2020年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效.

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.若 $z=1+i$，则$|z^2-2z|=$（　　）

A. 0　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

【答案】D

【解析】

【分析】

由题意首先求得 z^2-2z 的值，然后计算其模即可.

【详解】由题意可得：$z^2=(1+i)^2=2i$，则 $z^2-2z=2i-2(1+i)=-2$.

故 $|z^2-2z|=|-2|=2$.

故选：D.

【点睛】本题主要考查复数的运算法则和复数的模的求解等知识，属于基础题.

2.设集合 $A=\{x|x^2-4\le 0\}$，$B=\{x|2x+a\le 0\}$，且 $A\cap B=\{x|-2\le x\le 1\}$，则 $a=$（　　）

A. –4　　B. –2　　C. 2　　D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】

由题意首先求得集合 A,B，然后结合交集的结果得到关于 a 的方程，求解方程即可确定实数 a 的值.

【详解】求解二次不等式 $x^2-4\le 0$ 可得：$A=\{x\,|\,-2\le x\le 2\}$，

求解一次不等式 $2x+a\le 0$ 可得：$B=\left\{x\,|\,x\le -\dfrac{a}{2}\right\}$.

由于 $A\cap B=\{x\,|\,-2\le x\le 1\}$，故：$-\dfrac{a}{2}=1$，解得：$a=-2$.

故选：B.

【点睛】本题主要考查交集的运算，不等式的解法等知识，意在考查学生的转化能力和计算求解能力.

3.埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一，它的形状可视为一个正四棱锥，以该四棱锥的高为边长的正方形面积等于该四棱锥一个侧面三角形的面积，则其侧面三角形底边上的高与底面正方形的边长的比值为（　　）



A. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$　　B. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】

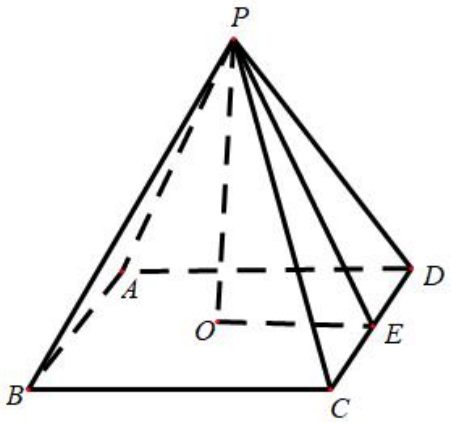
设 $CD=a,PE=b$，利用 $PO^2=\dfrac{1}{2}CD\cdot PE$ 得到关于 a,b 的方程，解方程即可得到答案.

【详解】如图，设 $CD=a,PE=b$，则 $PO=\sqrt{PE^2-OE^2}=\sqrt{b^2-\dfrac{a^2}{4}}$，

由题意 $PO^2=\frac{1}{2}ab$，即 $b^2-\frac{a^2}{4}=\frac{1}{2}ab$，化简得 $4(\frac{b}{a})^2-2\cdot\frac{b}{a}-1=0$，

解得 $\frac{b}{a}=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$（负值舍去）.

故选：C.



【点睛】本题主要考查正四棱锥的概念及其有关计算，考查学生的数学计算能力，是一道容易题.

4.已知 A 为抛物线 C:$y^2=2px$（$p>0$）上一点，点 A 到 C 的焦点的距离为 12，到 y 轴的距离为 9，则 p=（　　）

A．2　　B．3　　C．6　　D．9

【答案】C

【解析】

【分析】

利用抛物线的定义建立方程即可得到答案.

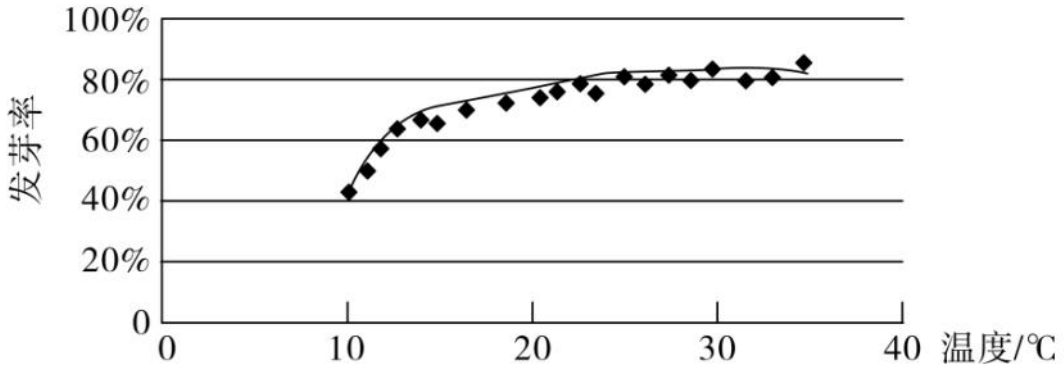
【详解】设抛物线的焦点为 F，由抛物线的定义知 $|AF|=x_A+\frac{p}{2}=12$，即 $12=9+\frac{p}{2}$，解得 $p=6$.

故选：C.

【点睛】本题主要考查利用抛物线的定义计算焦半径，考查学生转化与化归思想，是一道容易题.

5.某校一个课外学习小组为研究某作物种子的发芽率 y 和温度 x（单位：℃）的关系，在 20

个不同的温度条件下进行种子发芽实验，由实验数据 $(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,20)$ 得到下面的散点图：



由此散点图，在 10°C 至 40°C 之间，下面四个回归方程类型中最适宜作为发芽率 y 和温度 x 的回归方程类型的是（　　）

A. $y=a+bx$　　B. $y=a+bx^2$

C. $y=a+be^x$　　D. $y=a+b\ln x$

【答案】D

【解析】

【分析】

根据散点图的分布可选择合适的函数模型.

【详解】由散点图分布可知，散点图分布在一个对数函数的图象附近，

因此，最适合作为发芽率 y 和温度 x 的回归方程类型的是 $y=a+b\ln x$.

故选：D.

【点睛】本题考查函数模型的选择，主要观察散点图的分布，属于基础题.

6.函数 $f(x)=x^4-2x^3$ 的图像在点 $(1,\ f(1))$ 处的切线方程为（　　）

A. $y=-2x-1$　　B. $y=-2x+1$

C. $y=2x-3$　　D. $y=2x+1$

【答案】B

【解析】

【分析】

求得函数 $y=f(x)$ 的导数 $f'(x)$，计算出 $f(1)$ 和 $f'(1)$ 的值，可得出所求切线的点斜式方

程，化简即可.

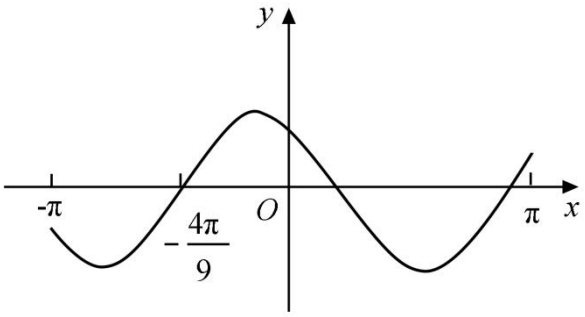
【详解】$\because f\left(x\right)=x^4-2x^3$，$\therefore f'\left(x\right)=4x^3-6x^2$，$\therefore f\left(1\right)=-1$，$f'\left(1\right)=-2$，

因此，所求切线的方程为$y+1=-2\left(x-1\right)$，即$y=-2x+1$.

故选：B.

【点睛】本题考查利用导数求解函图象的切线方程，考查计算能力，属于基础题

7.设函数$f(x)=\cos(\omega x+\frac{\pi}{6})$在$[-\pi,\pi]$的图像大致如下图，则$f(x)$的最小正周期为（　　）



A. $\frac{10\pi}{9}$　　B. $\frac{7\pi}{6}$

C. $\frac{4\pi}{3}$　　D. $\frac{3\pi}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】

由图可得：函数图象过点$\left(-\frac{4\pi}{9},0\right)$，即可得到$\cos\left(-\frac{4\pi}{9}\cdot\omega+\frac{\pi}{6}\right)=0$，结合$\left(-\frac{4\pi}{9},0\right)$是

函数$f\left(x\right)$图象与x轴负半轴的第一个交点即可得到$-\frac{4\pi}{9}\cdot\omega+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{2}$，即可求得$\omega=\frac{3}{2}$，

再利用三角函数周期公式即可得解.

【详解】由图可得：函数图象过点$\left(-\frac{4\pi}{9},0\right)$，

将它代入函数$f\left(x\right)$可得：$\cos\left(-\frac{4\pi}{9}\cdot\omega+\frac{\pi}{6}\right)=0$

又$\left(-\frac{4\pi}{9},0\right)$是函数$f\left(x\right)$图象与$x$轴负半轴的第一个交点，

所以$-\frac{4\pi}{9}\cdot\omega+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{2}$，解得：$\omega=\frac{3}{2}$

所以函数$f\left(x\right)$的最小正周期为$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\frac{3}{2}}=\frac{4\pi}{3}$

故选：C

【点睛】本题主要考查了三角函数的性质及转化能力，还考查了三角函数周期公式，属于中档题.

8.$(x+\frac{y^2}{x})(x+y)^5$的展开式中x^3y^3的系数为（　　）

A．5　　B．10

C．15　　D．20

【答案】C

【解析】

【分析】

求得$(x+y)^5$展开式的通项公式为$T_{r+1}=C_5^rx^{5-r}y^r$（$r\in N$且$r\le5$），即可求得$\left(x+\frac{y^2}{x}\right)$与$(x+y)^5$展开式的乘积为$C_5^rx^{6-r}y^r$或$C_5^rx^{4-r}y^{r+2}$形式，对$r$分别赋值为3，1即可求得$x^3y^3$的系数，问题得解.

【详解】$(x+y)^5$展开式的通项公式为$T_{r+1}=C_5^rx^{5-r}y^r$（$r\in N$且$r\le5$）

所以$\left(x+\frac{y^2}{x}\right)$与$(x+y)^5$展开式的乘积可表示为：

$xT_{r+1}=xC_5^rx^{5-r}y^r=C_5^rx^{6-r}y^r$或$\frac{y^2}{x}T_{r+1}=\frac{y^2}{x}C_5^rx^{5-r}y^r=C_5^rx^{4-r}y^{r+2}$

在$xT_{r+1}=C_5^rx^{6-r}y^r$中，令$r=3$，可得：$xT_4=C_5^3x^3y^3$，该项中x^3y^3的系数为10，

在$\frac{y^2}{x}T_{r+1}=C_5^rx^{4-r}y^{r+2}$中，令$r=1$，可得：$\frac{y^2}{x}T_2=C_5^1x^3y^3$，该项中$x^3y^3$的系数为$5$

所以x^3y^3的系数为$10+5=15$

故选：C

【点睛】本题主要考查了二项式定理及其展开式的通项公式，还考查了赋值法、转化能力及分析能力，属于中档题.

9.已知$\alpha\in(0,\pi)$，且$3\cos2\alpha-8\cos\alpha=5$，则$\sin\alpha=$（　　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{9}$

【答案】A

【解析】

【分析】

用二倍角的余弦公式，将已知方程转化为关于$\cos\alpha$的一元二次方程，求解得出$\cos\alpha$，再用同角间的三角函数关系，即可得出结论.

【详解】$3\cos2\alpha-8\cos\alpha=5$，得$6\cos^2\alpha-8\cos\alpha-8=0$，

即$3\cos^2\alpha-4\cos\alpha-4=0$，解得$\cos\alpha=-\frac{2}{3}$或$\cos\alpha=2$（舍去），

又$\because\alpha\in(0,\pi),\therefore\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

故选：A.

【点睛】本题考查三角恒等变换和同角间的三角函数关系求值，熟记公式是解题的关键，考查计算求解能力，属于基础题.

10.已知A,B,C为球O的球面上的三个点，$\odot O_1$为$\triangle ABC$的外接圆，若$\odot O_1$的面积为4π，$AB=BC=AC=OO_1$，则球O的表面积为（　　）

A. 64π　　B. 48π　　C. 36π　　D. 32π

【答案】A

【解析】

【分析】

由已知可得等边$\triangle ABC$的外接圆半径，进而求出其边长，得出OO_1的值，根据球截面性质，求出球的半径，即可得出结论.

【详解】设圆O_1半径为r，球的半径为R，依题意，

得$\pi r^2=4\pi,\therefore r=2$，

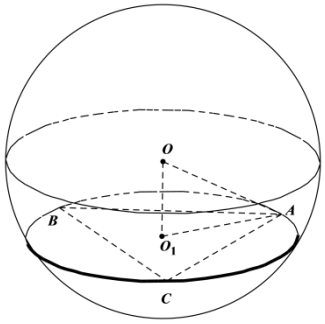
由正弦定理可得$AB=2r\sin 60^\circ=2\sqrt{3}$，

$\therefore OO_1=AB=2\sqrt{3}$，根据圆截面性质$OO_1\perp$平面$ABC$，

$\therefore OO_1\perp O_1A,R=OA=\sqrt{OO_1^{\ 2}+O_1A^2}=\sqrt{OO_1^{\ 2}+r^2}=4$，

$\therefore$球O的表面积$S=4\pi R^2=64\pi$.

故选：A



【点睛】本题考查球的表面积，应用球的截面性质是解题的关键，考查计算求解能力，属于基础题.

11.已知⊙M：$x^2+y^2-2x-2y-2=0$，直线l：$2x+y+2=0$，P为l上的动点，过点P作⊙M的切线PA,PB，切点为A,B，当$|PM|\cdot|AB|$最小时，直线AB的方程为（　　）

A. $2x-y-1=0$　　B. $2x+y-1=0$　　C. $2x-y+1=0$　　D. $2x+y+1=0$

【答案】D

【解析】

【分析】

由题意可判断直线与圆相离，根据圆的知识可知，四点A,P,B,M共圆，且$AB\perp MP$，根据

$|PM|\cdot|AB|=2S_{\triangle PAM}=2|PA|$ 可知，当直线 $MP\perp l$ 时，$|PM|\cdot|AB|$ 最小，求出以 MP 为直径的圆的方程，根据圆系的知识即可求出直线 AB 的方程.

【详解】圆的方程可化为 $(x-1)^2+(y-1)^2=4$，点 M 到直线 l 的距离为 $d=\dfrac{|2\times1+1+2|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}>2$，所以直线 l 与圆相离.

依圆的知识可知，四点 A,P,B,M 四点共圆，且 $AB\perp MP$，所以

$|PM|\cdot|AB|=2S_{\triangle PAM}=2\times\dfrac{1}{2}\times|PA|\times|AM|=2|PA|$，而 $|PA|=\sqrt{|MP|^2-4}$，

当直线 $MP\perp l$ 时，$|MP|_{\min}=\sqrt{5}$，$|PA|_{\min}=1$，此时 $|PM|\cdot|AB|$ 最小.

$\therefore MP: y-1=\dfrac{1}{2}(x-1)$ 即 $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$，由 $\begin{cases} y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2} \\ 2x+y+2=0 \end{cases}$ 解得，$\begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$.

所以以 MP 为直径的圆的方程为 $(x-1)(x+1)+y(y-1)=0$，即 $x^2+y^2-y-1=0$，

两圆的方程相减可得：$2x+y+1=0$，即为直线 AB 的方程.

故选：D.

【点睛】本题主要考查直线与圆，圆与圆的位置关系的应用，以及圆的几何性质的应用，意在考查学生的转化能力和数学运算能力，属于中档题.

12.若 $2^a+\log_2 a=4^b+2\log_4 b$，则（　　）

A. $a>2b$　　B. $a<2b$　　C. $a>b^2$　　D. $a<b^2$

【答案】B

【解析】

【分析】

设 $f(x)=2^x+\log_2 x$，利用作差法结合 $f(x)$ 的单调性即可得到答案.

【详解】设 $f(x)=2^x+\log_2 x$，则 $f(x)$ 为增函数，因为 $2^a+\log_2 a=4^b+2\log_4 b=2^{2b}+\log_2 b$

所以

$f(a)-f(2b)=2^a+\log_2 a-(2^{2b}+\log_2 2b)=2^{2b}+\log_2 b-(2^{2b}+\log_2 2b)$

$=\log_2\frac{1}{2}=-1<0$，

所以 $f(a)<f(2b)$，所以 $a<2b$.

$f(a)-f(b^2)=2^a+\log_2 a-(2^{b^2}+\log_2 b^2)=2^{2b}+\log_2 b-(2^{b^2}+\log_2 b^2)=$

$2^{2b}-2^{b^2}-\log_2 b$，

当 $b=1$ 时，$f(a)-f(b^2)=2>0$，此时 $f(a)>f(b^2)$，有 $a>b^2$

当 $b=2$ 时，$f(a)-f(b^2)=-1<0$，此时 $f(a)<f(b^2)$，有 $a<b^2$，所以 C、D 错误.

故选：B.

【点睛】本题主要考查函数与方程的综合应用，涉及到构造函数，利用函数的单调性比较大小，是一道中档题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}2x+y-2\le 0,\\ x-y-1\ge 0,\\ y+1\ge 0,\end{cases}$ 则 $z=x+7y$ 的最大值为_____.

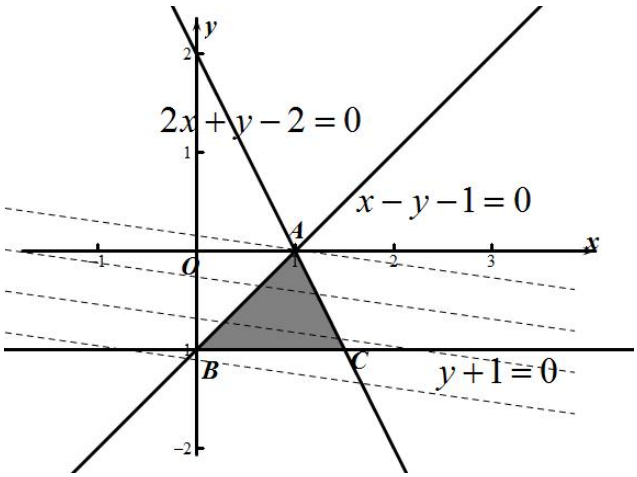
【答案】1

【解析】

【分析】

首先画出可行域，然后结合目标函数的几何意义即可求得其最大值.

【详解】绘制不等式组表示的平面区域如图所示，



目标函数 $z=x+7y$ 即：$y=-\frac{1}{7}x+\frac{1}{7}z$，

其中 z 取得最大值时，其几何意义表示直线系在 y 轴上的截距最大，

据此结合目标函数的几何意义可知目标函数在点 A 处取得最大值，

联立直线方程：$\begin{cases}2x+y-2=0\\ x-y-1=0\end{cases}$，可得点 A 的坐标为：$A(1,0)$，

据此可知目标函数的最大值为：$z_{\max}=1+7\times0=1$.

故答案为：1.

【点睛】求线性目标函数 $z=ax+by(ab\neq0)$的最值，当 $b>0$ 时，直线过可行域且在 y 轴上截距最大时，z 值最大，在 y 轴截距最小时，z 值最小；当 $b<0$ 时，直线过可行域且在 y 轴上截距最大时，z 值最小，在 y 轴上截距最小时，z 值最大.

14.设 a,b 为单位向量，且 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=1$，则 $|a-b|=$_____.

【答案】$\sqrt{3}$

【解析】

【分析】

整理已知可得：$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2}$，再利用 $\vec{a},\vec{b}$ 为单位向量即可求得 $2\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，对 $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$ 变形可得：$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{\left|\vec{a}\right|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\left|\vec{b}\right|^2}$，问题得解.

【详解】因为 $\vec{a},\vec{b}$ 为单位向量，所以 $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=1$

所以 $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2}=\sqrt{\left|\vec{a}\right|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\left|\vec{b}\right|^2}=\sqrt{2+2\vec{a}\cdot\vec{b}}=1$

解得：$2\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$

所以 $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2}=\sqrt{\left|\vec{a}\right|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\left|\vec{b}\right|^2}=\sqrt{3}$

故答案为：$\sqrt{3}$

【点睛】本题主要考查了向量模的计算公式及转化能力，属于中档题.

15.已知 F 为双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点，A 为 C 的右顶点，B 为 C 上的点，且 BF 垂直于 x 轴.若 AB 的斜率为 3，则 C 的离心率为_____.

【答案】2

【解析】

【分析】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/325303321301012112