『第七章』 隧道工程设计中的有限元法

7

『7.1』 概述

『7.2』 有限元法基础

『7.3』 隧道围岩弹塑性有限元分析

『7.4』 工程实例分析

『7.1』 概述

岩土介质作为隧道工程的对象包含着多种随机因素(例如：非均匀性和各向异性，地质构造和结构面，应力-应变的非线性本构关系，初始地应力，地下水等等)，正确掌握这些因素及其变化规律非常困难。

常用的数值分析方法是**有限元法**、**有限差分法**、**边界元法**、**变分法**和**加权余量法**。

『7.2 ▌ 有限元法基础

有限元法的分析过程，概括起来可分为以下几个步骤：

1) 将一个受力的连续体“离散化”。

2) 按静力等效原则将外力形成等效节点力。

3) 建立作用于在每个节点上力的平衡方程式。

4) 加入位移边界条件求解方程组，得到全部未知位移，进而求得各单元的应变和应力。

『7.3』 隧道围岩弹塑性有限元法分析

『7.3.1』 概述

隧道围岩的受力属于空间问题，但因计算工作量大，数据处理费事，而将其简化为二维问题进行分析也能得到令人满意的结果,本节主要讨论二维隧道围岩弹塑性有限元分析。

固体塑性力学的主要组成部分：弹塑性应力-应变关系、屈服准则和破坏准则、流动法则和硬化定律，建立岩土材料的弹塑性本构关系。

『7.3.2』非线性问题的求解方法

采用数值方法分析结构时，将结构离散化后可以得到上一节中建立的代数方程组，

$$K\delta - P = 0$$

当总刚度矩阵K中的元素K_{ij}为常量时，为线性方程组，它所代表的问题为线性问题。当K_{ij}为变量时，例如$K_{ij}=f(\delta_{ij})$，则为非线性方程组，它所描述的问题为非线性问题。

材料非线性:指的是当应力超过某一限值后，应力与应变的变化不成线性关系，**但应变与位移的变化仍成线性关系**。属于这种类型的问题称为材料非线性问题。

几何非线性：指的是当应变或应变速率超过某一限值后，应变与位移的变化不成线性关系，但应力与应变的变化仍成线性关系。属于这种类型的问题称为几何非线性问题。

『7.3.3』 岩土材料的弹塑性本构关系

岩土材料的弹塑性应力应变关系即本构关系包括以下四个组成部分：

1) 屈服条件和破坏条件，确定材料是否塑性屈服和破坏；
2) 硬化定律，指明屈服条件由于塑性应变而发生的变化；
3) 流动法则，确定塑性应变的方向；
4) 加载和卸载准则，表明材料的工作状态。

1. 几种常用的屈服准则

目前常用于岩土材料的屈服准则有：**摩尔-库仑(Mohr-Coulomb)屈服准则**，**德鲁克-普拉格(Drucke-Prager)屈服准则**，**辛克维奇-潘迪(Zienkiewicz-Pande)屈服准则**等。

(1) 摩尔-库仑(Mohr-Coulomb)屈服准则

库仑式 $f = \tau - \sigma tg\varphi - c = 0$

摩尔式 $f = (\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_1 + \sigma_3)\sin\varphi - 2c \cdot \cos\varphi = 0$

当剪切面上的剪应力与正应力之比达到最小时材料发生屈服与破坏。最大优点是不仅能反映岩土材料的拉伸与压缩的屈服与破坏强度不同（S-D效应）与对静水压力的敏感性，而且简单实用。因此在岩土力学和塑性理论中得到广泛应用。

但该准则不能反映中间主应力对屈服和破坏的影响及单纯的静水压力可以引起岩土屈服的特性，而且屈服曲面有棱角，不便于塑性应变增量的计算，这就给数值计算带来了困难。

(2)德鲁克-普拉格(Drucke-Prager)屈服准则 考虑到静水压力可以引起岩土材料的屈服，德鲁克-普拉格屈服准则为

$$f(I_1,\sqrt{J_2}) = \sqrt{J_2} - \alpha I_1 - k = 0$$

$$\alpha = \frac{\sin\varphi}{\sqrt{3}\sqrt{3+\sin^2\varphi}} \quad , \quad k = \frac{\sqrt{3}c\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}}$$

德鲁克-普拉格屈服准则可以避免摩尔-库仑屈服准则屈面在棱角处引起的数值计算上的困难，但该准则对实际破坏条件逼近较差。

(3)辛克维奇-潘迪(Zienkiewicz-Pande)屈服准则 为了克服摩尔-库仑屈服准则的棱边和夹角，考虑到屈服与静水压力的非线性关系和中间主应力对强度的影响，辛克维奇-潘迪提出了辛克维奇-潘迪屈服准则，

$$f=\beta p^{2}+\alpha_{1}p-k+\left[\frac{q}{g(\theta_{\sigma})}\right]^{n}=0$$

2. 硬化法则

硬化法则规定材料进入塑性变形后的后继屈服函数（又称加载函数或加载曲面），

$$F(\sigma,\varepsilon_p,\kappa)=0 \tag{7-28}$$

对于理想弹塑性材料，因无硬化效应，显然后继屈服函数和初始屈服函数一致，即

$$F(\sigma,\varepsilon_p,\kappa)=F(\sigma)=0 \tag{7-29}$$

对于硬化材料，通常有两种硬化法则：**各向同性硬化法则**和**运动硬化法则**。

3．流动法则

流动法则规定塑性应变增量的分量和应力分量以及应力增量分量之间的关系。米赛斯（Von.Mises）流动法则假设塑性应变增量可从塑性势导出，即

$$\mathrm{d}\varepsilon_p = \lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma}$$

当$Q \equiv F$时，这种特殊情况为关联塑性；否则称为非关联塑性。对于关联塑性情况，

$$\mathrm{d}\varepsilon_p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma} \tag{7-31}$$