版本要求

本课件需用office2010及以上版本打开，如果您的电脑是office2007及以下版本或者WPS软件，可能会出现不可编辑的文档。

乱码问题

如您在使用过程中遇到公式不显示或者乱码的情况，可能是因为您的电脑缺少字体，请登录网站www.canpointgz.cn/faq 下载。

联系我们

如您还有其他方面的问题，请登录网站www.canpointgz.cn/faq ，点击“常见问题”，或致电010-58818058。

全品学练考

高中数学

选择性必修第一册 RJA

第一章空间向量与立体几何

目录

CONTENTS

1.3 空间向量及其运算的坐标表示

1.3.2 空间向量运算的坐标表示

【学习目标】

1. 类比平面向量，知道空间向量及其运算的坐标表示.
2. 基于运算，能探究空间向量模的坐标公式、空间两点间的距离公式.
3. 类比平面向量，知道空间向量平行、垂直、夹角的坐标表示.

课前预习

◆知识点一空间向量运算的坐标表示

若$a=(a_1, a_2, a_3)$，$b=(b_1, b_2, b_3)$，则

加法	$a+b=(a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3)$
减法	$a-b=(a_1-b_1, a_2-b_2, a_3-b_3)$
数乘	$a=(\lambda a_1, \lambda a_2, \lambda a_3)$ ，$\lambda \in R$
数量积	$. b-u1b_1+a_2b_2+a_2b$

课 前 预 习

【诊断分析】 判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)已知向量$a=(1,-1,-2)$,$b=(-4,2,0)$,则$a+b=(-3,1,-2)$ (√)

[解析] 因为向量$a=(1,-1,-2)$,$b=(-4,2,0)$,所以$a+b=(-3,1,-2)$.

(2) 已知向量$a=(3,5,1)$,$b=(2,2,3)$,$c=(4,-1,-3)$,则向量$2a-3b+4c$的坐标为$(16,0,-19)$. (√)

[解析] ∵$a=(3,5,1)$,$b=(2,2,3)$,$c=(4,-1,-3)$,∴$2a-3b+4c=2(3,5,1)-3(2,2,3)+4(4,-1,-3)=(16,0,-19)$.

课前预习

◆知识点二空间向量运算的坐标表示的应用

若a≠0,b≠0,a=(a_1,a_2,a_3),b=(b_1,b_2,b_3),则

共线	a//b⇔a=λb⇔a_1=λb_1, a_2=λb_2, a_3=λb_3 (λ∈R)
垂直	a ⊥b a·b=(⇔$a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=0$
向量长度	$\|\boldsymbol{a}\| = \sqrt{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}} = \sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$
向量夹角公式	$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle = \frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{\|\boldsymbol{a}\|\|\boldsymbol{b}\|} = \frac{a_1b_1+a_2b_2+}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}$

空间两点间的距离公式：在空间直角坐标系Oxyz中，设P(x, y_1, z)

P_7 (x_2, y_2, z_7)是空间中任意两点则P_1P_2=OPZ−OP=(x_2-x_1, y_2-y_1, Z_2-z_1)

$P_1P_3=|R_1P|=\sqrt{(x2-X_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$

课 前 预 习

【诊断分析】 判断正误.(请在括号中打“ √”或“×”)

(1) 在空间直角坐标系中，向量$\overrightarrow{AB}$ 的坐标与终点B 的坐标相同.（×）

[解析] 向量$\overrightarrow{AB}$ 的坐标等于终点B 的坐标减去起点A 的坐标.

(2) 设$a=(x_1,y_1,z_1)$,$b=(x_2,y_2,z_2)$ 且 $b\neq 0$, 若$a//b$, 则$\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}$.(×)

[解析] 虽然$b\neq 0$, 但当x_2,y_2,z_2 中有一个为0时，由$a//b$ 无法得到$\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}$

(3) 若四边形ABCD 是平行四边形，则$\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{DC}$ 的坐标相同.（ √ ）

[解析] 若四边形ABCD是平行四边形，则$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, 故 $\overrightarrow{AB}$与 $\overrightarrow{DC}$的坐标相同.

课中探究

◆探究点一空间向量的坐标运算

例1 已知a=(2,-1,-2),b=(0,-1,4), 求a+b,a-b,a·b,2a·(-b),(a+b)·(a-b).

解： a+b=(2, −1, −2)+(0, −1, 4)=(2+0, −1−1, −2+4)=(2, −2, 2).

a-b=(2,-1,-2)-(0,-1,4)=(2-0,-1+1,-2-4)=(2,0,-6).

a·b=(2,-1,-2)·(0,-1,4)=2×0+(-1)×(-1)+(-2)×4=-7.

2a·(-b)=-2(a·b)=-2×(-7)=14.

(a+b)·(a-b)=(2,-2,2)·(2,0,-6)=2×2-2×0+2×(-6)=-8.

课 中 探 究

变式(1) [2023·广东茂名高二期末]若向量$a=(1,1,0)$,$b=(-1,0,2)$,则$|3a+b|=$(D)

A.$\sqrt{15}$　B.4　C.5　D.$\sqrt{17}$

[解析] 由题意,得$3a+b=(2,3,2)$,$\therefore |3a+b|=\sqrt{2^2+3^2+2^2}=\sqrt{17}$.故选D.

课中探究

(2) 如图1−3−8, 在四面体A-BCD 中，若向量 AB=(−3, 5, 2), CD=(−7, −1, −4), E, F 分别为BC, AD 的中点，则EF 的坐标为(　B)

A.(2,3,3)　　B.(-2,-3,-3)

C.(5,-2,1)　　D.(-5,2,-1)

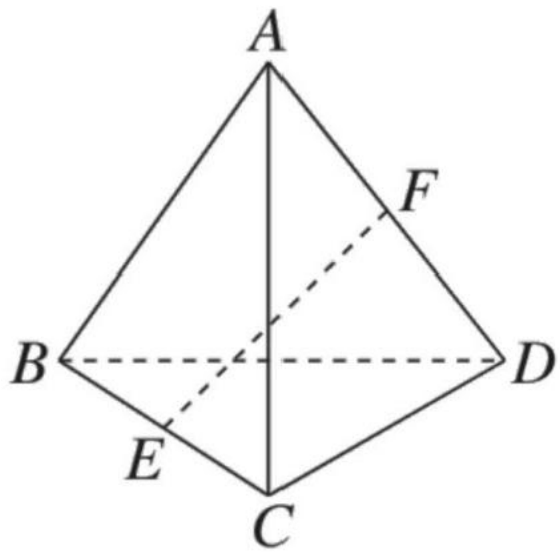


图1−3−8

[解析]取AC的中点M,连接ME,MF, 则 $\overrightarrow{ME}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\left(-\frac{3}{2},\frac{5}{2},1\right)$, $\overrightarrow{MF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}=\left(-\frac{7}{2},-\frac{1}{2},-2\right)$, 所以 $\overline{EF}=\overline{MF}-\overline{ME}=(-2,-3,-3)$. 故选B.

(3)已知向量$a=(4,-2,-4)$, $b=(6,-3,2)$, 则$(2a+3b)\cdot(a-2b)=-244$______

[解析]由$a=(4,-2,-4)$,$b=(6,-3,2)$, 得$2a+3b=(26,-13,-2)$,$a-2b=(-8,4,-8)$,故$(2a+3b)\cdot(a-2b)=26\times(-8)+(-13)\times4+(-2)\times(-8)=-244$.

课中探究

◆探究点二空间向量平行、垂直的坐标表示及应用

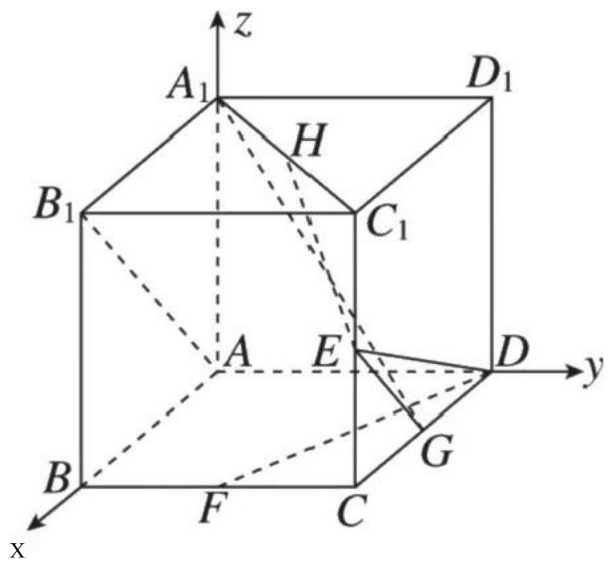
例2在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，已知E,F,G,H 分别是CC_1,BC,CD,A_1C的中点.

求证：

(1) $AB_1 // GE$, $AB_1 \perp EH$;

证明： 如图，以A为原点，分别以AB,AD,AA_1的方向为x轴、y轴、z轴的正方向，建立空间直角坐标系. 设正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为1,

则A(0, 0, 0), D(0, 1, 0), A_1(0, 0, 1), B_1(1, 0, 1), $E\left(1,1,\frac{1}{2}\right)$, $F\left(1,\frac{1}{2},0\right)$, $G\left(\frac{1}{2},1,0\right)$, $H\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},1\right)$,



课中探究

$\overrightarrow{AB_1}=(1,0,1)$, $\overrightarrow{GE}=\left(\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{EH}=\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$. 因为$\overrightarrow{AB_1}=2\overrightarrow{GE}$,

$\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{EH}=1\times\left(-\frac{1}{2}\right)+0\times\left(-\frac{1}{2}\right)+1\times\frac{1}{2}=0$,

所以$\overrightarrow{AB_1}/\!/\overrightarrow{GE}$, $\overrightarrow{AB_1}\perp\overrightarrow{EH}$, 即$AB_1/\!/GE$, $AB_1\perp EH$.

(2) $A_1G\perp DF, A_1G\perp DE$.

证明：$\overrightarrow{A_1G}=\left(\frac{1}{2},1,-1\right)$，$\overrightarrow{DF}=\left(1,-\frac{1}{2},0\right)$，$\overrightarrow{DE}=\left(1,0,\frac{1}{2}\right)$. 因为

$$\overrightarrow{A_1G}\cdot\overrightarrow{DF}=\frac{1}{2}\times 1+1\times\left(-\frac{1}{2}\right)+(-1)\times 0=0$$

$$A_1\vec{G}\cdot\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\times 1+1\times 0+(-1)\times\frac{1}{2}=0,$$

所以 $\overline{A_1G}\perp\overline{DF}, \overline{A_1G}\perp\overline{DE}$，即 $A_1G\perp DF, A_1G\perp DE$.

课中探究

变式(1) [2023 · 天津北辰区高二期中]设x, y∈R, 向量a=(x, 1, 0), b=(2,y,2),c=(1,-2,1), 且a⊥b,b//c, 则 |a+b|=(C)

A.$\sqrt{14}$ B.$\sqrt{10}$ C.$\sqrt{29}$ D.$2v^7$

[解析]因为向量a=(x,1,0),b=(2,y,2),c=(1,-2,1), 且a⊥b,b//c,

所以2x+y+2×0=0, $\frac{2}{1}=\frac{y}{-2}$,解得y=- 4, x=2, 所以向量a=(2, 1, 0),

b=(2,-4,2), 所以a+b=(4,-3,2), 所以|a+bl=$\sqrt{42}+(-3)^2+22=\sqrt{29}$,

故选C.

课中探究

(2)如图1-3-9，在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=BC$，E是侧棱CC_1上的任意一点，在线段A_1C_1上是否存在一个定点P，使得D_1P总垂直于AE？请说明理由.

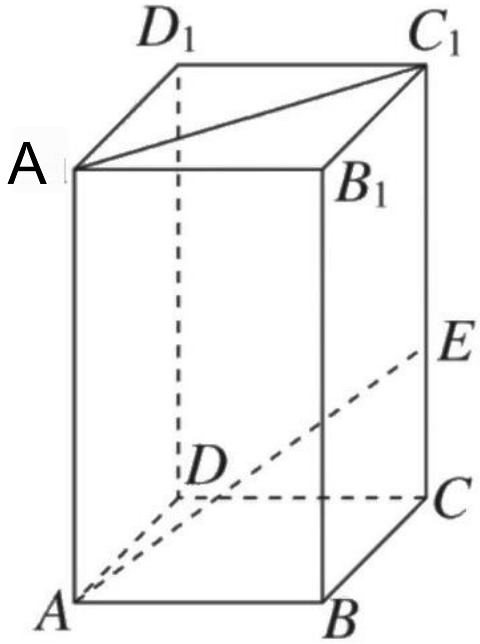
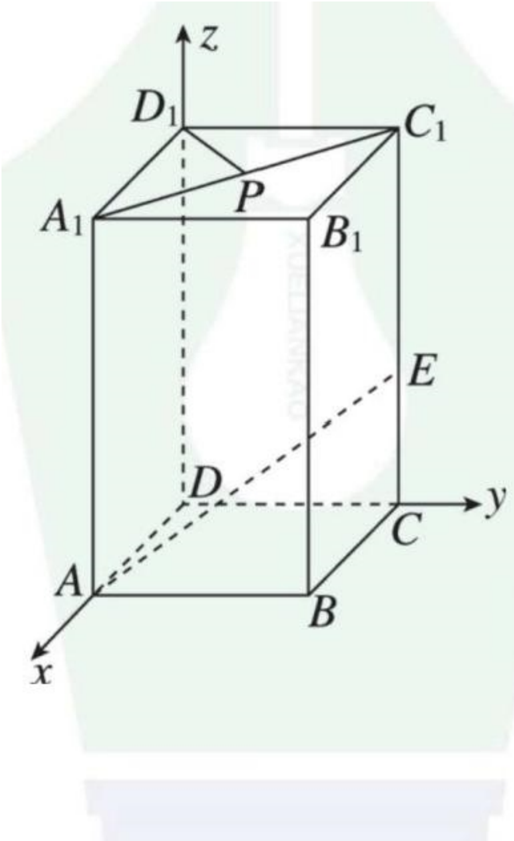


图1-3-9

课 中 探 究

解： 假设在线段A_1C_1上存在一个定点P，使得D_1P总垂直于AE．如图，以D为原点，分别以DA,DC,DD_1的方向为x轴、y轴、z轴的正方向，建立空间直角坐标系.



课中探究

依题意可设 $AB=BC=a,AA_1=b,EC=t$,

则 $D_1(0,0,b),A(a,0,0),E(0,a,t)$,

设$P(x, a-x, b)$，则有$D_1P=(x, a-x, 0)$，$AE=(-a, a, t)$，

由$D_1P\cdot AE=x\times(-a)+(a-x)\times a+O\times t=0$， 得$x=\frac{a}{2}$

即$P\left(\frac{a}{2},\frac{a}{2},b\right)$，此时P 为$A_1C_1$ 的中点，

∴在线段A_1C_1 上存在一个定点P， 使得D_1P 总垂直于AE.

课 中 探 究

[素养小结]

利用空间向量证明垂直、平行的一般步骤:

(1)建立空间直角坐标系，建系时要尽可能地利用条件中的垂直关系.

(2)建立空间图形与空间向量之间的关系，用空间向量表示出问题中所涉及的点、直线、平面的要素.

(3)通过空间向量的运算求出直线的方向向量，再研究平行、垂直关系.

(4)根据运算结果解释相关问题.