

南山区 2022-2023 学年度第一学期期末质量监测

高二数学试题

注意事项:

1. 本试卷共 4 页, 22 小题, 满分 150 分, 考试用时 120 分钟.
2. 答卷前, 考生务必将自己的学校, 班级和姓名填在答题卡上, 正确粘贴条形码.
3. 作答选择题时, 用 2B 铅笔在答题卡上将对应答案的选项涂黑.
4. 非选择题的答案必须写在答题卡各题目的指定区域内相应位置上, 不准使用铅笔和涂改液.
5. 考试结束后, 考生上交答题卡.

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点坐标是

- A. (1,0) B. (0,1) C. (2,0) D. (0,2)

【答案】B

【解析】

【分析】

根据抛物线定义,可直接得焦点坐标.

【详解】 $x^2 = 4y$ 是焦点位于 y 轴上的抛物线

所以 $p = 2$

即焦点坐标为(0,1)

故选:B

【点睛】 本题考查了抛物线的标准方程及焦点求法,属于基础题.

2. 若 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 构成空间的一组基底, 则下列向量不共面的为 ()

- A. $\vec{a}, \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} + \vec{c}$ B. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} + 2\vec{b}$
C. $\vec{a}, \vec{a} - \vec{c}, \vec{a} + \vec{c}$ D. $\vec{b}, \vec{a} + \vec{c}, \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

【答案】A

【解析】

【分析】 根据平面向量的基本定理, 可得答案.

【详解】对于 A, 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 $x\vec{a} + y(\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a} + \vec{c}$, 显然不存在 x, y 使得等式成立, 故 A 正确;

对于 B, 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 $x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{a} + 2\vec{b}$, 解得 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$, 故 B 错误;

对于 C, 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 $x\vec{a} + y(\vec{a} - \vec{c}) = \vec{a} + \vec{c}$, 即 $\begin{cases} x+y=1 \\ -y=1 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$, 故 C 错误;

对于 D, 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 $x\vec{b} + y(\vec{a} + \vec{c}) = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$, 解得 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$, 故 D 错误.

故选: A.

3. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_2 = 2$, 且 $S_4 = 10$, 则 $\{a_n\}$ 的公差为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

【答案】B

【解析】

【分析】利用等差数列的求和公式以及等差数列的性质可求得 a_3 的值, 即可求得数列 $\{a_n\}$ 的公差.

【详解】因为 $S_4 = \frac{4(a_1 + a_4)}{2} = 2(a_2 + a_3) = 10$, $\because a_2 = 2$, 则 $a_3 = 3$,

因此, 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $d = a_3 - a_2 = 1$.

故选: B.

4. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{3+k} + \frac{y^2}{5-k} = 1$ 的焦点在 y 轴上, 则实数 k 的取值范围为 ()

- A. $(-3, 1)$ B. $(1, 5)$ C. $(-3, 5)$ D. $(1, 3)$

【答案】A

【解析】

【分析】根据椭圆 C 的焦点位置可得出关于 k 的不等式组, 即可解得实数 k 的取值范围.

【详解】因为椭圆 $C: \frac{x^2}{3+k} + \frac{y^2}{5-k} = 1$ 的焦点在 y 轴上, 则 $\begin{cases} 3+k > 0 \\ 5-k > 0 \\ 5-k > 3+k \end{cases}$, 解得 $-3 < k < 1$.

故选: A.

5. 已知 $A(2, -3)$ 、 $B(2, 1)$, 若直线 l 经过点 $P(0, -1)$, 且与线段 AB 有交点, 则 l 的斜率的取值范围为 ()

A. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

B. $[-2, 2]$

C. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

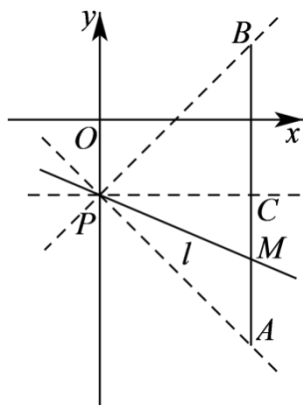
D. $[-1, 1]$

【答案】D

【解析】

【分析】作出图形，数形结合可得出直线 l 的斜率的取值范围.

【详解】过点 P 作 $PC \perp AB$ ，垂足为点 C ，如图所示：



设直线 l 交线段 AB 于点 M ，设直线 l 的斜率为 k ，且 $k_{PA} = \frac{-1+3}{0-2} = -1$ ， $k_{PB} = \frac{1+1}{2-0} = 1$ ，

当点 M 在从点 A 运动到点 C （不包括点 C ）时，直线 l 的倾斜角逐渐增大，

此时 $-1 = k_{PA} \leq k < 0$ ；

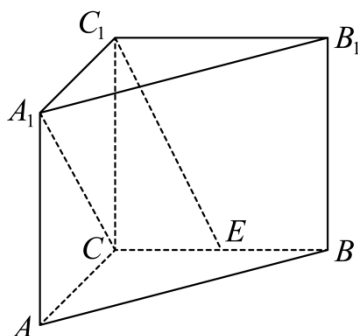
当点 M 在从点 C 运动到点 B 时，直线 l 的倾斜角逐渐增大，此时 $0 \leq k \leq k_{PB} = 1$ 。

综上所述，直线 l 的斜率的取值范围是 $[-1, 1]$ 。

故选：D.

6. 如图，在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AA_1 = AC = BC$ ，且 $AC \perp BC$ ，已知 E 为 BC 的中点，则异面直

线 A_1C 与 C_1E 所成角的余弦值为（ ）



A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$

B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

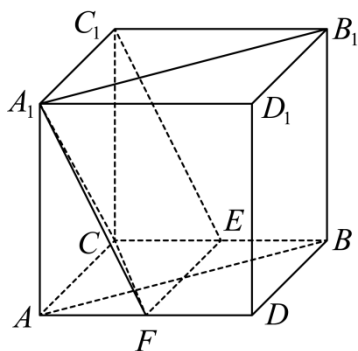
D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据直三棱柱的几何性质，补成正方体，利用异面直线夹角的定义，结合余弦定理，可得答案.

【详解】由题意，可得该三棱柱可看作正方体的一半，补形如下图所示：

记 AD 的中点为 F ，连结 A_1F, CF, EF ，因为在正方形 $ABCD$ ， E, F 是 BC, AD 的中点，所以 $EF \parallel AC, EF = AC$ ，又 $A_1C_1 \parallel AC, A_1C = AC$ ，所以 $EF \parallel A_1C_1, EF = A_1C_1$ ，故四边形 A_1C_1EF 是平行四边形，则 $A_1F \parallel C_1E$ ，则 $\angle FA_1C$ 为直线 A_1C 与 C_1E 的夹角或其补角，

设该正方体的边长为 2，

$$\text{在 Rt}\triangle AA_1F \text{ 中, } A_1F = \sqrt{AF^2 + AA_1^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}AD\right)^2 + AA_1^2} = \sqrt{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACF \text{ 中, } CF = \sqrt{AC^2 + AF^2} = \sqrt{AC^2 + \left(\frac{1}{2}AD\right)^2} = \sqrt{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACA_1 \text{ 中, } A_1C = \sqrt{AA_1^2 + AC^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\text{在 } \triangle A_1CF \text{ 中, } \cos \angle CA_1F = \frac{A_1C^2 + A_1F^2 - CF^2}{2 \cdot A_1C \cdot A_1F} = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$

故选：B.

7. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 以 $|F_1F_2|$ 为直径的圆与 C 的左支交于 M, N 两点, 若 $\angle MF_1N = \frac{2\pi}{3}$, 则 C 的离心率为 ()

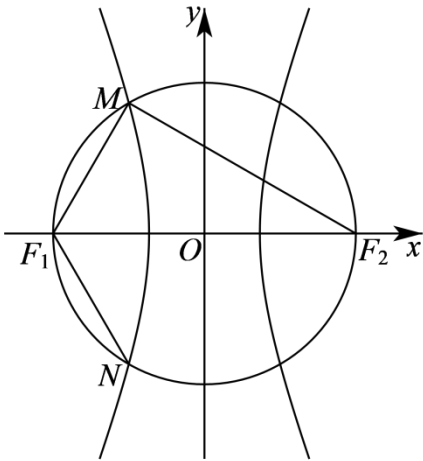
- A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}+1$ D. $2\sqrt{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】连接 MF_2 , 求出 $|MF_1|, |MF_2|$, 利用双曲线的定义可得出关于 a, c 的齐次等式, 即可解得双曲线 C 的离心率的值.

【详解】如下图所示, 易知点 M, N 关于 x 轴对称, 连接 MF_2 , 所以, $\angle MF_1F_2 = \frac{\pi}{3}$,



由圆的几何性质可得 $\angle F_1MF_2 = \frac{\pi}{2}$, 所以, $|MF_1| = 2c \cos \frac{\pi}{3} = c$, $|MF_2| = 2c \sin \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}c$,

由双曲线的定义可得 $|MF_2| - |MF_1| = (\sqrt{3} - 1)c = 2a$,

因此, 双曲线 C 的离心率为 $e = \frac{c}{a} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1$.

故选: C.

8. 著名的斐波那契数列是意大利数学家斐波那契以兔子繁殖为例引入, 又称兔子数列, 记该数列为 $\{a_n\}$,

则 $a_1 = 1, a_2 = 1$, 且 $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n (n \in \mathbf{N}^*)$. 已知斐波那契数列有诸多特殊的性质, 例如: (1)

$a_{n+1}^2 = a_{n+1}a_{n+2} - a_na_{n+1}$; (2) 斐波那契数列中各项的个位数是以 60 为周期变化的, 则由上述性质可知

$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{365}^2$ 的个位数为 ()

A. 6

B. 5

C. 2

D. 0

【答案】D

【解析】

【分析】利用两个性质可得出 $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{365}^2 = a_{365}a_{366}$ ，计算出 a_5a_6 的个位数，即可求出 $a_{365}a_{366}$ 的个位数，即可得解.

【详解】由性质(1)可知 $a_2^2 = a_2a_3 - a_2a_1$, $a_3^2 = a_3a_4 - a_3a_2$, $a_4^2 = a_4a_5 - a_4a_3$, \dots , $a_{365}^2 = a_{365}a_{366} - a_{365}a_{364}$,

上述等式全部相加可得 $a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + \dots + a_{365}^2 = a_{365}a_{366} - a_2a_1$,

$\because a_1 = a_2 = 1$, 所以, $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{365}^2 = a_{365}a_{366}$,

由性质(2)可知 a_{365} 与 a_5 的个位数相同, a_{366} 与 a_6 的个位数相同, 且不难知道, $a_5 = 5$, $a_6 = 8$,

所以, a_5a_6 的个位数为 0, 则 $a_{365}a_{366}$ 的个位数也为 0,

因此, $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{365}^2$ 的个位数为 0.

故选: D.

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 设圆 $C: (x-1)^2 + y^2 = 4$, 直线 $l: y = kx + 1 (k \in \mathbf{R})$, 则下列结论正确的为 ()

A. C 的半径为 2

B. l 恒过定点 $(0,1)$

C. l 可能与 C 相切

D. 当 $k=1$ 时, l 被 C 截得的弦长最短

【答案】ABD

【解析】

【分析】化简圆的标准方程即可判断 A, 令 $x=0$, 代入直线方程即可判断 B, 将 $(0,1)$ 代入圆方程即可判断 C, 当直线 l 与定点与圆心连线所在直线互相垂直时, 弦长最短, 即可判断 D.

【详解】对 A, $\because (x-1)^2 + y^2 = 2^2$, 所以 C 的半径为 2, 故 A 正确;

对 B, 当 $x=0$ 时, $y=1$, 故直线 l 恒过定点 $(0,1)$, 故 B 正确;

对 C, 将 $(0,1)$ 代入圆方程有 $(0-1)^2 + 1^2 = 2 < 4$, 故定点 $(0,1)$ 在圆内,

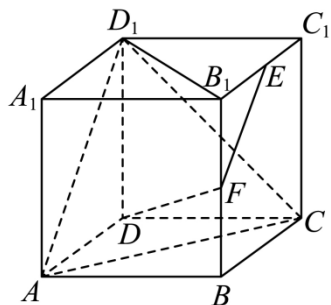
故直线与圆一定相交;

对 D, 圆心 $C(1,0)$, 设直线 l 恒过定点 $M(0,1)$, 则当直线 CM 与直线 l 相互垂直时,

l 被 C 截得的弦长最短, 故 $k_{CM} \cdot k = -1$, 即 $\frac{1-0}{0-1} \cdot k = -1$, 则 $k=1$, 故 D 正确.

故选: ABD.

10. 如图, 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E 、 F 分别为棱 B_1C_1 、 B_1B 的中点, 则下列结论正确的为 ()



A. $\overrightarrow{AD_1} = 2\overrightarrow{EF}$

B. $\overrightarrow{B_1D_1} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

C. $|\overrightarrow{DF}| = 3$

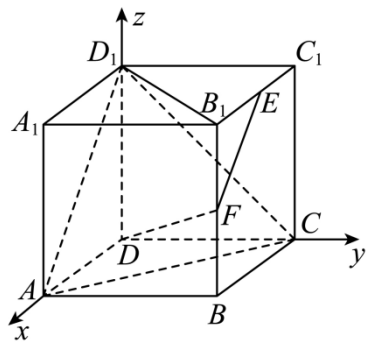
D. \overrightarrow{DF} 为平面 ACD_1 的一个法向量

【答案】BC

【解析】

【分析】以点 D 为坐标原点, DA 、 DC 、 DD_1 所在直线分别为 x 、 y 、 z 轴建立空间直角坐标系, 利用空间向量的坐标运算可判断各项的正误.

【详解】以点 D 为坐标原点, DA 、 DC 、 DD_1 所在直线分别为 x 、 y 、 z 轴建立如下图所示的空间直角坐标系,



则 $A(2,0,0)$ 、 $B(2,2,0)$ 、 $C(0,2,0)$ 、 $D(0,0,0)$ 、 $A_1(2,0,2)$ 、 $B_1(2,2,2)$ 、

$C_1(0,2,2)$ 、 $D_1(0,0,2)$ 、 $E(1,2,2)$ 、 $F(2,2,1)$.

对于 A 选项, $\overrightarrow{AD_1} = (-2,0,2)$, $\overrightarrow{EF} = (1,0,-1)$, 则 $\overrightarrow{AD_1} = -2\overrightarrow{EF}$, A 错;

对于 B 选项, $\overrightarrow{B_1D_1} = (-2,-2,0)$, $\overrightarrow{AC} = (-2,2,0)$, 则 $\overrightarrow{B_1D_1} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 - 4 = 0$, B 对;

对于 C 选项, $\overrightarrow{DF} = (2, 2, 1)$, 故 $|\overrightarrow{DF}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3$, C 对;

对于 D 选项, $\overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{AD_1} = -4 + 2 \neq 0$, 故 \overrightarrow{DF} 不是平面 ACD_1 的一个法向量, D 错.

故选: BC.

11. 已知公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$, 其前 n 项和为 S_n , 且 $S_{10} > 0$, $S_{11} < 0$, 则下列结论正确的为 ()

A. $\{a_n\}$ 为递增数列

B. $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 为等差数列

C. 当 S_n 取得最大值时, $n = 6$

D. 当 $a_2 = 1$ 时, d 的取值范围为 $\left(-\frac{2}{7}, -\frac{1}{4}\right)$

【答案】BD

【解析】

【分析】通过等差数列前 n 项和公式和下标和性质即可得到 $d < 0$, $a_1 > 0$, $a_6 < 0$, $a_5 > 0$, 则可判断 AC, 而 $\frac{S_n}{n} = a_1 + \frac{d}{2}(n-1)$ 则可判断 B, 而通过 $a_5 + a_6 > 0$, $a_6 < 0$, 则可得到关于 d 的不等式组, 即可判断 D.

【详解】对 A, $\because S_{10} > 0, S_{11} < 0$, 即 $\frac{10(a_1 + a_{10})}{2} > 0, \frac{11(a_1 + a_{11})}{2} < 0$,

即 $5(a_5 + a_6) > 0, 11a_6 < 0$, 则 $a_6 < 0$, 而 $a_5 > -a_6 > 0$, 故 $d = a_6 - a_5 < 0$,

故 $\{a_n\}$ 为递减数列, 故 A 错误;

对 B, 设 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1 , 则 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$,

$\frac{S_n}{n} = a_1 + \frac{n-1}{2}d = a_1 + \frac{d}{2}(n-1)$, 故数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 是以 a_1 为首项, 公差为 $\frac{d}{2}$ 的等差数列, 故 B 错误;

对 C, 由 A 知 $a_6 < 0$, 即 $S_6 - S_5 < 0$, 则 $S_6 < S_5$, 而 $a_5 > 0$, 即 $a_1 + 4d > 0$,

则 $a_1 > -4d > 0$, 而 $d < 0$, 当 S_n 取得最大值时, $n = 5$, 故 C 错误;

对 D, 当 $a_2 = 1$ 时, 由 A 知 $a_5 + a_6 > 0, a_6 < 0$, 即 $\begin{cases} a_2 + 3d + a_2 + 4d > 0 \\ a_2 + 4d < 0 \end{cases}$,

即 $\begin{cases} 2 + 7d > 0 \\ 1 + 4d < 0 \end{cases}$, 解得 $d \in \left(-\frac{2}{7}, -\frac{1}{4}\right)$, 故 D 正确.

故选: BD.

12. 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 和 $C_2: \frac{x^2}{4} + y^2 = \lambda (\lambda > 1)$, 点 $M(x_0, y_0) (x_0 y_0 \neq 0)$ 在 C_1 上, 且直线

$x_0 x + 4 y_0 y = 4$ 与 C_2 交于 A, B 两点, 若点 N 在 C_2 上, 使得 $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$, 则下列结论正确的为 ()

A. C_1, C_2 的离心率相等

B. $\lambda = 2$

C. 直线 ON, AB 的斜率之积为定值

D. 四边形 $OANB$ 的面积为 $4\sqrt{3}$

【答案】 ACD

【解析】

【分析】 计算出两椭圆的离心率, 可判断 A 选项; 求出点 N 的坐标, 将点 N 的坐标代入椭圆 C_2 的方程, 求出 λ 的值, 可判断 B 选项; 利用斜率公式以及椭圆方程可判断 C 选项; 利用三角形的面积公式求出四边形 $OANB$ 的面积, 可判断 D 选项.

【详解】 设点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 椭圆 C_1, C_2 的离心率分别为 e_1, e_2 .

对于 A 选项, $e_1 = \frac{\sqrt{4-1}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $e_2 = \frac{\sqrt{4\lambda-1}}{2\sqrt{\lambda}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, A 对;

对于 B 选项, 联立 $\begin{cases} x_0 x + 4 y_0 y = 4 \\ x^2 + 4 y^2 = 4\lambda \end{cases}$ 可得 $x^2 - 2x_0 x + 4 - 4\lambda y_0^2 = 0$, 所以, $x_1 + x_2 = 2x_0$,

由题意可知 $\frac{x_0^2}{4} + y_0^2 = 1$, 则 $y_1 + y_2 = \frac{4 - x_0 x_1 + 4 - x_0 x_2}{4 y_0} = \frac{8 - x_0(x_1 + x_2)}{4 y_0} = \frac{8 - 2x_0^2}{4 y_0} = 2y_0$,

因为 $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (2x_0, 2y_0)$,

则点 $N(2x_0, 2y_0)$ 在椭圆 C_2 上, 所以, $\lambda = \frac{4x_0^2}{4} + 4y_0^2 = 4$, B 错;

对于 C 选项, 由 B 选项可知, 椭圆 C_2 的方程为 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$, $N(2x_0, 2y_0)$,

则 $k_{ON} = \frac{2y_0}{2x_0} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2}$, $k_{AB} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$,

由已知可得 $\begin{cases} \frac{x_1^2}{16} + \frac{y_1^2}{4} = 1 \\ \frac{x_2^2}{16} + \frac{y_2^2}{4} = 1 \end{cases}$, 两式作差可得 $k_{AB} k_{ON} = \frac{y_1^2 - y_2^2}{x_1^2 - x_2^2} = -\frac{1}{4}$, C 对;

对于 D 选项, 显然四边形 $OANB$ 为平行四边形, 其面积记为 S_1 , $\triangle OAB$ 的面积记为 S_2 ,

因为 $x_0 y_0 \neq 0$ ，所以，直线 l 与 y 轴必有交点，不妨设为 P ，且 $P\left(0, \frac{1}{y_0}\right)$ ，

$$S_2 = \frac{1}{2|y_0|} \cdot |x_1 - x_2|, \text{ 故 } S_1 = 2S_2 = \frac{1}{|y_0|} |x_1 - x_2|,$$

由韦达定理可得 $x_1 + x_2 = 2x_0$ ， $x_1 x_2 = 4 - 16y_0^2$ 且 $\frac{x_0^2}{4} + y_0^2 = 1$ ，

$$\text{所以, } S_1 = \frac{1}{|y_0|} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \frac{1}{|y_0|} \sqrt{4x_0^2 - 4(4 - 16y_0^2)} = \frac{1}{|y_0|} \sqrt{4(4 - 4y_0^2) - 4(4 - 16y_0^2)}$$

$$= 4\sqrt{3}, \text{ D 对.}$$

故选：ACD.

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知 $\vec{a} = (1, 2, -3)$ ， $\vec{b} = (-2, m, 6)$ ，若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则 $m =$ _____.

【答案】 -4

【解析】

【分析】根据空间向量共线的坐标表示可求得实数 m 的值.

【详解】因为 $\vec{a} = (1, 2, -3)$ ， $\vec{b} = (-2, m, 6)$ ，若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则 $\frac{-2}{1} = \frac{m}{2} = \frac{6}{-3}$ ，解得 $m = -4$.

故答案为：-4.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 = 1$ ，且 $a_{n+1} = \frac{(-1)^n}{a_n} + 3 (n \in \mathbf{N}^*)$ ，则 $a_1 a_3 =$ _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】根据递推公式求出 a_1 、 a_3 的值，进而可求得 $a_1 a_3$ 的值.

【详解】因为数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 = 1$ ，且 $a_{n+1} = \frac{(-1)^n}{a_n} + 3 (n \in \mathbf{N}^*)$ ，

则 $a_2 = -\frac{1}{a_1} + 3 = 1$ ，可得 $a_1 = \frac{1}{2}$ ， $a_3 = \frac{1}{a_2} + 3 = 4$ ，因此， $a_1 a_3 = 2$.

故答案为：2.

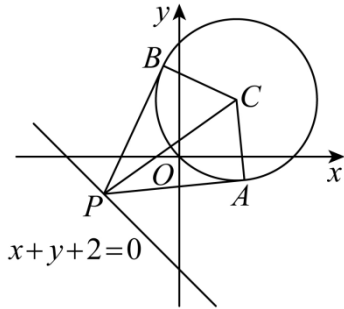
15. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ ，点 P 在直线 $x + y + 2 = 0$ 上运动，过 P 作 C 的两条切线，切点分别为 A 、 B ，当四边形 $PACB$ 的面积最小时， $\angle ACB =$ _____.

【答案】 120°

【解析】

【分析】证明出 $\text{Rt}\triangle PAC \cong \text{Rt}\triangle PBC$ ，计算出 $|PC|$ 的最小值，可得出 $|PA|$ 的最小值，可得出四边形 $PACB$ 的面积最小值，可求得 $\angle APC$ 的值，进而可得出 $\angle ACB$ 的值.

【详解】如图所示：



由圆的几何性质可得 $PB \perp BC$ ， $PA \perp AC$ ，

由切线长定理可得 $|PA| = |PB|$ ，又因为 $|AC| = |BC|$ ， $|PC| = |PC|$ ，

所以， $\text{Rt}\triangle PAC \cong \text{Rt}\triangle PBC$ ，

圆 C 的标准方程为 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$ ，圆心为 $C(1,1)$ ，半径为 $r = \sqrt{2}$ ，

所以， $|PA| = \sqrt{|PC|^2 - |AC|^2} = \sqrt{|PC|^2 - 2}$ ，

当 PC 与直线 $x+y+2=0$ 垂直时， $|PC|$ 取最小值，且 $|PC|_{\min} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ ，

所以， $|PA|_{\min} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 2} = \sqrt{6}$ ，

所以， $S_{\text{四边形}PACB} = 2S_{\triangle PAC} = |PA| \cdot |AC| \geq 2\sqrt{3}$ ，此时 $\angle BPC = \angle APC = 30^\circ$ ，

因此， $\angle ACB = 2\angle ACP = 2(90^\circ - \angle APC) = 120^\circ$ 。

故答案为： 120° 。

16. 如图，在直角 $\triangle ABC$ 中， $AB=1$ ， $BC=2$ ， D 为斜边 AC 上异于 A 、 C 的动点，若将 $\triangle ABD$ 沿折痕 BD 翻折，使点 A 折至 A_1 处，且二面角 A_1-BD-C 的大小为 $\frac{\pi}{3}$ ，则线段 A_1C 长度的最小值为_____。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/326051000055010031>