

绝密★启用并使用完毕前
时____分——____时____分

测试时间：____年____月____日

辽宁省重点高中协作校 2023-2024 学年第二学期高二期末考试模拟

卷 D

本试卷分第 I 卷和第 II 卷两部分，满分 150 分，考试时间 120 分钟

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ ，集合 $M = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ 、集合 $N = \{x | x = 4a, a \in M\}$ ，则 $C_U(M \cap N) = ()$ 。

- A、 $\{1, 2, 4, 6, 8\}$ B、 $\{1, 2, 4, 8\}$ C、 $\{4, 6, 8\}$
D、 $\{6\}$

2. 定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+3) = -\frac{1}{f(x)}$ ，且当 $x \in [-3, -2]$ 时， $f(x) = 4x$ ，则 $f(107.5) = ()$ 。

- A、 -10 B、 $-\frac{1}{10}$ C、 $\frac{1}{10}$
D、 10

3. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \frac{2}{a_n}$ ，且 $a_1 = 4$ ，则 $a_{2024} + a_{2025} = ()$ 。

- A、 2 B、 $\frac{5}{2}$ C、 4
D、 $\frac{9}{2}$

4. 函数 $f(x)$ 的数据如下表，则该函数的解析式可能形如 $()$ 。

x	-2	-1	0	1	2	3	5
$f(x)$	2.3	1.1	0.7	1.1	2.3	5.9	49.1

A、 $f(x) = k \cdot a^{|x|} + b$ ($a, b, k \in R$)

B、 $f(x) = ax \cdot e^x + b$ ($a, b \in R$)

C、 $f(x)=a\cdot|x|+b$ ($a, b\in R$)

D、 $f(x)=a\cdot(x-1)^2+b$ ($a, b\in R$)

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列, m, t, p, s 均为正整数, 设甲: $a_m \cdot a_t = a_p \cdot a_s$;

乙: $m+t=p+s$, 则甲是乙的

()。

A、充分不必要条件

B、必要不充分条件

C、充要条件

D、既不充分也不必要条件

6. 若函数 $f(x)=x-\frac{4}{x}-a\cdot\ln x$ ($a\in R$) 单调递增, 则实数 a 的取值范围为 ()。

A、 $(-\infty, -4]$

B、 $(-\infty, 0]$

C、 $(-\infty, 4]$

D、 $[-4, 4]$

7. 已知 $\ln x_1 - x_1 - y_1 + 2 = 0$, $x_2 + 2y_2 - 4 - 2\ln 2 = 0$, 记 $M = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$, 则 M 的最小值为 ()。

A、 $\frac{2}{5}$

B、 $\frac{4}{5}$

C、 $\frac{8}{5}$

D、 $\frac{12}{5}$

8. 高斯是德国著名的数学家, 是近代数学奠基者之一, 享有“数学王子”的称号。用他的名字定义的函数称为高斯函数 $f(x)=[x]$, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数。已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2$ 、 $a_2=6$, 且满足 $a_{n+2}+5a_n=6a_{n+1}$, 设 $b_n =$

$[\log_5 a_{n+1}]$, S_n 为数列 $\{\frac{1000}{b_n \cdot b_{n+1}}\}$ 的前 n 项和, 则 $[S_{2024}] =$ ()。

A、249

B、499

C、749

D、999

二、选择题: 本题共3小题, 每小题6分, 共18分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得6分, 部分选对的得部分分, 有选错的得0分。

9. 设 $a > b > c > 0$, 则当 $2a^2 + \frac{1}{ab} + \frac{1}{a(a-b)} - 10ac + 25c^2$ 取最小值时, 下列说法正确的是 ()。

A、 $a = \sqrt{2}$

B、 $b = 2\sqrt{2}$

C、 $c = \frac{\sqrt{2}}{5}$

D、 $a + b + c = 3\sqrt{2}$

10. 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的不恒为零的函数, 对于任意 $x, y \in R$ 都满足 $f(xy) = x \cdot f(y) + y \cdot f(x)$, 则下列说法正确的是 ()。

A、 $f(1) = 0$

B、函数 $f(x)$ 是奇函数

C、若 $f(2) = 2$, 则 $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

D、若当 $x > 1$ 时, $f(x) < 0$, 则 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调递减

11. 对于无穷数列 $\{a_n\}$, 给出如下三个性质: ① $a_1 < 0$; ② 对于任意正整数 n, s , 都有 $a_n + a_s < a_{n+s}$; ③ 对于任意正整数 n , 存在正整数 t , 使得 $a_n < a_{n+t}$ 。定义: 同时满足性质①和②的数列为“ s 数列”, 同时满足性质①和③的数列为“ t 数列”, 则下列说法错误的是 ()。

A、若 $\{a_n\}$ 为“ s 数列”, 则 $\{a_n\}$ 为“ t 数列”

B、若 $a_n = (-\frac{1}{2})^n$, 则 $\{a_n\}$

为“ t 数列”

C、若 $a_n = 2n - 3$, 则 $\{a_n\}$ 为“ s 数列”

D、若等比数列 $\{a_n\}$ 为“ t

数列”, 则 $\{a_n\}$ 为“ s 数列”

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

12. 若 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1 + 2a_4 + a_{11} = 8$, 则 $S_9 =$ _____。

13. 已知命题 p : 函数 $f(x) = \lg(ax^2 - x + \frac{1}{4}a)$ 的定义域为 R ; 命题 q : 函数

$g(x) = \frac{x+a}{x-1}$ 在 $(1, +\infty)$ 内单调递减。若命题 p 与命题 q 中至少有一个为假命题, 则实数

a 的取值范围为_____。

14. 已知函数 $f(x) = ax \cdot e^x - ax + a - e^x$ ($a > 0$)，若关于 x 的不等式 $f(x) < 0$ 有且只有三个整数解，则实数 a 的取值范围为_____。

四、解答题： 本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (本小题满分 13 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = 5$ 且 $a_{n+1} = a_n^2$ ($n \in N^*$)。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $b_n = \frac{2a_n}{a_n^2 - 1}$ ， S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，求证 $S_n < \frac{1}{2}$ 。

16. (本小题满分 15 分) 已知函数 $f(x) = x - a \cdot \ln x - 1$ ($a \in R$)。

(1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线为 x 轴，求实数 a 的值；

(2) 讨论函数 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 内极值点的个数；

(3) 若函数 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 内有零点 t ，求证： $t < a^2$ 。

17. (本小题满分15分) 已知集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} \subseteq N^*$, 其中 $n \in N^*$ 且 $n \geq 3$, $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n$, 若对任意的 $x, y \in A$ ($x \neq y$), 都有 $|x - y| \geq \frac{xy}{k}$, 则称集合 A 具有性质 M_k 。

(1) 集合 $A = \{1, 2, a\}$ ($a \in R$) 具有性质 M_3 , 求实数 a 的最小值;

(2) 已知 A 具有性质 M_{15} , 求证: $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_n} \geq \frac{n-1}{15}$;

(3) 已知 A 具有性质 M_{15} , 求集合 A 中元素个数的最大值, 并说明理由。

18. (本小题满分17分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且满足 $3a_n = 2S_n + 3$ ，数列 $\{b_n\}$ 是等差数列， $b_1 = \log_3 a_1$ ，且 $b_2 + 5$ 、 $b_4 + 1$ 、 $b_6 - 3$ 成等比数列。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 记 $c_n = \frac{b_{n+2} - 1}{b_n \cdot b_{n+1} \cdot a_n}$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n ；

(3) 记 $m_n = \begin{cases} a_n, & n \text{ 为奇数} \\ b_n, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$ ，求 $\sum_{k=1}^{2n} (m_k \cdot m_{k+1})$ 。

19. (本小题满分17分) 已知函数 $f(x) = |a \cdot e^x - x| + \frac{1}{2}x^2 + (1-a) \cdot x$ ($a \in \mathbb{R}$)。

(1) 当 $a=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最小值;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极小值, 求实数 a 的取值范围。

绝密★启用并使用完毕前
时____分——____时____分

测试时间：____年____月____日

辽宁省重点高中协作校 2023-2024 学年第二学期高二期末考试模拟

卷 D

本试卷分第 I 卷和第 II 卷两部分，满分 150 分，考试时间 120 分钟

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ ，集合 $M = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ 、集合 $N = \{x | x = 4a, a \in M\}$ ，则 $C_U(M \cap N) = (\quad)$ 。

- A、 $\{1, 2, 4, 6, 8\}$ B、 $\{1, 2, 4, 8\}$ C、 $\{4, 6, 8\}$
D、 $\{6\}$

【答案】D

【解析】由题意可知 $M = \{1, 2\}$ 、 $N = \{4, 8\}$ ， $C_U(M \cap N) = \{6\}$ ，故选 D。

2. 定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+3) = -\frac{1}{f(x)}$ ，且当 $x \in [-3, -2]$ 时， $f(x) = 4x$ ，则 $f(107.5) = (\quad)$ 。

- A、 -10 B、 $-\frac{1}{10}$ C、 $\frac{1}{10}$
D、 10

【答案】C

【解析】由题意可知 $f(x)$ 的周期 $T = 6$ ， $\therefore$

$f(107.5) = f(5.5) = -\frac{1}{f(2.5)} = -\frac{1}{f(-2.5)} = -\frac{1}{4 \times (-2.5)} = \frac{1}{10}$ ，故选 C。

3. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \frac{2}{a_n}$ ，且 $a_1 = 4$ ，则 $a_{2024} + a_{2025} = (\quad)$ 。

- A、 2 B、 $\frac{5}{2}$ C、 4

D、 $\frac{9}{2}$

【答案】D

【解析】由题意可知 $a_n \cdot a_{n+1} = 2$ ，又 $a_1 = 4$ ， $\therefore a_2 = \frac{1}{2}$ 、 $a_3 = 4$ 、 $a_4 = \frac{1}{2}$ 、……，

$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 是周期为 2 的周期数列，则 $a_{2024} + a_{2025} = a_2 + a_1 = \frac{1}{2} + 4 = \frac{9}{2}$ ，

故选 D。

4. 函数 $f(x)$ 的数据如下表，则该函数的解析式可能形如（ ）。

x	-2	-1	0	1	2	3	5
$f(x)$	2.3	1.1	0.7	1.1	2.3	5.9	49.1

A、 $f(x) = k \cdot a^{|x|} + b$ ($a, b, k \in R$)

B、 $f(x) = ax \cdot e^x + b$ ($a, b \in R$)

C、 $f(x) = a \cdot |x| + b$ ($a, b \in R$)

D、 $f(x) = a \cdot (x-1)^2 + b$ ($a, b \in R$)

【答案】A

【解析】由函数 $f(x)$ 的数据可知， $f(-2) = f(2)$ 、 $f(-1) = f(1)$ ，偶函数满足此性质，可排除 B 选项、D 选项，

当 $x > 0$ 时，由函数 $f(x)$ 的数据可知， $f(x)$ 增速越来越快，可排除 C 选项，故选 A。

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列， m 、 t 、 p 、 s 均为正整数，设甲： $a_m \cdot a_t = a_p \cdot a_s$ ；

乙： $m+t = p+s$ ，则甲是乙的

()。

A、充分不必要条件

B、必要不充分条件

C、充要条件

D、既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】设数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1 、公比为 q ，

若 $m+t=p+s$ ，则 $a_1^2 \cdot q^{m+t-2} = a_1^2 \cdot q^{p+s-2}$ ，即 $a_m \cdot a_t = a_p \cdot a_s$ ，满足必要性，

当 $q=1$ 时，对任意正整数 m 、 t 、 p 、 s 均有 $a_m \cdot a_t = a_p \cdot a_s$ ，不满足充分性，

$\therefore$ 甲是乙的必要不充分条件，故选 B。

6. 若函数 $f(x) = x - \frac{4}{x} - a \cdot \ln x$ ($a \in R$) 单调递增，则实数 a 的取值范围为 ()。

A、 $(-\infty, -4]$

B、 $(-\infty, 0]$

C、 $(-\infty, 4]$

D、 $[-4, 4]$

【答案】C

【解析】 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$ ， $f'(x) = 1 + \frac{4}{x^2} - \frac{a}{x} = \frac{x^2 - ax + 4}{x^2}$ ，

$\therefore f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调递增， $\therefore f'(x) \geq 0$ 在 $(0, +\infty)$ 内恒成立，

$\therefore x^2 - ax + 4 \geq 0$ 对任意 $x > 0$ 恒成立，即 $a \leq \frac{4}{x} + x$ 对任意 $x > 0$ 恒成立，

$\therefore \frac{4}{x} + x \geq 2 \times \sqrt{\frac{4}{x} \cdot x} = 4$ (当且仅当 $x=2$ 时取等号)， $\therefore a \leq 4$ ，故选 C。

7. 已知 $\ln x_1 - x_1 - y_1 + 2 = 0$ ， $x_2 + 2y_2 - 4 - 2\ln 2 = 0$ ，记 $M = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$ ，则 M 的最小值为 ()。

A、 $\frac{2}{5}$

B、 $\frac{4}{5}$

C、 $\frac{8}{5}$

D、 $\frac{12}{5}$

【答案】B

【解析】设 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，点 A 在函数 $y = \ln x - x + 2$ 上，点 B 在直线 $x + 2y - 4 - 2\ln 2 = 0$ 上，

$\therefore M$ 的最小值为函数 $y = \ln x - x + 2$ 上的点到直线 $x + 2y - 4 - 2\ln 2 = 0$ 的距离的最小值的平方,

函数 $y = \ln x - x + 2$ 的导数为 $y' = \frac{1}{x} - 1$, 与直线 $x + 2y - 4 - 2\ln 2 = 0$ 平行的直线的斜率为 $-\frac{1}{2}$,

令 $y' = \frac{1}{x} - 1 = -\frac{1}{2}$, 解得 $x = 2$, $\therefore$ 切点的坐标为 $(2, \ln 2)$,

$\therefore$ 切点到直线 $x + 2y - 4 - 2\ln 2 = 0$ 的距离 $d = \frac{|2 + 2\ln 2 - 4 - 2\ln 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$,

$\therefore M = d^2 = \frac{4}{5}$, 故选 B。

8. 高斯是德国著名的数学家, 是近代数学奠基者之一, 享有“数学王子”的称号。用他的名字定义的函数称为高斯函数 $f(x) = [x]$, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数。已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$ 、 $a_2 = 6$, 且满足 $a_{n+2} + 5a_n = 6a_{n+1}$, 设 $b_n =$

$[\log_5 a_{n+1}]$, S_n 为数列 $\{\frac{1000}{b_n \cdot b_{n+1}}\}$ 的前 n 项和, 则 $[S_{2024}] = (\quad)$ 。

A、249

B、499

C、749

D、999

【答案】D

【解析】由 $a_{n+2} + 5a_n = 6a_{n+1}$, 得 $a_{n+2} - a_{n+1} = 5(a_{n+1} - a_n)$, 又 $a_2 - a_1 = 4$,

$\therefore$ 数列 $\{a_{n+1} - a_n\}$ 是以 4 为首项, 5 为公比的等比数列, 则

$$a_{n+1} - a_n = 4 \times 5^{n-1} \text{ ①},$$

由 $a_{n+2} + 5a_n = 6a_{n+1}$ 得: $a_{n+2} - 5a_{n+1} = a_{n+1} - 5a_n$, 又 $a_2 - 5a_1 = -4$,

$\therefore$ 数列 $\{a_{n+1} - 5a_n\}$ 是常数列, 则 $a_{n+1} - 5a_n = -4$ ②,

由①②联立得 $a_{n+1} = 5^n + 1$,

$\therefore 5^n < 5^n + 1 < 5 \times 5^n$, $\therefore \log_5 5^n < \log_5 (5^n + 1) < \log_5 (5 \times 5^n)$, 即

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/326150014000010211>