转化求解，即可得出结果.

【题目详解】

作出函数 $f(x)\ \ \begin{cases}1, x\ \ 2\\ \log_a|x\ \ 2|\ \ 1, x\ \ 2, a\ \ 1\end{cases}$ 的图象如图所示，



令 $f(x)\ \ t$，

由图可得关于 x 的方程 $f(x)\ \ t$ 的解有两个或三个（$t\ \ 1$ 时有三个，$t\ \ 1$ 时有两个），

所以关于 t 的方程 $t^2\ \ bt\ \ c\ \ 0$ 只能有一个根 $t\ \ 1$（若有两个根，则关于 x 的方程 $f^2(x)\ \ bf(x)\ \ c\ \ 0$ 有四个或五个根），

由 $f(x)\ \ 1$，可得 x_1,x_2,x_3 的值分别为 $1,2,3$，

则 $x_1x_2\ \ x_2x_3\ \ x_1x_3\ \ 1\ 2\ \ 2\ 3\ \ 1\ 3\ \ 11$

故选 B.

【题目点拨】

本题考查数形结合以及函数与方程的应用，考查转化思想以及计算能力，属于常考题型.

5、B

【解题分析】

由平均数、方差公式和极差、中位数概念，可得所求结论.

【题目详解】

对于甲，$\overline{x}_1 \quad \frac{79 \quad 88 \quad 82 \quad 82 \quad 93 \quad 91}{6} \quad 85.8$；

对于乙，$\overline{x}_2 \quad \frac{72 \quad 74 \quad 81 \quad 89 \quad 96 \quad 99}{6} \quad 85.2$，

故 A 正确；

甲的极差为 $93 \quad 79 \quad 14$，乙的极差为 $99 \quad 72 \quad 27$，故 B 错误；

对于甲，方差 $S_1^2 \quad 26.5$，

对于乙，方差 $S_2^2 \quad 106.5$，故 C 正确；

甲得分的中位数为 $\frac{82 \quad 88}{2} \quad 85$，乙得分的中位数为 $\frac{81 \quad 89}{2} \quad 85$，故 D 正确.

故选：B .

【题目点拨】

本题考查茎叶图的应用，考查平均数和方差等概念，培养计算能力，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平，属于基础题.

6、D

【解题分析】

根据双曲线的定义可得 ABF_2 的边长为 $4a$，然后在 AF_1F_2 中应用余弦定理得 a,c 的等式，从而求得离心率.

【题目详解】

由题意 $|AF_1| \quad |AF_2| \quad 2a$，$|BF_2| \quad |BF_1| \quad 2a$，又 $|AF_2| \quad |BF_2| \quad |AB|$，

$\therefore |AF_1| \quad |BF_1| \quad |AB| \quad 4a$，$\therefore |BF_1| \quad 2a$，

在 AF_1F_2 中 $|F_1F_2|^2 \quad |AF_1|^2 \quad |AF_2|^2 \quad 2|AF_1||AF_2|\cos 60$，

即 $4c^2 \quad (6a)^2 \quad (4a)^2 \quad 2 \quad 6a \quad 4a \quad \frac{1}{2} \quad 28a^2$，$\therefore$.

故选：D .

【题目点拨】

本题考查求双曲线的离心率，解题关键是应用双曲线的定义把 A 到两焦点距离用 a 表示，然后用余弦定理建立关系式.

7、B

【解题分析】

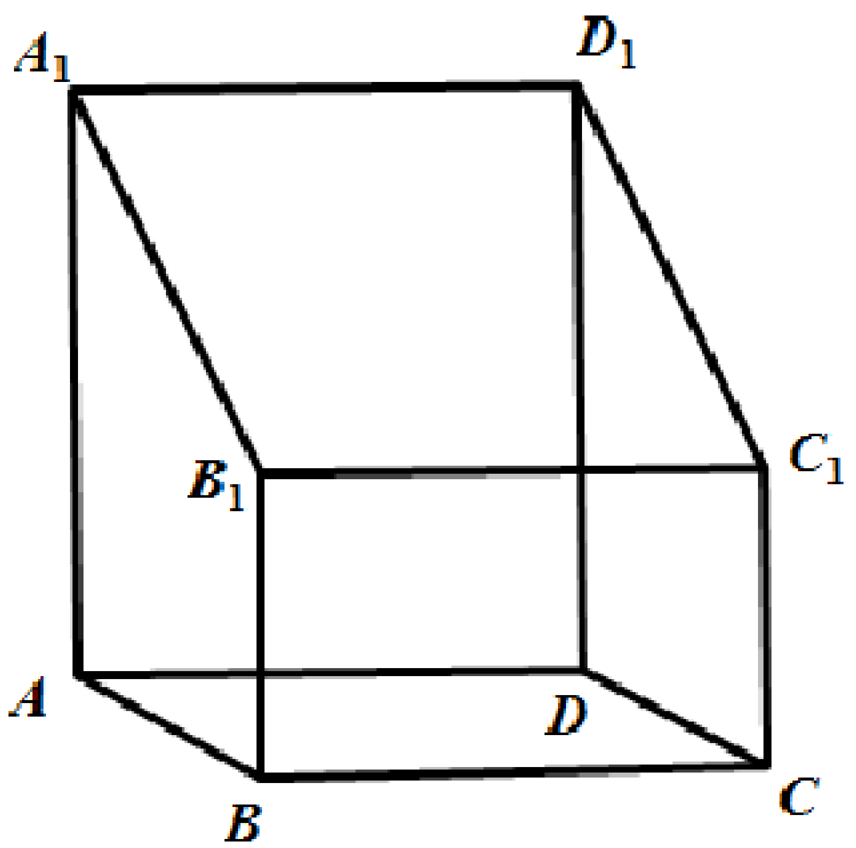
画出几何体的直观图，计算表面积得到答案.

【题目详解】

该几何体的直观图如图所示：

故 $S\quad 2\quad 6\quad 2\quad 6\quad \frac{2\quad 4\quad 2}{2}\quad 2\quad 4\quad 6\quad 6\quad 2\sqrt{2}\quad 64\quad 12\sqrt{2}$.

故选：B .



【题目点拨】

本题考查了根据三视图求表面积，意在考查学生的计算能力和空间想象能力.

8、C

【解题分析】

由椭圆的定义以及双曲线的定义、离心率公式化简 $\frac{3}{e_1}\quad\frac{e_2}{3}$，结合基本不等式即可求解.

【题目详解】

设椭圆的长半轴长为 a，双曲线的半实轴长为 a ，半焦距为 c，

则 $e_1\quad\frac{c}{a}$，$e_2\quad\frac{c}{a}$，设 $|PF_2|\quad m$

由椭圆的定义以及双曲线的定义可得：

$|PF_1|\quad |PF_2|\quad 2a\quad a\quad \frac{m}{2}\quad c$，$|PF_2|\quad |PF_1|\quad 2a\quad a\quad \frac{m}{2}\quad c$

则 $\frac{3}{e_1}\quad\frac{e_2}{3}\quad\frac{3a}{c}\quad\frac{c}{3a}\quad\frac{3\ c\ \frac{m}{2}}{c}\quad\frac{c}{3\ \frac{m}{2}\ c}\quad 6\quad\frac{3\ \frac{m}{2}\ c}{c}\quad\frac{c}{3\ \frac{m}{2}\ c}$

$$6\quad 2\sqrt{\frac{3\ \frac{m}{2}\ c}{c}\ \frac{c}{3\ \frac{m}{2}\ c}}\quad 8$$

当且仅当 $a\quad\frac{7}{3}c$ 时，取等号.

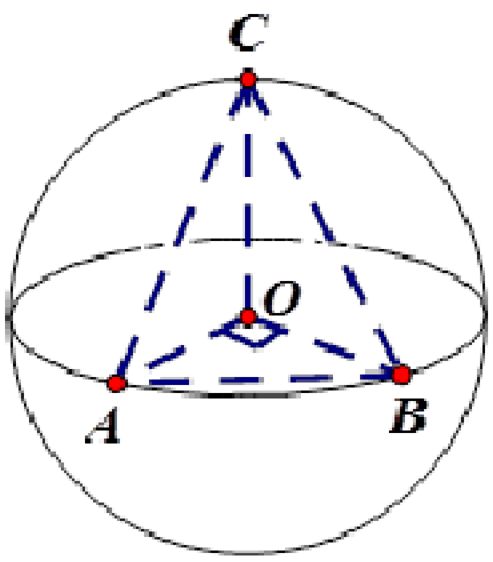
故选：C．

【题目点拨】

本题主要考查了椭圆的定义以及双曲线的定义、离心率公式，属于中等题.

9、C

【解题分析】



如图所示，当点 C 位于垂直于面 AOB 的直径端点时，三棱锥 $O\quad ABC$ 的体积最大，设球 O 的半径为 R，此时 $V_{O\quad ABC}\quad V_{C\quad AOB}\quad\frac{1}{3}\ \frac{1}{2}R^2\quad R\quad\frac{1}{6}R^3\quad 36$，故 $R\quad 6$，则球 O 的表面积为 $S\quad 4\ R^2\quad 144$，故选 C．

考点：外接球表面积和椎体的体积.

10、A

【解题分析】

联立直线方程与椭圆方程，解得 B 和 C 的坐标，然后利用向量垂直的坐标表示可得 $3c^2\quad 2a^2$，由离心率定义可得结果.

【题目详解】

由 $\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \\ y=\dfrac{b}{2} \end{cases}$，得 $\begin{cases} x=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}a \\ y=\dfrac{b}{2} \end{cases}$，所以 $B\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}a,\dfrac{b}{2}\right)$，$C\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}a,\dfrac{b}{2}\right)$.

由题意知 $F(c,0)$，所以 $\overrightarrow{BF}=\left(c+\dfrac{\sqrt{3}}{2}a,-\dfrac{b}{2}\right)$，$\overrightarrow{CF}=\left(c-\dfrac{\sqrt{3}}{2}a,-\dfrac{b}{2}\right)$.

因为 $\angle BFC=90^\circ$,所以 $BF\perp CF$,所以

$$\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{CF}=\left(c+\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)\left(c-\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)+\frac{b^2}{4}=c^2-\frac{3}{4}a^2+\frac{a^2-c^2}{4}=\frac{3}{4}c^2-\frac{1}{2}a^2=0.$$

所以 $3c^2=2a^2$，所以 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

故选：A.

【题目点拨】

本题考查了直线与椭圆的交点，考查了向量垂直的坐标表示，考查了椭圆的离心率公式，属于基础题.

11、B

【解题分析】

依照偶函数的定义，对定义域内的任意实数，f（－x）=f（x），且定义域关于原点对称，a－1=－2a，即可得解.

【题目详解】

根据偶函数的定义域关于原点对称，且f（x）是定义在[a−1，2a]上的偶函数，

得 a−1=−2a，解得 $a=\dfrac{1}{3}$，又 f（−x）=f（x），

∴b=0，∴$a+b=\dfrac{1}{3}$．故选 B．

【题目点拨】

本题考查偶函数的定义，对定义域内的任意实数，f（－x）=f（x）；奇函数和偶函数的定义域必然关于原点对称，定义域区间两个端点互为相反数.

12、C

【解题分析】

由于是放回抽取,故每次的情况有 4 种,共有 64 种；先找到最大值不是 4 的情况,即三次取出标号均不为 4 的球的情况,进而求解.

【题目详解】

所有可能的情况有 $4^3=64$ 种,其中最大值不是 4 的情况有 $3^3=27$ 种,所以取得小球标号最大值是 4 的取法有

$64-27=37$ 种,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/318131114125006106