

机密★启用前

姓名 _____ 准考证号 _____

2021 年下半年中小学教师资格考试
数学学科知识与教学能力（高级中学）
终极模拟卷（一）

注意事项：

1. 考试时间为 120 分钟，满分为 150 分。
2. 请按规定作答。

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2)}{x^2} = 2$ ，则（ ）。

- A. $f(0) = 1$ 且 $f'(0) = 2$ B. $f(0) = 0$ 且 $f'(x) = 2$
C. $f(0) = 1$ 且 $f'(x) = 2$ D. $f(0) = 0$ 且 $f'(0) = 2$

2. 经过点 $(2, 3, 5)$ 且与平面 $6x - 3y - 5z + 2 = 0$ 垂直的直线方程为（ ）。

- A. $\frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-5}{5}$ B. $\frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+5}{5}$
C. $\frac{x+2}{6} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-5}{5}$ D. $\frac{x-2}{6} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+5}{5}$

3. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，则下列级数中收敛的是（ ）。

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + 0.001)$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{n+1000})$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{u_n}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000}{u_n}$

4. 从 2 名男同学和 3 名女同学中任选 2 人参加社区服务，则选中的 2 人都是女

同学的概率为 ()。

A. 0.6 B. 0.5

C. 0.4 D. 0.3

5. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & x \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 可相似对角化, 则 x 的值为 ()。

A. 3 B. 4

C. -3 D. -4

6. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 5 & x \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 有一个特征值为 0, 则 ()。

A. $x^2 = 5$ B. $x = 1$

C. $x^2 = 5$ D. $x = 0$

7. 《普通高中数学课程标准 (2017 年版)》中逻辑推理的主要表现是 ()。

A. 获得数学概念和规则, 提出数学命题和模型, 形成数学方法与思想, 认识数学结构与体系

B. 掌握推理基本形式和规则, 发现问题和提出命题, 探索和表述论证过程, 理解命题体系, 有逻辑地表达与交流

C. 发现和提出问题, 建立和求解模型, 检验和完善模型, 分析和解决问题

D. 建立形与数的联系, 利用几何图形描述问题, 借助几何直观理解问题, 运用空间想象认识事物

8. 有一组邻边相等的平行四边形是菱形, 这个定义方式属于 ()。

A. 公理定义 B. 属加种差定义

C. 递归定义 D. 外延定义

二、简答题 (本大题共 5 小题, 每小题 7 分, 共 35 分)

9. 已知连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} kx+1, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{其他。} \end{cases}$

求：(1) 常数 k ；(2 分)

(2) X 的分布函数 $F(x)$ ；(3 分)

(3) $P\{1.5 \leq x \leq 2.5\}$ 。(2 分)

10. 求旋转抛物面 $z = x^2 + y^2 - 1$ 在点 $(2, 1, 4)$ 处的切平面方程及法线方程。

11. 设 t_1, t_2, \dots, t_r 是互不相同的数， $r \leq n$ 。

证明： $\alpha_i = (1, t_i, \dots, t_i^{n-1})$ ($i = 1, 2, \dots, r$) 是线性无关的。

12. 数学处理能力是高中数学课程的一个变化，有人说统计的概念不难掌握，请谈谈在教学中如何看待统计概念的定义。

13. 简述高中课程的基本理念有哪些。

三、解答题（本大题 1 小题，10 分）

14. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & a \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 与对角矩阵 Λ 相似，求 a 的值，并求可逆矩阵 P ，

使 $P^{-1}AP = \Lambda$ 。

四、论述题（本大题 1 小题，15 分）

15. 结合实例说明学生是怎样学习数学概念的。

五、案例分析题（本大题 1 小题，20 分）阅读案例，并回答问题。

16. 案例：

“同底数幂的乘法”教学片段：

师生共同探索归纳总结出同底数幂的乘法法则后，进入知识巩固环节，教师出示例题：已知 $2^x = 16$ ， $2^y = 512$ ，求 2^{x+y} 的值。

解决本题时，需要学生能理解同底数幂的乘法法则，将公式逆用，由于题目本身相对简单，大多数学生能获得解题思路并求得结果。（注：学生的回答是 $2^{x+y} = 2^x \times 2^y = 16 \times 512 = 8192$ ）

一位学生出现了不同的声音，他的思路是先设法求 x ， y 的值，然后代入求 2^{x+y} 的值。

教师点评：“你这样做也对，但若已知 $2^y = 524$ ，你有本事求得 y 的值吗？如果 $2^y = 456312$ ，你还敢求出 y 的值吗？”

问题：

- (1) 分析上述教学片段，指出教学过程中师生教学行为的可取之处(10分)
- (2) 对教学中存在的问题进行原因分析并给出教学对策(10分)

六、教学设计题（本大题 1 小题，30 分）

17. 针对“直线与平面平行的判定”起始课的教学，两位教师给出了如下教学设计片段。

【教师甲】

设置问题情境：同学们在日常生活中经常遇到直线和平面，那么直线与平面有什么样的位置关系呢？

规定：空间中直线为 a ，平面为 α ，则 a 与 α 有哪几种位置关系？并完成下表：

位置关系	直线 a 在平面 α 内	直线 a 与平面 α 相交	直线 a 与平面 α 平行
公共点			
符号表示			
图形表示			

【教师乙】

复习导入：回顾直线与平面的位置关系。

活动：学生思考并举手回答，教师做点评，引导。对直线与平面的三种位置关系的三种语言进行投影，并指出平行关系是立体几何中重点研究对象之一，今天我们来研究直线与平面平行所要满足的条件，板书课题——《直线与平面平行的判定》

请完成下列任务：

(1) 分析两位教师引入“直线与平面平行的判定”概念设计方案的特点；(8分)

(2) 分析“直线与平面平行的判定”的重难点；(8分)

(3) 在教学中，当引入一个新的数学概念之后，往往通过例题、习题加深对概念的理解。请针对“直线与平面平行的判定”，设计不同难度的两道例题和两道练习题，以加深学生对“直线与平面平行的判定”的理解。(14分)

机密★启用前

姓名 _____ 准考证号 _____

2021 年下半年中小学教师资格考试
数学学科知识与教学能力（高级中学）
终极模拟卷（二）

注意事项：

1. 考试时间为 120 分钟，满分为 150 分。
2. 请按规定作答。

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 设 $\{x_n\}$ 是数列，下列命题中不正确的是（ ）。

- A. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n+1} = a$
- B. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n+1} = a$ ，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$
- C. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n+1} = a$
- D. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n+1} = a$ ，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$

2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ \frac{a + b \cos x}{x}, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导，则（ ）。

- A. $a=2, b=2$ B. $a=1, b=2$
- C. $a=2, b=1$ D. $a=0, b=0$

3. xOy 平面上变换 $T: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 的几何意义是（ ）。

- A. 关于原点对称 B. 关于 x 轴对称

C. 关于 y 轴对称 D.

关于 $y=x$ 对称

4. 已知线性方程组 $A\mathbf{x} = k\beta_1 + \beta_2$ 有解, 其中 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\beta_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\beta_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$,

$\beta_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, 则 k 等于 ().

A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

5. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则随着 σ 的增大, 概率 $P\{|X - \mu| < \sigma\}$ 应该 ().

A. 单调增大 B.

单调减少

C. 保持不变 D.

增减不定

6. 设随机变量 X, Y 不相关, 且 $E(X) = 2, E(Y) = 1, D(X) = 3$, 则 $E[X(X+Y-2)] = ()$.

A. -3

B. 3

C. -5

D. 5

7. 高中数学课程分为必修课程、选择性必修课程和选修课程。高中数学课程内容突出 () 四条主线, 它们贯穿必修、选择性必修和选修课程。数学文化融入课程内容。

A. 函数、图形与几何、概率与统计、数学建模活动与数学探究活动

B. 数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践

C. 函数、几何与代数、概率与统计、数学建模活动与数学探究活动

D. 函数、图形与几何、概率与统计、综合与实践

8. 命题 p 和命题 p 的逆否命题的关系是 ().

A. 同真同假 B.

同真不同假

C. 同假不同真 D.

不确定

二、简答题（本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分）

9. 求双曲线 $\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ 绕 y 轴旋转一周所得的旋转曲面方程。

10. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ a & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 。

(1) 求 $|A|$; (3 分)

(2) 已知线性方程组 $AX = b$ 有无穷多解，求 a ，并求 $AX = b$ 的通解。(4 分)

11. 设随机变量 X 的分布函数为 $F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \ln x, & 1 \leq x < e, \\ 1, & x \geq e. \end{cases}$

(1) 求 $P\{X < 2\}$, $P\{0 < X \leq 3\}$, $P\{2 < X < \frac{5}{2}\}$; (4分)

(2) 求概率密度 $f_X(x)$ 。(3分)

12. 你认为教师课堂教学的基本要求有哪些?

13. 举例说明数学抽象核心素养的含义、内容及表现是什么。

三、解答题（本大题 1 小题，10 分）

14. 设直线 $y = ax$ 与抛物线 $y = x^2$ 所围成图形的面积为 S_1 ，它们与直线 $x = 1$ 所围成图形的面积为 S_2 ，并且 $a < 1$ 。

(1) 试确定 a 的值，使 $S_1 + S_2$ 达到最小，并求出最小值；（4 分）

(2) 求该最小值所对应的平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积。（6 分）

四、论述题（本大题 1 小题，15 分）

15. 如何认识数学的抽象性？在数学教学中如何处理抽象与具体之间的关系，请结合实例谈谈你的看法。

五、案例分析题（本大题 1 小题，20 分）阅读案例，并回答问题。

16. 案例

某学生在以下做题目。

已知： $a > 0, b > 0, a + b = 1$ ，求 $a + \frac{1}{a} + b + \frac{1}{b}$ 的最小值的解析过程如下：

$$a + \frac{1}{a} + b + \frac{1}{b} = a^2 + b^2 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + 4 \geq 2ab + \frac{2}{ab} + 4 \geq 4\sqrt{ab \cdot \frac{1}{ab}} + 4 = 8, \text{ 所以}$$

$a + \frac{1}{a} + b + \frac{1}{b}$ 的最小值是 8。

问题：

- (1) 指出学生的错误之处；（6 分）
- (2) 分析学生的错误原因；（7 分）
- (3) 写出正确解法。（7 分）

六、教学设计题（本大题 1 小题，30 分）

17. 请以“直线的点斜式方程”为课题，完成下列教学设计。

- (1) 设计本节课的教学目标；（6 分）
- (2) 设计本节课的教学重难点；（6 分）
- (3) 写出教学过程的主要环节。（18 分）

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/325241012012012012>