第1章　二次函数

专题4 用二次函数解决应用题的基本类型

习题链接

温馨提示：点击 ⬢ 进入讲评

1

2

3

4

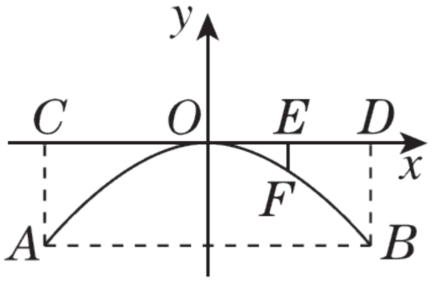
5

6

7

1. [教材P31练习T1]如图①是一座抛物线形拱桥侧面示意图．水面宽AB与桥长CD均为24 m，在距离D点6 m的E处，测得桥面到桥拱的距离EF为1.5 m，以桥拱顶点O为原点，桥面为x轴建立平面直角坐标系．

(1)求桥拱顶部O与水面之间的距离．



①

【解】根据题意可知点 F 的坐标为$(6，-1.5)$，

设桥拱所在抛物线的表达式为 $y_1=a_1x^2$.

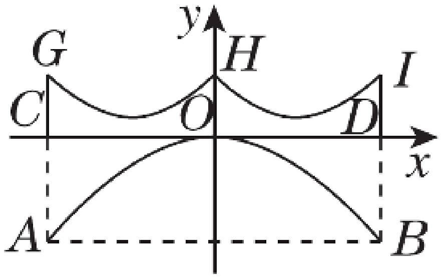
将点 $F(6，-1.5)$的坐标代入 $y_1=a_1x^2$，得 $-1.5=36a_1$，

解得 $a_1=-\frac{1}{24}$，$\therefore y_1=-\frac{1}{24}x^2$.

当 $x=12$ 时，$y_1=-\frac{1}{24}\times 12^2=-6$.

$\therefore$桥拱顶部 O 与水面之间的距离为 6 m.

(2)如图②，桥面上方有3根高度均为4 m的支柱CG，OH，DI，过相邻两根支柱顶端的钢缆呈形状相同的抛物线，其最低点到桥面距离为1 m.



②

①求出其中一条钢缆所在抛物线的表达式；

【解】由题意可知右边钢缆所在抛物线的顶点坐标为(6，1)，设其表达式为 $y_2=a_2(x-6)^2+1$．将点 $H(0，4)$的坐标代入 $y_2=a_2(x-6)^2+1$，得 $4=a_2(0-6)^2+1$，解得 $a_2=\frac{1}{12}$.

∴右边钢缆所在抛物线的表达式为 $y_2=\frac{1}{12}(x-6)^2+1$.

易知左边钢缆所在抛物线的表达式为 $y_3=\frac{1}{12}(x+6)^2+1$.(求出一个即可)

②为庆祝节日，在钢缆和桥拱之间竖直装饰若干条彩带，求彩带的最小长度．

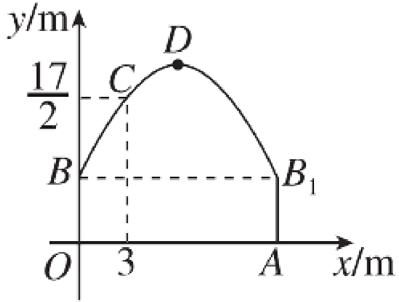
【解】设彩带的长度为 L m，则 $L=y_2-y_1=\frac{1}{12}(x-6)^2+1-\left(-\frac{1}{24}x^2\right)=\frac{1}{8}x^2-x+4=\frac{1}{8}(x-4)^2+2.$

$\because \frac{1}{8}>0$，$\therefore$ 当 $x=4$ 时，$L_{最小}=2.$

答：彩带的最小长度是 2 m.

返回

2．[2024 周口二模]如图，隧道的截面由抛物线和矩形构成，其中矩形的长 $OA=12$ m，宽 $OB=4$ m．按照图中所示的平面直角坐标系，抛物线可以用 $y=-\frac{1}{6}x^2+bx+c$ 表示，且当抛物线上的点 C 到墙面 OB 的水平距离为 3 m 时，到地面 OA 的距离为 $\frac{17}{2}$ m．为安全起见，隧道正中间有宽为 0.4 m 的隔离带．



(1)求b，c的值，并计算出拱顶D到地面OA的距离．

【解】根据题意得$B(0,4)$，$C\left(3,\frac{17}{2}\right)$，把$B(0,4)$，$C\left(3,\frac{17}{2}\right)$的坐标代入$y=-\frac{1}{6}x^2+bx+c$，得$\begin{cases}c=4,\\-\frac{1}{6}\times3^2+3b+c=\frac{17}{2},\end{cases}$解得$\begin{cases}b=2,\\c=4.\end{cases}$∴抛物线的表达式为$y=-\frac{1}{6}x^2+2x+4=-\frac{1}{6}(x-6)^2+10$，∴$D(6,10)$，∴拱顶$D$到地面$OA$的距离为10 m.

(2)一辆货车载一长方体集装箱后高为6 m，宽为4 m，如果隧道内设双向行车道，那么这辆货车能否安全通过？

【解】由题意得货车最外侧与地面OA的交点为(1.8，0)或(10.2，0)，当$x=1.8$或$x=10.2$时，$y=7.06>6$，∴这辆货车能安全通过．

(3)在抛物线形拱壁上需要安装两排灯，且它们离地面的高度相等，如果灯离地面的高度不超过8 m，那么两排灯的水平距离最小是多少米？

【解】令 $y=8$，则 $-\frac{1}{6}(x-6)^2+10=8$，

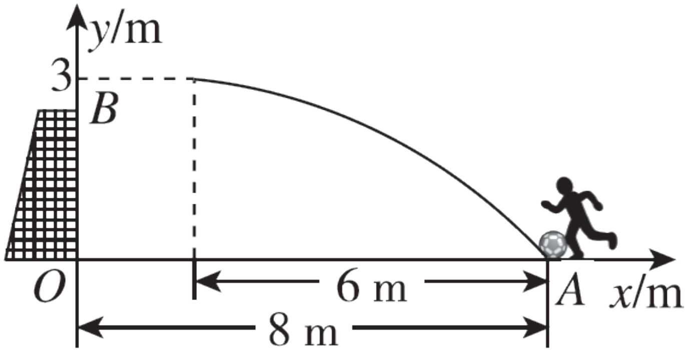
解得 $x_1=6+2\sqrt{3}$，$x_2=6-2\sqrt{3}$，

则 $x_1-x_2=4\sqrt{3}$，

∴两排灯的水平距离最小是 $4\sqrt{3}$ m.

返回

3. 在一次足球训练中，小明从球门正前方8 m的A处射门，球射向球门的路线呈抛物线形状．当球飞行的水平距离为6 m时，球达到最高点，此时球离地面3 m．已知球门高OB为2.44 m，现以O为原点建立如图所示的直角坐标系．



(1)求抛物线的表达式，并通过计算判断球能否射进球门(忽略其他因素)．

【解】∵$8-6=2(\mathrm{m})$，∴抛物线的顶点坐标为$(2，3)$．

∴设抛物线的表达式为$y=a(x-2)^2+3$，

把点$A(8，0)$的坐标代入，得$36a+3=0$，解得$a=-\frac{1}{12}$，

∴抛物线的表达式为$y=-\frac{1}{12}(x-2)^2+3=-\frac{1}{12}x^2+\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$.

当$x=0$时，$y=\frac{8}{3}>2.44$，∴球不能射进球门．

(2)对本次训练进行分析，若射门路线的形状、最大高度均保持不变，则当时他应该带球向正后方移动多少米射门，才能让足球经过点O正上方2.25 m处？

【解】设小明带球向正后方移动 m m，则移动后的抛物线

表达式为 $y=-\frac{1}{12}(x-2-m)^2+3$，

把点(0，2.25)的坐标代入，得 $2.25=-\frac{1}{12}(0-2-m)^2+3$，

解得 $m=-5$(舍去)或 $m=1$，

∴当时他应该带球向正后方移动 1 m 射门，才能让足球经

过点 O 正上方 2.25 m 处．

4．[2024驻马店一模]在跳绳时，绳甩到最高处时的形状可近似看作抛物线，已知甲、乙两名学生拿绳的手间距为6 m，距地面均为1 m，绳的最高点距离地面的高度为4 m，以水平地面为x轴，垂直于地面且过绳子最高点的直线为y轴，建立平面直角坐标系，如图．